УДК: 517.9; 512.7; 512.623.3+512.628.2; 511 + 512; 530.1(075.8)

В. В. Проняев
ООО «Цвет», Воронеж, Россия
*e-mail: **orion22@box.vsi.ru***

К ВЗАИМОСВЯЗИ Д–ЭНТРОПИИ С ДВУМЯ ЗАДАЧАМИ ТЫСЯЧЕЛЕТИЙ: P/NP И УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА С ПОЗИЦИИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

Аннотация: Цель работы показать, что, опираясь на механику структурированных частиц (СЧ), модели системы материальных точек (МТ) и предложенное в ней понятие Д-энтропии, используя законы подобия, можно создать согласующуюся с физической картиной мира и математическую «картину». А также, что существует некий регулятор, каждый свой в соответствующих разделах математики, дающий надежду решить известные задачи тысячелетия: P/NP и уравнения Навье - Стокса. Далее, на основе последних наработок в уравнениях Навье-Стокса, предлагается новая логика с соответствующим Модельным предложением. Суть этого предложения состоит в следующем: за основу берётся приём, использующий законы подобия с привлечением математического аппарата, состоящим из таких разделов математики, как теория пересечений. Эта теория восходит к У. Фултону, к топологической теории Галуа с разрешимостью и неразрешимостью уравнений в конечном виде, в контексте их «взаимопроникновения», в т.ч. и основных объектов проблемы уравнений Навье-Стокса для дальнейших исследований этой проблемы. Переходя к задаче тысячелетия P/NP, обосновывается, что класс P равен классу NP. Это исходит из определения С. Кука, что выбор задач часто не играет никакой роли. То есть, подразумевается, все NP-полные задачи существует на равных основаниях, при этом задействуется известная задача погружения в теорию Галуа. После, на основе анализа вышеуказанных выкладок по этим задачам тысячелетия, формулируется некоторая гипотеза, усиливающая известные высказывания О. А. Ладыженской по уравнениям Навье-Стокса, но уже с переносом на задачу P/NP и всё это в контексте основного свойства Д-энтропии.

Ключевые слова: Д-энтропия, пересечение, взаимопроникновение, погружения, спуск, подъём, регулятор.

Введение

В статье [1], вводится понятие Д-энтропии, которое появляется в механике структурированных частиц (СЧ) с моделью системы материальных точек (МТ), обладающих внутренней энергией. В этой механике вводится понятие Д-энтропии. Она определяется как относительное приращение внутренней энергии системы за счёт энергии её движения. И это всё с учётом механизма нарушения симметрии в механических системах, который приводит к детерминированной необратимости (можно рассматривать как равновесные, так и неравновесные системы).

Д-энтропия характеризует изменение внутренней энергии системы при совершении над ней работы по её перемещению. Важно, что Д-энтропия находится в согласии с известными энтропиями. В общем, Д-энтропию можно применять для анализа динамических систем. Но самое главное, это, то что, сумма внутренней энергии и энергии движения при возможном изменении каждого из её членов, сохраняется (это представляет собой закон сохранения энергии открытой системы). При этом Д-энтропия обладает большой универсальностью, т. к. она определяется из уравнений движения систем полученных на основе детерминированных законов механики. Воспользуемся этими свойствами Д-энтропии.

Заметим, что известная задача тысячелетия, касающаяся уравнений Навье-Стокса, это, прежде всего физическая картина, наблюдаемая нами в природе: тело, движется в жидкостной или газообразной среде, т. е. имеем однозначно некоторую динамическую систему. Эти уравнения основаны на законах Ньютона, применённых к каждой частице жидкости (относительно небольшая область жидкости), где действует закон сохранения импульса. А ведь рассматривая другую задачу тысячелетия - P/NP, в смысле решая её и осуществляя условно её проверку, тоже имеем некую «динамическую составляющую» в контексте законов подобия.

Далее, по ходу изложения материала, рассмотрим, как вышеуказанные сопоставления или «подобия» помогают в создании целостной согласованной физико-математической «картины» с введением понятия регулятор — конкретного математического объекта, касающегося этих задач тысячелетия. Здесь будет представлен системный подход, который предлагается завершить читателям (статья носит мультидисциплинарный характер).

Задача тысячелетия P/NP

Эта задача формулируется следующим образом: превосходит ли класс NP по размеру класс P или они суть одно и то же? С. Кук ввёл понятие NP-полной задачи. Такая задача обладает следующим свойством: если для решения существует алгоритм класса P, то любая NP-задача может быть решена при помощи алгоритма класса P. С позиции энтропийности это выглядит следующим образом. Имеем условия задачи, т. е. «хаос», который надо как-то «упорядочить», чтобы прийти к ответу. В этих условиях задачи «кроется» внутренняя энергия. С позиции Д-энтропийности, где над задачей совершают некие действия (конечная цель — получение ответа), мы тем самым изменяем её «внутреннюю энергию». А вот насколько эффективно происходит её изменение, зависит эффективность полученного алгоритма, т.к. здесь принципиальное значение имеет (в этой задаче тысячелетия) именно концепция эффективности алгоритма. Напомним последние актуальные наработки по данной теме из книги [2] известного английского математика Иэна Стюарта. Это, несомненно, введением С. Куком понятия NP-полной задачи, то есть определение Кука подразумевает, что все NP-полные задачи существуют на равных основаниях (выбор задачи часто не играет никакой роли). Это означает, что можно выбрать любую конкретную NP-полную задачу и исследовать её, в контексте того, что все NP-полные задачи ведут себя одинаково и, следовательно, на любой из них можно моделировать все остальные. Попробуем воспользоваться этим свойством.

