

Б.Ж. Медетов*, **Н. Албанбай**, **А.С. Койшигарин**
Казахский национальный университет имени аль-Фараби
Казахстан, г. Алматы
E-mail: bm02@mail.ru

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШУМА И ФЛУКТУАЦИЙ НА РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ СИГНАЛОВ КЛАСТЕРОМ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Настоящая работа посвящена численному исследованию влияния шума и флуктуаций на режимы генерации сигналов кластером автоколебательных систем, состоящим из двух линейно-отрицательно связанных нейрона ФитцХью-Нагумо. При решении системы дифференциальных уравнений, описывающих работу системы, стандартным методом Рунге-Кутта 4 порядка была установлена взаимосвязь между точностью интегрирования и переходами между режимами генерации сигналов. Предполагалось, что точность интегрирования в физическом смысле моделирует шум и флуктуации. Это предположение было подтверждено численным исследованием системы методом Хойна с внесением в неё стохастического члена, моделирующего белый гауссовский шум.

Ключевые слова: шум и флуктуации, автоколебательная система, нейрон, метод Хойна.

Введение

В природе и технике широко распространены системы, состоящие из большого числа взаимодействующих между собой автоколебательных систем. К примеру, популяции насекомых, нервная система живых существ и т.д.

Сложность и многообразие функций нервной системы определяются взаимодействием между нейронами, которое, в свою очередь, представляет собой набор различных сигналов, передаваемых в рамках взаимодействия нейронов с другими нейронами или мышцами и железами. Сигналы испускаются и распространяются с помощью ионов, генерирующих электрический заряд (потенциал действия), который движется по телу нейрона [1].

Существуют несколько подходов к моделированию работы нейронов и нейронных сетей. Первый – формальный, продуктом данного подхода являются искусственные нейронные сети. Простейшая модель сети из искусственных нейронов состоит из вектора нейронов, каждый из которых имеет вектор входных данных, вектор весов синапсов и, опционально, передаточную функцию, определяющую результат на выходе нейрона. Второй

подход – физиологический, этот подход заключается в моделировании электрохимических процессов протекающих в теле нейрона. Этот подход позволяет построить модель более близкую к реальному нейрону. Модель ФитцХью-Нагумо, исследуемая в данной работе, является упрощенной моделью реального биологического нейрона [1].

Математическое моделирование таких биологических структур как нейроны способствует созданию технических средств, работающих по биологическим принципам. Подобные модели и их исследования вносят значительный вклад в создание интеллектуальных систем управления и искусственного разума в конечном итоге.

Практически во всех автоколебательных системах, в том числе и в нейронных сетях, всегда присутствуют шумы и различные флуктуации, в связи с этим исследование влияния шума на их состояние и поведение имеет важное научное значение.

Теоретические основы исследования

Модель нейрона Фитц-Хью-Нагумо описывает «регенеративное самовозбуждение» посредством нелинейной положительной обратной связи напряжения на мембране, а также «восстановление» посредством линейной отрицательной обратной связи напряжения на затворе [1, 2].

$$\begin{aligned} & \dots \\ & \dots \end{aligned} \quad (1)$$

где имеется мембранное напряжение V и входной ток I , w - переменная восстановления - более медленное напряжение на затворе, а также параметры, найденные экспериментально $a = -0.7$, $b = 0.8$, $\tau = 1/0.08$.

Несмотря на неочевидность соответствия модели биологическим исследованиям, она довольно хорошо описывает динамику, имея при этом небольшую сложность, что послужило основанием к выбору именно данной модели.

Система уравнений (1) описывают динамику одного нейрона ФитцХью-Нагумо. Для получения более сложных сигналов, а также формирования простейших представлений о взаимодействии нейронов необходимо как минимум два связанных между собой нейрона ФитцХью-Нагумо. Существует два основных типа нейронов - возбуждающие и тормозящие. Математически два отрицательно связанных нейрона ФитцХью-Нагумо описываются следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} & \dots \\ & \dots \\ & \dots \\ & \dots \end{aligned} \quad (2)$$

где лишь переменные - потенциал мембраны и ~~концентрация ионов~~

внутри клетки соответствующих нейронов имеют физиологический смысл, а остальные параметры являются некоторыми эмпирическими константами. Параметры означают силу связи между нейронами, при этом параметр имеет положительный знак, а отрицательный, тем самым мы задаем, что первый нейрон действует на второй как возбуждающий, а второй на первый как тормозящий. У реальных нейронов параметр обычно имеет малое положительное значение, т.е. Для упрощения выводов аналитического решения системы (2.1.1) предположим, что

