

Ю.В. Архипов¹, А. Аскарулы¹, А.Б. Ашикбаева¹,
Д.Ю. Дубовцев¹, С.А. Сызганбаева¹, И.М. Ткаченко²

¹КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²Валенсийский политехнический университет, Валенсия, Испания

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЫ

Аннотация. В данной работе показаны результаты исследований динамических характеристик плотной частично вырожденной двухкомпонентной (водородной) полностью ионизованной плазмы. Для определения динамических структурных факторов такой плазмы (ДКП) предложен интерполяционный метод моментов, отличающийся от классического тем, что частотные моменты вычисляются из упрощенных соотношений. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с данными компьютерного моделирования. Диэлектрическая функция вычислена с использованием полученного ранее выражения для параметр-функции Неванлинны для плотной однокомпонентной плазмы, зависящей лишь от отношения моментов различных порядков. Поэтому в настоящей работе эта же модель использована для двухкомпонентной плазмы. Используя найденное выражение для диэлектрической функции плотной, частично вырожденной плазмы, исследована дисперсия и диссипация плазменных волн и показано, что в диапазоне длинных волн декремент затухания меньше частоты и поэтому существующие моды в плазме являются собственными. Предложенный метод расчета отличается от ранее использовавшихся отсутствием подгоночных параметров и требует для расчетов только знания параметров плазмы.

Результаты получены в широком диапазоне изменения параметров системы.

Ключевые слова: плотная плазма, метод моментов, коллективные процессы, динамические свойства.

Введение.

Значительный интерес к модели плазмы с высокой степенью сжатия, чему соответствует плотность электронов в плазме порядка 10^{24} см^{-3} , вызван по причине необходимости исследования материи в экстремальных условиях, встречающихся в различных астрофизических объектах. Из-за сложности экспериментов, проводимых для изучения свойств плотной плазмы, был разработан ряд методов математического (компьютерного) моделирования [1, 2]. Но исследования невозможны без теоретического осмысления и обоснования полученных экспериментальных (численных) данных. Основной задачей работы является описание динамических свойств плотных кулоновских систем с использованием интерполяционного метода моментов [3], позволяющего найти динамические характеристики изучаемых систем непосредственно через их статические характеристики. В данной работе мы предлагаем определить

последние, не решая уравнения Орнштейне-Цернике в гиперцепном приближении, а пользуясь для частотных моментов интерполяционными формулами, основанными на данных, найденных методом молекулярной динамики (МД).

Интерполяционный метод моментов для двухкомпонентной плазмы

Безразмерные параметры системы заряженных частиц:

а) параметр связи:

$$\Gamma = \frac{e^2}{ak_B T}, \quad (1)$$

который показывает соотношение межчастичной потенциальной энергии к тепловой энергии. Здесь T — температура, k_B — коэффициент Больцмана, $a = (3/4\pi n)^{1/3}$ — электронный радиус Вигнера-Зейтца, n — концентрация частиц ($n_e = n_i$);

б) параметр плотности-отношение среднего межэлектронного расстояния к борновскому радиусу

$$r_s = \frac{a}{a_B}. \quad (2)$$

Выражение для динамического структурного фактора для двухкомпонентной плазмы можно записать в следующем виде:

$$S_{ZZ}(k, \omega) = \frac{L(k, \omega)}{\pi\beta\varphi(k) \frac{(1-\exp(-\beta\hbar\omega))}{\beta\hbar\omega}}. \quad (3)$$

Здесь

$$\varphi(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}, \beta^{-1} = k_B T$$

$$L(k, \omega) = -\frac{\text{Im}\epsilon^{-1}(k, \omega)}{\omega}$$

функция потерь системы [4], где

$$\epsilon^{-1}(k, \omega) = 1 + \frac{\omega_p^2(\sqrt{2}\omega_1\omega + i\omega_2^2)}{\sqrt{2}\omega_1\omega(\omega^2 - \omega_2^2) + i\omega_2^2(\omega^2 - \omega_1^2)} \quad (4)$$

обратная диэлектрическая функция, которая является истинной функцией отклика и удовлетворяет соотношениям Крамерса – Кронига [4,5].