А именно постараемся найти такую NP-полную задачу, где достаточно развит аналитический «инструментарий», который сможет охватить самое главное в этой задачи тысячелетия — равен ли класс P классу NP? Если ответ «да», то это значит, что имеется возможность найти весьма быстрые и эффективные алгоритмы. Если ответ «нет», то мы имеем дело со сложными задачами и говорить о быстрых и эффективных алгоритмах уже не приходится. Заметим, что к P = NP относятся случаи, когда проверка короче самого решения задачи. Хотя И. Стюарт сетует, что задача P/NP возможно и через 100 лет останется не решённой.

Далее сформулируем следующую Лемму.

Лемма: *Задача погружения в теории Галуа является NP-полной (с подъёмом и спуском).*

Доказательство. Здесь представим раздел современной алгебры из книги [3] — задачу погружения в теории Галуа. Известно, что главной проблемой теории Галуа является обратная задача — построение по заданному полю k и заданной группе G расширения L/k с группой Галуа G. Задача погружения полей обобщает обратную задачу и заключается в нахождении условий, при которых можно построить поле L, нормальное над полем k с группой G, расширяющее данное нормальное расширение K/k с группой Галуа G/A. При этом обычно требования к искомому объекту L ослабляется: требуется, чтобы L было не обязательно полем, но алгеброй Галуа над полем k с группой G.

Напомним некоторые сведения о задаче погружения. Пусть (K/k, $G1$, $f1$, $N1$) – задача погружения; здесь $f1$ – отображение, $N1$ – ядро погружения и L – нормальное над k поле, содержащее K. Тогда L – рассматривают как решение задачи погружения (K/k, $G2$, $f2$, $N2$), где группа $\mathrm{Gal}(L/k) = G2$. При этом имеют равносильную задачу — (L/k, G, $f1^*$, $N1$). Заметим, что переход от задачи (K/k, $G1$, $f1$, $N1$) к равносильной задаче (L/k, G, $f1^*$, $N1$) называется подъёмом (более подробно в [3]), где напомним ещё раз, что L – решение задачи. А переход от задачи (L/k, G, $f1^*$, $N1$) к задаче (K/k, $G1$, $f1$, $N1$) называется спуском.

При подъёме и спуске доказывается, что для этих задач условия согласности совпадают. Основным элементом условия согласности является так называемый модуль согласности P (более подробно в [3])). Всё это — важное необходимое условие погружаемости. Исследованы многочисленные случаи условий разрешимости задач погружения.

Изучены задачи погружения с абелевым ядром, также проблемы погружения с некоммутативным p-ядром для локальных полей. Достаточно изучены задача погружения для p-расширения локальных полей и проблема погружения для полей алгебраических чисел, а также задача погружения в собственном смысле, то есть когда решение является полем. Это приведено для того, чтобы показать, что задача погружения многовариантна и охватывает разные математические объекты, при этом их аналитический «инструментарий» достаточно развит. Понятно, что подъём и спуск — это решение задачи и её проверка соответственно в контексте исследования задачи P/NP.

Здесь заметим, что класс NP – это класс алгоритмов, работа которых занимает недетерминированное полиминальное время (сколько бы времени ни требовалось алгоритму на поиск ответа, убедиться в верности этого ответа можно за полиминальное время). Если ответ найден, то должен существовать относительно простой способ проверки его корректности. Для NP-полной задачи необходимо, чтобы для её решения существовал алгоритм класса P, а также чтобы любая задача могла быть решена при помощи алгоритма класса P. Очевидно, что задача погружения в теории Галуа (с её многовариантностью), с её развитым аналитическим «инструментарием» вполне подходит для NP-полной задачи. Лемма доказана. Далее на основании леммы — сформулируем следующую теорему.

Теорема: *При рассматривании задачи погружения Галуа (в её многовариантности с подъёмом и спуском как решением и проверкой соответственно при исследовании самой задачи тысячелетия P/NP) как NP-полной в контексте моделирования одинакового поведения всех остальных NP-полных задач (согласно определению, С. Кука), имеем, что класс P равен классу NP (P = NP) — исключительно с позиции определения С. Кука.*

Доказательство. Поскольку как ранее отмечалось, что задача погружения в теории Галуа многовариантна, то на примере задачи погружения p-расширения локальных полей произведём исследования. Рассмотрение этой задачи зависит от того, совпадает ли число образующих групп Галуа заданного расширения и искомого расширения. В случае равного числа образующих ответ достаточно прост — такая задача погружения разрешима тогда и только тогда, когда разрешима сопутствующая абелева задача (для такой задачи выполняется условие согласности). Если число образующих неравное, то имеем неразрешимость такой задачи.