Краткое описание численных методов, использованных в работе

Метод Хойна. Данный метод численного интегрирования дифференциальных уравнений также называют *модифицированным методом Эйлера*. За счёт вычисления промежуточного значения окончательная аппроксимация корректируется и результатом является квадратичное увеличение точности вычисления с увеличением количества шагов, что значительно лучше линейного увеличения точности с увеличением числа шагов в стандартном методе Эйлера [3].

Рассмотрим алгоритм метода Хойна на примере решения задачи Коши:

$$\dots \quad (3)$$

На первом шаге вычисляется промежуточное значение :

$$\dots \quad (2.8)$$

Окончательная аппроксимация производится по формуле:

$$\dots \quad (4)$$

где размер шага и . Алгоритм данного метода довольно прост в реализации, а сам метод обладает

достаточной для численного исследования точностью вычислений. Программная реализация метода была написана в среде MATLAB.

Переходы между режимами генерации сигналов при наличии шумов и флуктуаций

Численное моделирование динамики автоколебательной системы заключалось в решении системы дифференциальных уравнений стандартными методами Рунге-Кутты – функция ode45 в MATLAB.

В ходе исследования было выявлено влияние точности интегрирования на характер сигналов, генерируемых автоколебательной системой. При ухудшении точности интегрирования система плавно переходит в режим «bursting» вне зависимости от заданных параметров (режимов генерации), что изображено на рисунке 1.

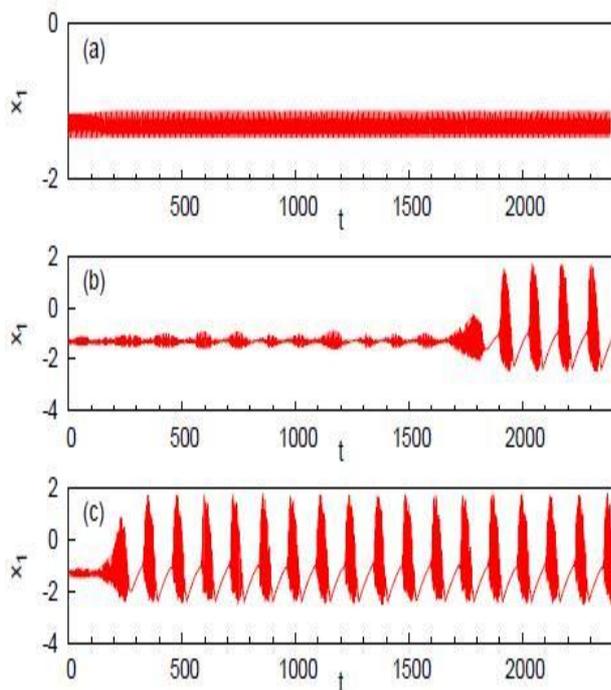


Рисунок 1. Влияние точности интегрирования ρ на характер сигнала. Переход из «быстрого» режима в «bursting». (a): $\rho = 10^{-4}$, (b): $\rho = 10^{-5}$, (c): $\rho = 10^{-6}$.