Частотные моменты $\omega_1^2(k)$ и $\omega_2^2(k)$ в (4) находятся как:

$$\omega_1^2 = \omega_1^2(k) = \omega_p^2 \left(\int_{-\infty}^{\infty} L(k, \omega) d\omega \right)^{-1},$$

$$\omega_2^2 = \omega_2^2(k) = \omega_p^{-2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 L(k, \omega) d\omega \right)^{-1}.$$

Функция потерь $L(k, \omega)$ удовлетворяет правилам сумм и другим точным соотношениям [4-6]. В общем случае, характерные частотные моменты $\omega_1^2(k)$ и $\omega_2^2(k)$ в (4) могут быть рассчитаны на основе теории линейного отклика Кубо [4-7], но здесь для простоты и в качестве надежного инструмента, мы используем следующие интерполяционные выражения [8,9]:

$$\omega_1^2(k) = \omega_p^2(1 + k^2 k_D^{-2} + k^4 k_q^{-4}), \quad (5)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_p^2(1 + H) + \langle v_e^2 \rangle k^2 + (\hbar k^2 / 2m)^2 - v_{int}^2 k^2. \quad (6)$$

Параметры представленные в (5) и (6) определены как:

$$k_q^4 = \frac{12 r_s M}{a^4 m}, v_{int}^2 = -\frac{4}{15} \frac{\Gamma^{\frac{3}{2}}}{\beta m} \left(\frac{A_1}{\sqrt{A_2 + \Gamma}} + \frac{A_3}{1 + \Gamma} \right) \text{ где } A_1 =$$

$$-0,9052, A_2 = 0,6322 \text{ и } A_3 = \frac{-\sqrt{3}}{2} -$$

$$\frac{A_1}{\sqrt{A_2}}, \omega_p, \langle v_e^2 \rangle, k_D^{-1}, m, M, - \text{ плазменная}$$

частота, среднеквадратичная тепловая скорость электрона, дебаевский радиус и массы электрона и протона. И наконец, вклад H связанный с электрон-ионным взаимодействием в плазме, определяется в рамках модифицированного приближения хаотических фаз [10] как $H = (4r_s/3)(3\Gamma + 4r_s/\Gamma + 4\sqrt{6r_s})^{-1/2}$ так, что

$$H(\Gamma \rightarrow 0) \cong 2\sqrt{r_s}\Gamma/3.$$

Ниже на рисунках 1-2 представлены графики динамических структурных факторов, приведенные к безразмерному виду $\frac{S_{ZZ}(k, \omega)}{S_{ZZ}(k, \omega=0)}$ в зависимости от безразмерной частоты $\frac{\omega}{\omega_p}$ и безразмерных параметров связи и плотности, для различных значений $q=ka$.

Как видно из рисунков, аналитические расчеты динамических структурных факторов, полученных в рамках интерполяционного метода моментов, показывают хорошее согласие с данными численного моделирования. Таким образом, предложенный метод позволяет количественно и качественно воспроизводить имеющиеся данные численного моделирования.

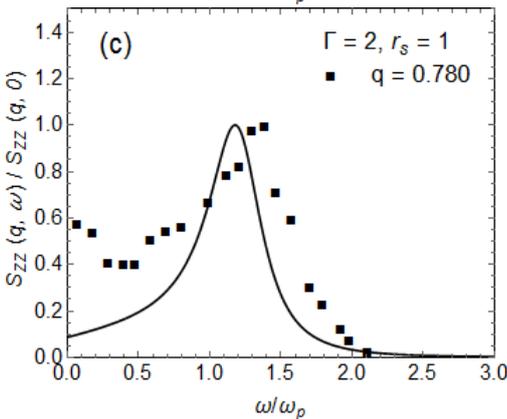
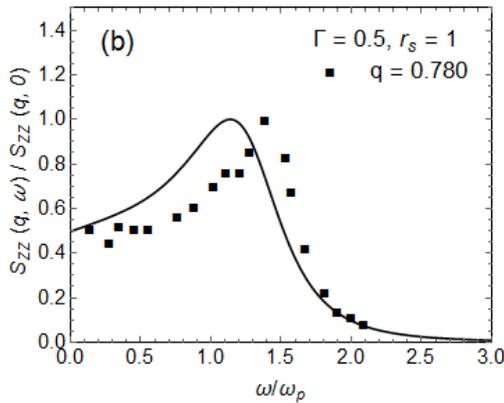
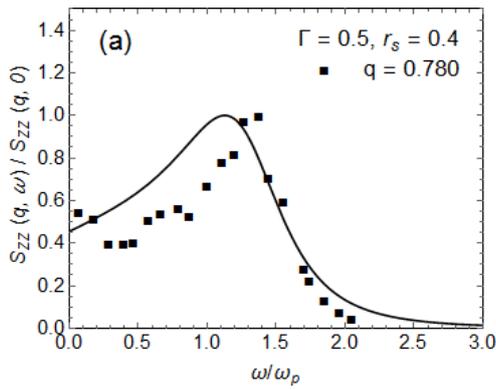
Дисперсия и диссипация волн в плотной плазме.