Поясним это на примерах. Учитывая Лемму, имеем задачу погружения для локальных полей - $(K/k, G, f, B)$, где G-конечная группа, при этом B и $F = \mathrm{Gal}(K/k)$ — тоже конечные p-группы. Здесь имеет место теоремы, где обосновываются, что при равенстве числа образующих p-групп G и F эта задача погружения разрешима только в том случае, когда разрешима сопутствующая ей задача $(K/k, G/B', f', B/B')$, где B' - коммутант группы B, при этом имеют место исключения только при одновременном выполнении конкретных условий (более подробно в [3]). Заметим, что в этих теоремах имеем выполнение известных условий согласности.

Но эта задача погружения — $(K/k, G, f, B)$ при определённых условиях может быть (как отмечалось ранее) и неразрешимой. Здесь решающую роль при разрешимости играет эквивалентность тривиальности символа Гильберта (j, a1 a2 . . . an); где a1, a2, . . . , an – образующие определённой группы; если j = a1 , то (j, ai) = 1 для i не равным 2 и (j, a2) неравно 1. Для этого случая вышеуказанная задача погружения неразрешима. Возвращаясь к проблеме P/NP заметим, что, условно говоря, все сложные задачи в принципе «стремятся» к неразрешимости. Задача погружения в теории Галуа как NP-полная, очевидно вышеуказанным определениям С. Кука, в принципе может «охватить» как простые задачи, так и сложные. Но благодаря развитому аналитическому «инструментарию» задачи погружения в теории Галуа — как модель для всех задач (по С. Куку) возможно сложные задачи перевести в «разряд» неразрешимых. Как отмечалось ранее — наличие сопутствующей задачи с коммутантом, условий согласности, равенства или неравенства числа образующих групп является определяющим в данном контексте. Отсюда следует, что в принципе сложных задач не существует, а есть некорректность поставленных условий задачи. Здесь символ Гильберта является, скажем так, неким регулятором. Здесь имеет место теоремы, где обосновываются, что при равенстве числа образующих *p*-групп *G* и *F* эта задача погружения разрешима только в том случае, когда разрешима сопутствующая ей задача -- (*K/k, G/B', f ', B/B'*), где *B'* - коммутант группы *B,* при этом имеют место исключения только при одновременном выполнении конкретных условий (более подробно в [3]). Заметим, что в этих теоремах имеем выполнение известных условий согласности.

В других NP-полных задачах может быть другой аналогичный объект, обеспечивающим «дрейф» (термин из известной диффузии Арнольда) от относительно простой задачи к неразрешимой в принципе. Обращаясь к Д-энтропии, имеем некую модель, где при решении задачи условно идёт приращение внутренней энергии, а при проверке, с учётом закона сохранения энергии — изменение энергии будет другое — меньше: в смысле алгоритм проверки короче и проще. Ведь само решение задачи в этом контексте, есть процесс «упорядочения» исходных данных для получения ответа («минимизация хаоса»). Вспомним также весьма известный из университетского курса теоретической механики принцип наименьшего действия Гаусса, фигурирующий с 2-мя фундаментальными неравенствами. Напомним первое, это - отклонение мыслимого движения (m) системы от действительного (d) всегда меньше своего отклонения от действительного освобождённого движения (o), т. е. A(dm) <A(om). В этой модели – A(om), есть очевидно само решение задачи. В общем с дальнейшим развитием теоретической математики и информатики, которая опирается в своём развитии на успехи в теоретической математики, следует, что все задачи являются относительно простыми; в смысле при «девальвации» поиска сложной задачи (смотреть выше), «подъём» не может быть «тяжелее спуска», то есть P = NP (в контексте того, что алгоритм проверки короче), но это исключительно с позиции определения С. Кука (см.выше). Возможно найдутся в дальнейшем другие позиции и определения, усиливающие или наоборот ослабляющие данные выкладки. Возвращаясь к Д-энтропийности, в смысле - самого главного закона сохранения энергии, однозначно, что само решение и проверка имеют разные «энергетические составляющие» (по «энергозатратности»). При проверке - меньше «хаоса», поскольку мы имеем всё-таки сам ответ, да ещё и условия задачи, к которым надо прийти. Поэтому для читателей здесь представляет интерес задействования известных «энергетических» уравнений движения для Д-энтропии. В общем — проверка должна быть короче самого решения, но только в контексте рассматривания здесь математических объектов.

К уравнениям Навье-Стокса

В этой задаче требуется найти доказательства фундаментального теоретического свойства: именно существования решений. При заданном состоянии жидкости в определённый момент времени — при известных характеристиках её движения — существует ли решение уравнений Навье-Стокса, верное на все времена? Исследуя поток жидкости, возвращаясь к Д-энтропии, можно описать с учётом, например, вышеупомянутых СЧ и МТ «маршрут» движения каждой частицы жидкости («области» жидкости) со временем, или описать скорость потока в каждой точке пространства и в каждый момент времени. Эти два подхода связаны между собой — имея одно , в принципе можно прийти к другому. В исследовании уравнений Навье-Стокса прибегают как правило ко второму подходу. Здесь к Д-энтропии вернёмся снова по ходу изложения. Напомним последние наработки по данной проблеме — уравнения Навье-Стокса.