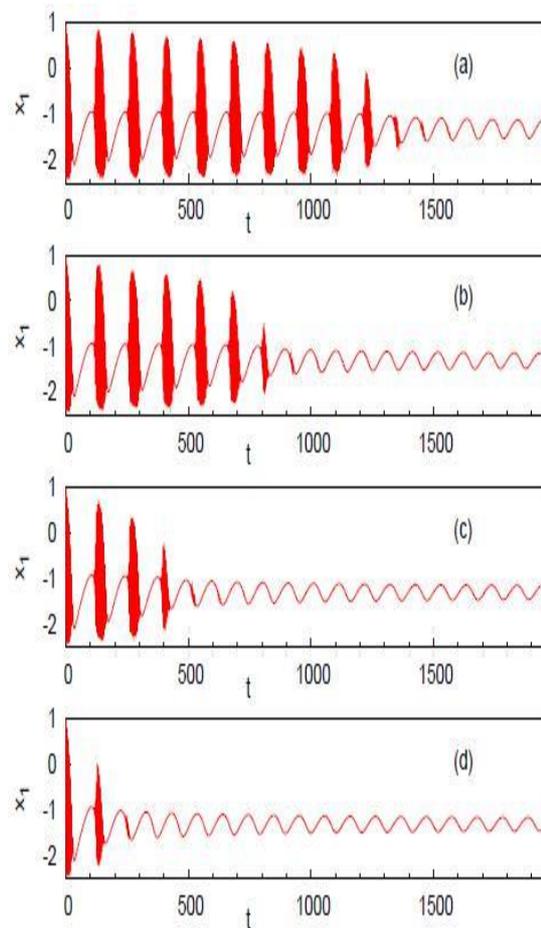


Рисунок 2. Влияние точности интегрирования ρ на характер сигнала. Переход из режима «bursting» в «медленный» режим. (a): $\rho = 10^{-4}$, (b): $\rho = 10^{-5}$, (c): $\rho = 10^{-6}$, (d): $\rho = 10^{-7}$.

При улучшении точности интегрирования система плавно возвращается в первоначальный режим генерации (рисунок 2).

Физическим объяснением такого поведения системы может служить влияние флуктуаций и шумов на автоколебательную систему. Для подтверждения данного предположения в систему уравнений (1.2)

были внесены стохастические члены $\xi(t)$, моделирующие гауссовский белый шум. В таком случае математическую модель нейронов ФитцХью-Нагумо, входящих в состав рассматриваемого кластера, можно представить в следующем виде: $\dot{x}_1 = \dots$

$$\begin{aligned} & \text{---} \quad (\quad) \\ & \text{---} \quad / \quad \sqrt{\quad} \quad () \\ (3.1), \\ & \text{---} \quad (\quad) \end{aligned}$$

где стохастические члены (\quad) моделируется гауссовским белым шумом (\quad) и характеризуются параметром T , означающим интенсивность шума.

Для решения системы дифференциальных уравнений (3.1) метод Рунге-Кутты неприменим, так как стохастические члены (\quad) не могут быть описаны аналитически, поэтому для такой системы был выбран метод Хойна. Реализация метода Хойна и численное исследование были проведены в среде MATLAB. В ходе исследования задавались различные уровни шума. При отсутствии шума решения соответствовали режимам с заданными параметрами, но при увеличении уровня шума система переходит в режим «bursting» (рисунок 3).

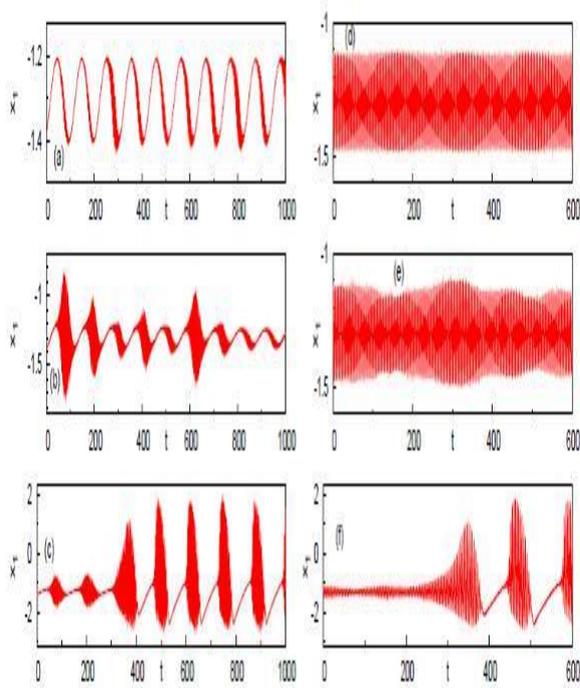


Рисунок 3. Влияние шума на характер генерируемых сигналов. Левая колонка соответствует условию возникновения «медленного»,

а правая «быстрого» режимов.

(a): ; (b): ; (c):

(d): ; (e): ; (f):

Заключение и обсуждение результатов

В результате данных исследований показана возможность перехода между различными режимами генерации сигналов в зависимости от наличия и уровня шума и флуктуаций в системе. Шум и флуктуации оказывают значительное влияние на автоколебательную систему, что необходимо учитывать при разработке автоколебательных кластеров, состоящих из подобных структурных элементов.