С использованием вышеописанного метода также были определены дисперсия и декремент диссипации плазмонов для плотной двухкомпонентной плазмы. Зависимость частоты от волнового вектора для таких волн находится из решении следующего уравнения:

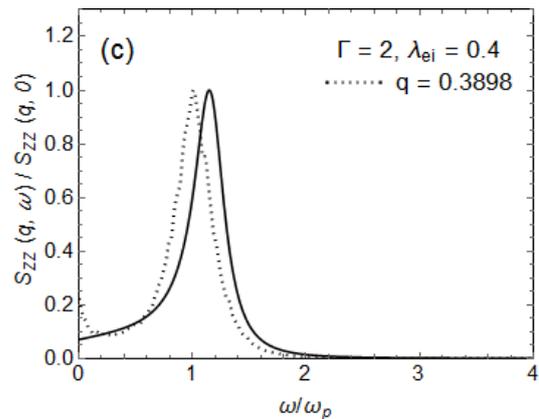
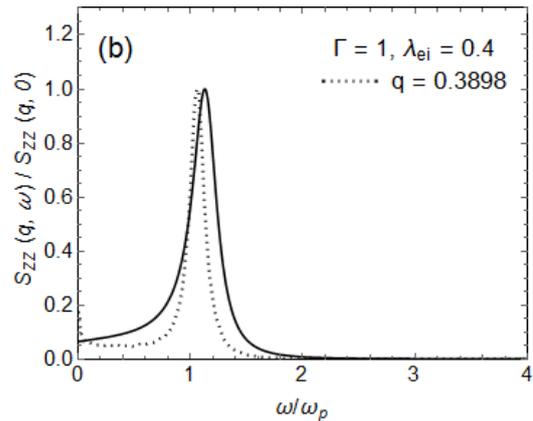
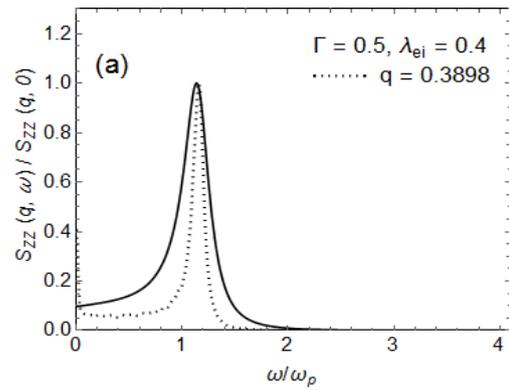
$$\sqrt{2}\omega_1 z(z^2 - \omega_2^2) + i\omega_2^2(z^2 - \omega_1^2) = 0. \quad (8)$$

Корни уравнения (7), $z = \omega(q) + i\delta(q)$, являются комплексными. Вещественная часть решения есть дисперсия коллективной моды, а мнимая часть $\delta(q) < 0$ представляет собой её декремент затухания. Видно, что $\omega(q) = \omega_p(1 + H) > \omega_p$.

Ниже на рисунках 3-4 показаны результаты расчетов дисперсии и декремента затухания ленгмюровских волн в плотной плазме.



Непрерывная линия получена методом моментов (3), кубики – результаты моделирования [1], $q=ka$.
Рисунок 1– Динамический структурный фактор в сравнении с данными компьютерного (численного) моделирования.



Непрерывная линия получена методом моментов (3), точки – результаты моделирования [2], $q=ka$.
Рисунок 2- Динамический структурный фактор в сравнении с данными компьютерного (численного) моделирования.

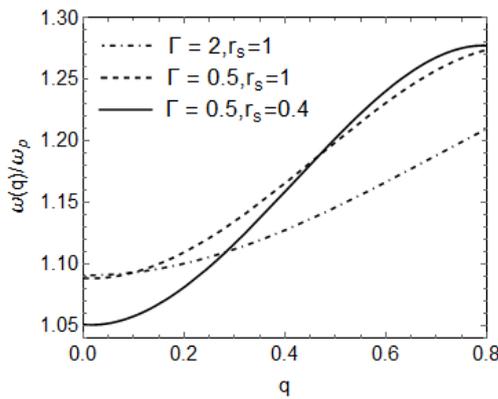


Рисунок 3 – Спектр ленгмюровских волн в плотной плазме при различных значениях параметров системы, $q=ka$.