По-прежнему актуальны исследования О.А. Ладыженской, см. статью в [4], где весьма интересно сформулирована её Проблема: «дают ли уравнения Навье-Стокса вместе с начальными и краевыми условиями, детерминистическое описание динамики несжимаемой жидкости» и что же достаточно сделать для этого, чтобы дать ответ на эту проблему. Это известные этапы - более подробно см. [4]. В статье [5], Теренс Тао сообщает, что на данный «момент» аналитической техники пока недостаточно для решения этой проблемы и предлагает «инструментарий», который на его взгляд должны способствовать её решению. В данной статье он опирался на исследования Н. Каца и Н. Павлович, их упрощённую схему: количество энергии в ограниченном объёме потока не изменяется, а сам объём уменьшается (с возникновением бесконечностей при решении). Из этих «посылов» пока и будем исходить.

При этом хочется пожелать учёному из Казахстана М.О. Отелбаеву успехов в его подходе к решению данной проблемы.

Проведём логические рассуждения с последующей формулировкой Модельного предложения для дальнейших исследований (с доказательством). Заметим сразу, что до окончательного решения — относительно далеко. И здесь важен каждый «шаг», любая «зацепка» для её решения. Предположим, что существует детерминистическое описание динамики несжимаемой жидкости. Но пока аналитической техники не хватает, чтобы подтвердить это, т. е. нужен «инструментарий» для решения этой проблемы. Здесь не будем следовать идеям Т. Тао, а предложим свой «инструментарий», базирующийся на математических аппаратах из 2-ух разделов, где наработки и аналитическая техника находится на достаточно высоком уровне, с использованием конкретного приёма — законов подобия, которым пользовался, например, (как аналог) А. Н. Колмогоров для описания свойств развитой турбулентности, ренормгруппы (методы статистической механики и квантовой теории поля). Право на использование законов подобия, дают некоторые «точки соприкосновения» объектов этих 2-ух разделов математики между собой и с объектами уравнений Навье-Стокса. Далее на основе «взаимопроникновения» этих разделов математики, в т.ч. и объектов уравнений Навье-Стокса с формулированием Модельного предложения с доказательством, читателям будет предоставлена возможность для дальнейших исследований в этом направлении, может не менее перспективном чем известные. Это к тому, что здесь предполагается, что существует не единственный подход к решению этой проблемы. Проще говоря, здесь будем укладываться в следующую схему исследований: имеем трудную проблему А (это понятно — проблема уравнений Навье-Стокса), далее представим ещё более трудную проблему Б (здесь будет предложен достаточно сложный математический аппарат из 2-ух разделов, но с относительно развитой аналитической частью), и далее на основе законов подобия, возможно, ослабляя допустим требования к объектам туда входящим на основе их «взаимопроникновения», будем постепенно продвигаться в направлении, которое и приведёт нас к существованию и единственности так называемых «сильных решений», т. е. решению проблемы А.

<u>Модельное предложение</u> предлагается для дальнейших исследований проблемы уравнений Навье-Стокса задействование следующих разделов математики: это раздел теории пересечений, восходящей к У. Фултону с одной из основных её теорем - Гротендика-Римана-Роха (в дальнейшем теорема ГРР) — назовём его разделом №1 и раздел №2 — топологическая теория Галуа с разрешимостью и неразрешимостью уравнений в конечном виде, с «взаимопроникновением» объектов этих разделов друг в друга, в т.ч. и с объектами задачи уравнений Навье-Стокса, которое базируется на основе следующих выражений (см. ниже):

(1), (2), (3), 4) и (5) - раздел №1; (6) и (7) - раздел №2, а также раздел №3, состоящий из известных объектов уравнений Навье-Стокса, с формулировкой «инструментария» с условием оптимальной комбинации объектов этих разделов между собой.

Доказательство. Вначале напомним теорему ГРР. Она утверждает, что для собственного морфизма: f : X — Y
неособых многообразий, см.[6], (может быть и замкнутым вложением):

$$\mathrm{ch}(f^*a)\,\mathrm{td}(Ty) = f^*(\mathrm{ch}(a)\,\mathrm{td}(Tx)) \quad (1),$$

для любого элемента a группы Гротендика векторных расслоений, или когерентных пучков над X. Здесь Ty и Tx — касательные расслоения над Y и X соответственно; td(Ty) и td(Tx) - классы Тодда; ch(f*a) – характер Чженя; f* - индуцированное отображение. При доказательстве этой теоремы имеют N – нормальное расслоение к X в Y. Пользуясь деформацией к нораммальному расслоению, деформируют вложение f во вложение: f1 : X

— P(N(+)1) и имеют известную коммутативную диаграмму. Нет смысла её приводить — она очень громоздка, здесь остановимся только на нужных для нас объектах. Это М — раздутие YP вдоль X на бесконечности; при этом a = [E], где E – векторное расслоение над X; E1 = p*E, где p* - проекция, P - проективный конус расслоения N. Имеем также резольвенту G пучка F*(E*) на M (кстати уходящее в бесконечность):

0–Gn-Gn-1-…-G0-F(E*)-0, n=1, 2, 3, ….* (2).