Список литературы

- 1 З.Ж. Жанабаев, М.Закс, Б.Ж. Медетов. Генерация сигналов кластером связанных двух автоколебательных систем на границе потери устойчивости равновесия. Теория. – Алматы: Журнал проблем эволюции открытых систем, 2012 г., вып. 14, том 1.
- 2 А.Ж. Наурзбаева, Б.Ж. Медетов, А.Е. Ыскак. Численное исследование двухчастотного режима генерации сигналов кластером автоколебательных систем. - Алматы: Известия НАН РК, серия физическая, 2(288), 2013 г.
- 3 San Joaquin Delta College [Электронный ресурс] / Mathematics & Science Learning Center, Computer Laboratory; ODE Laboratories: A Sabbatical Project by Christopher A. Barker, 2009 - Режим доступа: <http://calculuslab.deltacollege.edu/ODE/7-C-2/7-C-2-h.html> Numerical Methods for Solving Differential Equations - Heun's Method.

Принято в печать 20.10.14

Б.Ж. Медетов*, Н. Албанбай, А.С. Койшигарин

Казахский национальный университет имени аль-Фараби
Казахстан, г. Алматы
E-mail: bm02@mail.ru

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШУМА И ФЛУКТУАЦИЙ НА РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ СИГНАЛОВ КЛАСТЕРОМ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Настоящая работа посвящена численному исследованию влияния шума и флуктуаций на режимы генерации сигналов кластером автоколебательных систем, состоящим из двух линейно-отрицательно связанных нейрона ФитцХью-Нагумо. При решении системы дифференциальных уравнений, описывающих работу системы, стандартным методом Рунге-Кутта 4 порядка была установлена взаимосвязь между точностью интегрирования и переходами между режимами генерации сигналов. Предполагалось, что точность интегрирования в физическом смысле моделирует шум и флуктуации. Это предположение было подтверждено численным исследованием системы методом Хойна с внесением в неё стохастического члена, моделирующего белый гауссовский шум.

Ключевые слова: шум и флуктуации, автоколебательная система, нейрон, метод Хойна.

BJ Medetov * N. Albanbay, AS Koyshigarin
Al-Farabi Kazakh National University
Kazakhstan, Almaty
E-mail: bm02@mail.ru

NUMERICAL INVESTIGATION OF INFLUENCE OF NOISE AND FLUCTUATIONS ON THE SIGNAL GENERATION MODES IN CLUSTER OF SELF-OSCILLATING SYSTEMS

Abstract. The present work is devoted to the numerical study of influence of noise and fluctuations on the signal generation modes in cluster of self-oscillating systems consisting of two linearly negatively related FitzHugh-Nagumo neurons. By solving the system of differential equations describing the system, using the standard Runge-Kutta method, relation between the accuracy of integration and transition between the signal generation modes was found. It was assumed that the accuracy of the integration physically simulates noise and fluctuations. This assumption was confirmed by the numerical study of the system using Heun's method with inclusion into the system stochastic term which modeling white Gaussian noise.

Keywords: noise and fluctuations, self-oscillating system, the neuron, Heun's method.

Б.Ж. Медетов*, Н. Албанбай, А.С. Койшигарин
ал-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қаласы, Қазақстан

АВТОТЕРБЕЛМЕЛІ ЖҢЙЕЛЕР КЛАСТЕРІНІҢ СИГНАЛ ӨНДІРУ РЕЖИМДЕРІНЕ ШУЫЛ МЕН ФЛУКТУАЦИЯЛАРДЫҢ ӘСЕРІН САНДЫҚ ӘДІСТЕРМЕН ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа. Бұл жұмыс ФитцХью – Нагумо нейрондарының сызықты-теріс байланысынан құралған автотербелмелі жүйелер кластерінің сигнал шығару режимдеріне шуыл мен флуктуациялардың әсерін сандық әдістермен зерттеуіне арналған. Жүйенің

жұмысын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді Рунге-Кутта әдісімен шешу барысында, сигнал өндіру режимдерімен интегралдау дәлдігі арасында байланыс бар екені анықталды. Физикалық мағынасы бойынша интегралдау дәлдігі шуыл мен флуктуацияларды модельдейді деп есептелінді. Осы болжамды дәлелдеу барысында жүйеге стохастикалық мүше болатын ақ шуыл қосылды және Хойн әдісімен сандық зерттеу нәтижесінде осы болжам дәлелденді.