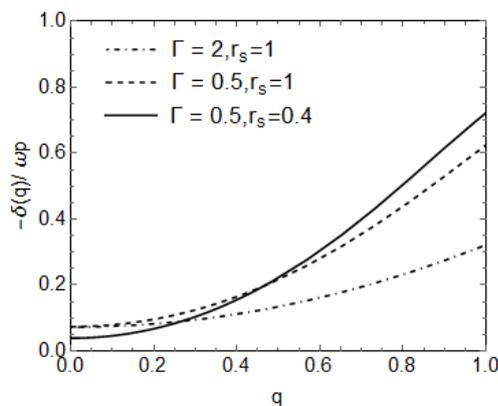


Рисунок 4 – Декремент затухания волн в плотной плазме при различных значениях параметров системы, $q=ka$.

Заключение.

Используемый математический метод позволяет теоретически описать электродинамические параметры плазмы, в частности, динамический структурный фактор (ДСФ) и предсказать его форму, т.е. свойства коллективных процессов в рассмотренной системе. Метод не содержит подгоночных параметров. Сравнение результатов с данными численного моделирования показало его физическую адекватность. Приведенные в статье данные о дисперсии и декременте затухания волн свидетельствуют о том, что ленгмюровская мода в интервале значений волнового вектора $q=ka$ от 0 до 1 является слабозатухающей, что соответствует данным других авторов [11].

Благодарности. Работа поддержана грантами Министерства образования и науки Республики Казахстан № 3119 / GF4 и3831/GF4

Список литературы

- 1J. P. Hansen, I. R. McDonald. Microscopic simulation of a strongly coupled hydrogen plasma. -PhysicalReviewAVolume 23, number 4 April 1981
- 2 Selchow A., Röpke G., Wierling A., Reinholz H., Pschiwul T., and Zwicknagel G. Dynamic structure factor for a two-component model plasma // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 64. – P. 056410
- 3 J. Ortner and I. M. Tkachenko, Phys. Rev. E, 63, 026403, 2001
- 4Yu. V. Arkhipov et al. Direct Determination of Dynamic Properties of Coulomb and Yukawa Classical One-Component Plasmas, Phys.Rev.Lett. 119, 045001 (2017); Igor M. Tkachenko, Yu.V. Arkhipov, A. Askaruly. *The Method of Moments and its Applications in Plasma Physics* (Lambert, Saarbrücken, 2012) 125 с. иссылки, содержащиеся в этой работе.
- 5 Yu. V. Arkhipov et al., Phys. Rev. Lett., - 119, 045001 (2017).
- 6 I. M. Tkachenko et al., Intl. EMMI Workshop on Plasma Physics at FAIR, Июль, 2016 на FAIR/GSI, Дармштат, Германия; Intl. Conf. Strongly Coupled Plasma Physics, Июль – Август, 2017, Киль, Германия.
- 7 Yu. V. Arkhipov et al., Phys. Rev. E 90 (2014) 053102; *ibid*, 91 (2015) 019903
- 8 V.M. Adamyan, I.M. Tkachenko, High Temp. 21 (1983) 307; V.M. Adamyan, I.M. Tkachenko, High Temp. 21 (1983) 307; J. Ortner, I.M. Tkachenko, Phys. Rev E 63 (2001), 026403, 1-11.
- 9 G. Chabrier, A. Y. Potekhin, Phys. Rev. E 58 (1998) 4941.
- 10M.J. Corbat'on, I.M. Tkachenko, International Conference on Strongly Coupled Coulomb Systems, Camerino, Italy, 2008, Book of Abstracts, p. 90.
- 11J.-P. Hansen, I. R. McDonald, E. L. Pollock, Phys. Rev. A, 11, 1025 (1975).