При этом имеем равенство резольвент:

$$j0F^*E1 = f^*i0^*E1 = f^*(E) \qquad (3),$$

здесь j0, i*0, f* - отображения. Заметим, что при доказательстве теоремы ГРР главное это:

$$td(Txy) = td(Tx)td(Ty) \quad (4).$$

И что, также самое важное — всё сводится к проверке этой теоремы для отображения P в точку $a = [Q(n)]$, где P – проективное многообразие, m – мерное пространство, а $[Q(n)]$ относится к определённому классу, т. е. проверке формулы (неопределённого интеграла), свя-занной с характером Чженя и классом Тодда:

$$\int(p)\, ch(Q(n))td(Tp) = x(P, Q(n)),$$

где правая часть есть характеристика конкретного многообразия. Вообще, здесь в дальнейшем, т. к. придётся иметь дело с комплексными числами, корректней для нашего случая записать:

$$\int(x)\, ch(E)td(Tx) = x\,(X, E) \qquad (5),$$

т. к. формула (5) имеет место для эйлеровой характеристики векторного расслоения E, именно над неособым комплексным многообразием X.

А теперь произведём некоторое сопоставление в контексте законов подобия. Действительно, конкретное тело погруженное в среду (жидкость, газ), где вынуждают его совершать движение, т. е. имеем вектор скорости u(t,x), давление p(t,x), которые нужно найти в точках x, относящимся к трёхмерной области в моменты времени t. Заметим, что, погружая тело в среду, имеем однозначно некую «деформацию» этой среды потока, с условно говоря неким «расслоением» («векторным»). Очевидно, что этому процессу подходит к объектам теореме ГРР с основным его выражением (1). Вспомним ранее упомянутую схему Н.Каца и Н.Павлович, где в ограниченном объёме потока энергия не изменяется, а сам объём уменьшается. Этой схеме можно сопоставить выражение (3), как равенство энергетических составляющих в контексте «количестве энергии в ограниченном объёме потока не изменяется», т. е. см. (3) — они равны между собой (не меняются). Возвращаясь к Д-энтропии, вспомним, что сумма внутренней энергии движения и энергии движения при возможном изменении каждого из его членов сохраняется — как в выражении (3). А отображение P в точку, с учётом формулы (5), это сопоставимо с нахождением u (t, x), p (t, x) в точках x. При этом, строя модели не в направлении М — раздутия, можно уйти от бесконечностей. А уменьшение объём потока здесь, с позиции Д-энтропии, будет связано с взаимодействием материальных точек (МТ), его изменением (очевидно уменьшением).

Само «уменьшение объёма» следует из резольвенты (2). Ведь, условно говоря, объекты этой резольвенты можно сопоставить с объектами основной теоремы устойчивости Ляпунова [7]. Напомним только её основной фрагмент: «...производная которой V', в силу этих уравнений была бы, или знакопостоянной противоположного знака с V, или тождественно равной нулю...». Ясно, что объекты резольвенты (2) - «пучки» условно говоря можно рассматривать как «возмущённое» движение именно, не выходящее из «поля» устойчивости Ляпунова, а ноль справа говорит условно об одном, что с течением временем, эти объекты идут «на убыль», т. е. сам «объём уменьшается» как по Н.Каца и Н.Павлович. Это «уменьшение объёма», именно в «ограниченном объёме потока» (где в некоторых точках решения за конечное время достигает бесконечных значений), сопоставимо с М — раздутием вдоль X на бесконечности (в смысле за счёт чего это происходит). При этом внешнее воздействие: f1(t,x), f2(t,x), f3(t,x) «распределено» в неменяющемся количестве энергии в контексте выражения (3). Заметим, что объекты («пучки») в резольвенте (2), следующие друг за другом, условно сопоставимы (опосредованно) с самим «течением временем» - t. А правая часть равенства (4) по сути дела (условно говоря) есть «сконцентрированная» динамика движения тела во всех его проявлениях (с давлением, скоростью, вязкостью, турбулентностью, понятно в «рамках» устойчивости и т. д.). Это кстати относится и к выражению характеристики (5), как наиболее «ёмкому» и «сконцентрированному» описанию данного процесса движения. Представим далее следующий раздел математики.

В своё время В.И. Арнольд обнаружил, что ряд классических вопросов математики неразрешим из-за топологических причин. Топологическая теория тесно связана как с алгебраической, так и с дифференциальной теориями Галуа. Здесь подробно остановимся на основной теореме из [8], описывающей изменения групп монодромий *LG*-ростков, которые происходят в результате применения к росткам известных операций. Напомним, что росток fa в точке *a* пространства комплексных чисел Q является LG-ростком, если для всякого аналитического отображения G: M - Q и всякой точки *b* из M, такой, что G(*b*) = *a,* мультиросток {yb\ G*b,* f*a*} формулы y = f (G) обладает *L* -свойством на многообразии M. В этой теореме обосновывается, что регулярная голономная система линейных дифференциальных уравнений решается в квадратурах и в обобщённых квадратурах, если её группа монодромии соответственно разрешима и почти разрешима. Каждое решение голономной системы из *N* линейных дифференциальных уравнений аналитически продолжается вдоль любой кривой, не пересекающей гиперповерхность. Далее в контексте рассмотрения голономных систем линейных дифференциальных уравнений с малыми коэффициентами, имеем вполне интегрируемую систему дифференциальных уравнений вида:

$$dy = Ay \qquad (6),$$

где y = y1, … , yn - неизвестная вектор-функция и A — матрица, состоящая из дифференциальных 1-форм с рациональными коэффициентами в пространстве комплексных чисел Q удовлетворяющая условно полной интегрируемости: $dA + A \wedge A = 0$ и имеющая следующий вид;

$$A = (+)\ Ai\ \ dli/li \qquad (7),$$

где (+) Ai — сумма постоянных матриц, li – линейные неоднородные функции на Q; i = 1, 2,.... Здесь при условии приведения матрицы Ai к треугольному виду, система (6) решается в квадратурах. Встречаются разрешимые нетреугольные системы. Однако если матрица Ai достаточно мала — таких систем нет. Поэтому справедлива следующая теорема: нетреугольные вполне интегрируемая система (6) с достаточно малыми по модулю матрицами Ai сильно неразрешима, её нельзя разрешить, даже если использовать ростки всех однозначных *L* – функций, имеющих аналитические множества особых точек, суперпозиции, мероморфные операции, интегрирования, дифференцирования и решения алгебраических уравнений. Понятно, что здесь нас будут устраивать только разрешимые системы, где объекты выражений (6) и (7) будут с условием «взаимопроникновения» (или условно будут «интегрированы») с выражением (5), с условием выполнения выражений (2) … (4) и что самое главное с учётом объектов проблемы уравнений Навье-Стокса. Вот и здесь по аналогии с проблемой P/NP имеет место некий регулятор — математический объект, который «действует» в «диапазоне» от неразрешимой задачи к разрешимой. Это достаточно трудная задача — найти оптимальную «комбинацию» выражений, которая даст эффект. Возможно исследования(наработки) по теме Д-энтропии (с возможностью определения процессов как микро, так и макро переменными), т. к. она обладает большой универсальностью: ведь основа её — детерминированность (здесь ещё, например, возможно задействовать известные Д-энтропийные уравнения движения из [1]), и О.А. Ладыженская также обращается к детерминированности — в конечном итоге всё это даст эффект.

В первом приближении, здесь раздутие M, возможно, как модель, рассматривать саму среду, относительно «увеличивающуюся» во время движения (которая связана с бесконечностью решений). Главным выражением (как «модератор»), должна стать формула (5) с отображением в точку (понятно, что её корректность должна обеспечиваться выражениями (1)… (4)),а к «наполнению» нужными объектами следует обратиться к выражениям (6) и (7), которые это и обеспечат, в смысле для существования «сильного решения». Возможно в матрицах выражения (7), совместно с Д-энтропийными уравнениями движения, могут быть представлены геометрические характеристики тела: моменты инерции/сопротивления в известных зависимостях. Заметим, что эти характеристики, как довольно известно, связаны с работой внутренних сил Wi тоже известной зависимостью (из курса сопромата) и работой внешних сил We. Кстати числа Бернулли, опосредованно входящие в класс Тодда выражений (1) и (5) — играют роль «просачиваемости» конкретного процесса, ведь сами числа Бернулли как известно из теории чисел сами «просочились из известного рекуррентного выражения.

Вышеуказанный подход подытожим в следующем алгоритме («инструментарии»):

1. Исходя из идеи О.А. Ладыженской и действуя по аналогии, т. е. с учётом рассмотрения детерминированности предложенных здесь объектов разделов математики, с нахождением их «точек соприкосновения», далее необходим этап, который будет иметь технический характер.

2. На основании приведённых здесь выражений из 2-ух разделов математики ((1) … (7)), имеющих весьма широкое математическое наполнение с объектами уравнений Навье-Стокса, необходимо произвести исследование гладкости с условием их «взаимопроникновения» этих обобщённых решений, в зависимости от гладкости данных с приведением нас к существованию и единственности т. н. «сильных решений».

3. Методикой технического характера можно воспользоваться (понятно чисто в плане аналогии) рекомендациями О.А. Ладыженской из [4].

В итоге имеем, что при «ослаблении» требований за счёт сопоставления разных математических объектов на основе их «взаимопроникновения», возможно именно с этим подходом «подобраться» к решению проблемы уравнений Навье-Стокса. Нужны разные подходы — потом появится возможность их сравнить на предмет эффективности.

Замечание

В последнее время формируется область исследований на основе «взаимопроникновения» (откуда и взят этот приём в данной статье) достижений в комбинаторной геометрии, топологии, алгебраической топологии, теории особенностей, дискретной математической физики и т. д.. И что самое главное топологической теории действия торов (тор-многообразий), весьма подходящая область исследования для нашего случая, в т.ч. совместно с Д-энтропийными из [1] уравнениями движения в контексте их универсальности. Ведь условно говоря тело, движущееся в среде, есть не только топологическая «картина» действия в торе, но и энергетическая с позиции Д-энтропийности. Отсюда вопрос — так ли уж неразвит «инструментарий», в смысле математический аппарат для решения именно проблемы уравнений Навье-Стокса?