Принято в печать 16.10.2017

Ю.В. Архипов¹, А. Аскарулы¹, А.Б. Ашикбаева¹,
Д.Ю. Дубовцев¹, С.А. Сызганбаева¹, И.М. Ткаченко²

¹КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²Валенсийский политехнический университет, Валенсия, Испания

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЫ

Аннотация. В данной работе показаны результаты исследований динамических характеристик плотной частично вырожденной двухкомпонентной (водородной) полностью ионизованной плазмы. Для определения динамических структурных факторов такой плазмы (ДКП) предложен интерполяционный метод моментов, отличающийся от классического тем, что частотные моменты вычисляются из упрощенных соотношений. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с данными компьютерного моделирования. Диэлектрическая функция вычислена с использованием полученного ранее выражения для параметр-функции Неванлинны для плотной однокомпонентной плазмы, зависящей лишь от отношения моментов различных порядков. Поэтому в настоящей работе эта же модель использована для двухкомпонентной плазмы. Используя найденное выражение для диэлектрической функции плотной, частично вырожденной плазмы, исследована дисперсия и диссипация плазменных волн и показано, что в диапазоне длинных волн декремент затухания меньше частоты и поэтому существующие моды в плазме являются собственными. Предложенный метод расчета отличается от ранее использовавшихся отсутствием подгоночных параметров и требует для расчетов только знания параметров плазмы.

Результаты получены в широком диапазоне изменения параметров системы.

Ключевые слова: плотная плазма, метод моментов, коллективные процессы, динамические свойства

Архипов Ю.В.¹, Аскарулы А.¹, Ашикбаева А.Б.¹,
Дубовцев Д.Ю.¹, Сызганбаева С.А.¹, Ткаченко И.М.²

¹Аль-Фарабиатындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан

²Валенсия политехникалық университеті, Испания

ТЫҒЫЗ КУЛОНДЫҚ ПЛАЗМАНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Аннотация. Осы жұмыста біз жартылай өзгешеленген екі компонентті (сутегі) тығыз толықтай иондалған плазманың динамикалық сипаттамаларын зерттеу нәтижелерін ұсынамыз. Екі компонентті плазманың (ЕКП) динамикалық құрылымдық факторларын анықтау үшін интерполяцияланған момент әдісі қолданылған, бұл тәсілдің классикалық момент әдісінен ерекшелігі ол жиілік моменттерді жеңілдетілген қатынастармен есептелетіні болып табылады. Алынған нәтижелердің компьютерлік модельдеу деректерімен жақсы келісілгені көрсетілді. Диэлектрлік функция тығыз бір компонентті плазмадағы Неванлинна параметр функциясы үшін бұрынырақ алынған өрнектерден, яғни әртүрлі шамалы моменттердің қатынасы арқылы есептелген. Сондықтан, осы мақалада сол модель екі компонентті плазма үшін пайдаланылады. Тығыз, жартылай өзгешеленген плазманың диэлектрлік функциясы үшін табылған өрнектер арқылы, плазма толқындарының дисперсиясы және диссипациясы анықталған және де ұзын толқынды диапазонында сол толқындардың әлсіреу декременті жиіліктен аз екенін көрсетілгендіктен олар меншікті толқындар болып табылатыны да көрсетілген. Бұрынырақ қолданылған әдістерден осы жұмыста ұсынылған әдістің ерекшелігі

ол қиыстырып келтірген параметрді қолданбайтыны және де есептеулерді жүргізу үшін плазманың параметрлерін білу ғана қажет екені.

Жүйенің кең диапазонында өзгеретін параметрлерді қолданып нәтижелер алынған.

Түйін сөздер: тығыз плазма, момент әдісі, ұжымдық процесстер, динамикалық қасиеттер.

**Arkhipov Yu. V.¹, Askaruly A.¹, Ashikbayeva A. B.¹,
Dubovtsev D. Yu.¹, Syzganbayeva S. A.¹, Tkachenko I. M.²**
¹*Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Almaty, Kazakhstan;*
²*Polytechnic university of Valencia, Valencia, Spain*

DYNAMICAL PROPERTIES OF DENSE COULOMB PLASMAS

Abstract. In this paper we show the results of the investigation of dynamic characteristics of dense, partially degenerate, two-component (hydrogen), fully ionized plasma. In order to determine the dynamic structure factors of such a plasma (DSF), we proposed an interpolation method of moments, which differs from the classical method with fact that the frequency moments are calculated from the simplified relations. It is shown that the obtained results are in good agreement with the data of computer modeling. The dielectric function is calculated using the previously obtained expressions for the Nevanlinna-parameter function for a dense one-component plasm, which depends only on the ratio of the moments of different orders. Therefore, in the present work the same model is used for two-component plasma. Using the obtained expression for the dielectric function of dense, partially degenerate plasma, we investigated the dispersion and dissipation of plasma waves and had shown that in the range of long waves, the damping ratio and the existing mode in the plasma are the own. The proposed calculation method has no adjustable parameters and requires the knowledge of plasma parameters only.

The results are obtained in a wide range of system parameters.

Keywords: dense plasmas, method of moments, collective processes, dynamic properties