Вывод

Рассматривая с позиции «взаимопроникновения» эти задачи тысячелетия, здесь интересен вопрос: возможно ли задачу уравнений Навье-Стокса перевести в NP-полную задачу? Их вышеописанные регуляторы в принципе позволяют рассматривать «диапазон» от неразрешимости до разрешимости или возвращаясь к энтропийной модели (в общем) — это «хаос» и «упорядоченность» соответственно (для «упорядоченности», понятно, что нужно задействование энергетических составляющих). Заметим, что в своей книге [9], посвящённой КЦК (Конформная Циклическая Космология) - Р. Пенроуз пишет вообще об энтропии следующее: «Строго говоря, второй закон термодинамики утверждает даже не то, что система будет обязательно развиваться в сторону увеличения беспорядка, а лишь то, что вероятность развития в таком направлении является преобладающей или даже подавляющей». Так вот сама сущность Д-энтропии (с энергетической «затратностью») однозначно усиливает это высказывание. Здесь уместно будет сформулировать следующую гипотезу.

Гипотеза: *рассматривая задачи тысячелетия — P/NP и уравнения Навье-Стокса в их «взаимопроникновении» с позиции определения Д-энтропии, (где уравнения Навье-Стокса есть NP-полная задача) с их соответствующими регуляторами, в контексте высказывания О.А. Ладыженской о детерминированности, обнаруживается, что эти регуляторы и определяют эту детерминированность, где существует «энергозатратность» всех их действий (с позиции Д-энтропии) т. е. для проблемы P/NP нет сложных задач, а все задачи относительно простые, в* *смысле P = NP и проблема уравнений Навье-Стокса решаема.*

Рассуждая в рамках проблем физики эволюции, в статье [10], отмечается, что процессы возникновения и эволюции обладают универсальностью. Здесь же, упоминается об одном интересном вопросе — есть ли обратный путь, позволяющий от знаний свойств и законов, определяющих верхнее иерархическое звено, приходить к законам, определяющим свойства динамики на нижних ступенях? Эту проблему однозначно может решить только мощный современный универсальный математический «инструментарий» (понятно, что действующий на основе «взаимопроникновения» разных разделов математики) и далеко не последнюю роль здесь будут играть гомологии и когомологии. Возвращаясь снова к книге [2], отметим, что, пока только гипотеза Ходжа постулирует глубокую связь между разделами математики: алгеброй, топологией и анализом (другая задача тысячелетия). В ней говорится о том, что форму любой обобщённой поверхности, задаваемой некими уравнениями, можно определить при помощи неких алгебраических циклов. Возвращаясь к вышеупомянутой проблеме из статьи [10], мы здесь имеем возможно гипотезу Ходжа — только наоборот (ещё не менее сложная задача). Но эта уже другая тема.

Список литературы

1. Сомсиков В.М. О природе динамической энтропии // /Проблемы эволюции открытых систем, 2015, вып. 17, Т. 1, с. 15- 25.

2. Стюарт И., Величайшие математические задачи, перевод с англ., М., Династия, 2015 с. 296 … 310, 390, 391.

3. Ишханов В.В., Лурье Б.Б., Фаддеев Д.К., Задача погружения в теории Галуа, М., Наука - 1990, с. 1-34.

4. Ладыженская О.А., Шестая проблема тысячелетия: уравнения Навье-Стокса, существование и гладкость// УМН, 2003, т. 58, вып.2(350), с.46, 47, 73, 74.

5. Тао Т., arxiv: 1402. 0290V2 [math.AP] 6 feb. 2014, Finite time blowup for an averaged three – Dimensional Navier – Stokes Eqation.

6. Фултон У., Теория пересечений, пер. с англ. В.И. Данилова, М., Мир, 1989, с.354-.375.

7. Четаев Н.Г., Теоретическая механика, М., Наука, 1987, с. 245, 246.

8. Хованский А.Г., Топологическая теория Галуа, М., МЦНМО, 2008, с. 281- 283.

9. Пенроуз Р., Циклы времени, новый взгляд на эволюцию Вселенной М., Бином, 2015, с. 18, 19.

10. Сомсиков В.М., К вопросам о путях развития эволюционной картины мира, ///Проблемы эволюции открытых систем, 2016, вып. 20, Т. 2, с. 7-13.

Принята в печать 06.09.17

В. В. Проняев

ООО «Цвет», Воронеж, Россия

e-mail: orion22@box.vsi.ru

К ВЗАИМОСВЯЗИ Д–ЭНТРОПИИ С ДВУМЯ ЗАДАЧАМИ ТЫСЯЧЕЛЕТИЙ: P/NP И УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА С ПОЗИЦИИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

Аннотация. Цель работы показать, что, опираясь на механику структурированных частиц (СЧ), модели системы материальных точек (МТ) и предложенное в ней понятие Д- энтропии, используя законы подобия, можно создать согласующуюся с физической картиной мира и математическую «картину». А также, что существует некий регулятор, каждый свой в соответствующих разделах математики, дающий надежду решить известные задачи тысячелетия: P/NP и уравнения Навье - Стокса. Далее, на основе последних наработок в уравнениях Навье-Стокса, предлагается новая логика с соответствующим Модельным предложением. Суть этого предложения состоит в следующем: за основу берётся приём, использующий законы подобия с привлечением математического аппарата, состоящим из таких разделов математики, как теория пересечений. Эта теория восходит к У. Фултону, к топологической теории

Галуа с разрешимостью и неразрешимостью уравнений в конечном виде, в контексте их «взаимопроникновения», в т.ч. и основных объектов проблемы уравнений Навье-Стокса для дальнейших исследований этой проблемы. Переходя к задаче тысячелетия P/NP, обосновывается, что класс P равен классу NP. Это исходит из определения С. Кука, что выбор задач часто не играет никакой роли. То есть, подразумевается, все NP-полные задачи существует на равных основаниях, при этом задействуется известная задача погружения в теорию Галуа. После, на основе анализа вышеуказанных выкладок по этим задачам тысячелетия, формулируется некоторая гипотеза, усиливающая известные высказывания О. А. Ладыженской по уравнениям Навье-Стокса, но уже с переносом на задачу P/NP и всё это в контексте основного свойства Д-энтропии.

Ключевые слова: Д-энтропия, пересечение, взаимопроникновение, погружения, спуск, подъём, регулятор.

В. В. Проняев
АҚЖ «Цвет», Воронеж, Ресей
e-mail: orion22@box.vsi.ru

Д–ЭНТРОПИЯНЫҢ ЕКІ ҒАСЫРЛАР МӘСЕЛЕСІМЕН БАЙЛАНЫСЫНА: P/NP ЖӘНЕ НАВЬЕ-СТОКС ТЕҢДЕУІ ЖҮЙЕЛІК ҚАРАСТЫРУ ТАРАБЫНАН

Аннотация. Жұмыстың мақсаты құрылымдықбөлшектер (ҚБ) механикасына, материалдық нүктелер жүйесіне және Д- энтропия түсінігіне негізделе отырып ұйқастық заңдылықтарын пайдаланып физикалық заңдылықтармен үйлесетін математикалық модель құрастыру,а болатынын көрсету. Сонымен қатар, математикалық тарауға сай ғасырлар мәселелері: P/NP және Навье – Стокс теңдеуінің шешілуіне үміт берер реттеуші бар екенін көрсету. Содан кейін Навье – Стокс теңдеуін шешудегі соңғыжетістіктерге негізделе отырып келесі Модельдіккөзқарастарға сай келетін жаңа логика ұсынылады. Оның мәні келесіде: негіз ретінде ұйқастық заңдылықтарын қолданатын математикалық аппарат алынады. Бұл теория У. Фултон, Галуаның топологиялық теорисынан шығады, соның ішінде негізгі объект ретінде Навье-Стокса теңдеуі алынған. P/NP ғасырлар мәселесіне келсек, класс P тең класс NP екенікөрсетіледі. Ол С. Кук анықтамасынан, яғни есептің таңдалынып алуының маңызы жоқ екендігінен шығады. Олдегеніміз, барлық NP-мәселелері бірдей дерлік ықтималдылықпен болатындығын көрсетеді, сонымен қатар Галуа теориясына еңгізу танымал мәселесі қолданылады. Осыдан, аталып өткен амалдарды саралай келе О. А. Ладыженскаяның Навье-Стокс теңдеуіне қатысты айтқанын тереңдете түсетін гипотеза айтылып, оны P/NP мәселесіне қолданады. Бұның бәрі Д-энтропияның негізгі қасиетіне сай жасалады.

Түйін сөздер: Д-энтропия, қиылысу, өзара ену, ену, түсу, көтерілу, регулятор.

V. V. Pronyaev
SLL "Zvet", Voronezh, Russia
e-mail: orion22@box.vsi.ru

TO INTERCOMMUNICATION D – ENTROPY FROM TWO PROBLEMS THOUSAND: P/NP AND EQUATION NAVIER-STOKES FROM POSITION SYSTEM APPROACH

Abstract. Aim given article perform, what support in mechanic structure the particles and offer in to her of D-entropy, use law similarity, it can be create concerted co physical picture pease and mathematical picture. Moreover, exist certain regulator, every it's in conformity party mathematical, permit still decide popular problem thousand: P/NP and equation Navier-Stokes.

Further in given article, at basic last works on problem equation Navier-Stokes, suggestion now logic from conformity Model proposal. Essence this is proposal consist in next: behind basic take method, employment lows similarity from attract mathematical apparat, consist from that

kind section mathematical how theory intersection rising to U. Fulton, topological theory Galua from soive and no soive equation in end sight, in context their mutualpenetrode in that kind basic principal problem equation Navier-Stokes for futher researhs. Cross to problem P\NP, substantiation what class P equally class NP. This is come from defemition of S.Cook that the choice a problem othen did not play any role that is it are meant that all NP-full problems existed with equal reason, at this involvement of a problem of immersings in the theory of Golois. After, in basic analiz higher computation on this problem thousand, formulate some hipotese, intensify certain statement O. A. Laduchensky on equality Navier-Stokes, but quite co moving in problem P\NP and all this in context basic property D-entropy. In general recive partly system approach.

Keywords: D-entropy, intersection, mutualpenetrode, immersings, lifting, descent, regulator.