

Ю.В. Архипов<sup>1</sup>, А. Аскарулы<sup>1</sup>, А.Б. Ашикбаева<sup>1</sup>,  
А.Е. Давлетов<sup>1</sup>, И.М. Ткаченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы-Казахстан;

<sup>2</sup> Валенсийский политехнический университет, Валенсия, Испания

## ТОРМОЗНАЯ СПОСОБНОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

**Аннотация.** Исследована тормозная способность плотной многокомпонентной плазмы в отношении тяжелых релятивистских заряженных частиц. При этом проведены расчеты поляризационной тормозной способности плотной двух – и более компонентной плазмы по отношению к потоку тяжелых частиц, налетающих на систему со скоростями, достигающими 85% от скорости света. Подобные условия достигаются в современных экспериментах по протонографии. В данной работе тормозная способность вычисляется с использованием диэлектрической функции с эффективным зарядом, входящих в состав плазмы ионизованных ионов. В статье используется метод моментов, который не требует наличия малого параметра. Математические основы метода не зависят от величины потенциала межчастичного взаимодействия в равновесной плазме данный подход позволяет определять динамические характеристики по рассчитанным статическим. Последние были найдены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с помощью потенциала Дойча. Показано, что с ростом скорости тормозящихся частиц, роль релятивистских поправок в выражении для тормозной способности возрастает.

**Ключевые слова:** тормозная способность плазмы, метод моментов, бериллиевая многокомпонентная плазма, эффективный заряд, релятивистские частицы, кулоновская система, формула Неванлинны, функция потерь.

### Введение

В последнее время возникла проблема оценки энергетических потерь релятивистских протонов [1] и целью данной заметки является определение релятивистских поправок к асимптотической форме потерь энергии быстрыми частицами в неидеальной многокомпонентной плазме, найденными точными и модельными соотношениями метода моментов.

### Метод моментов

Использование метода моментов позволяет определить диэлектрические свойства кулоновской системы, используя несколько первых моментов функции потерь,

$$L(k, \omega) = -\frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon(\omega, k)}, \quad (1)$$

которые можно рассчитать, зная потенциал межчастичного взаимодействия и статические структурные факторы системы,  $S_{ab}(k)$ . Последние могут быть вычислены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [2].

Запишем формулу Неванлинны, определяющую диэлектрические свойства среды, в виде

$$\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2(z+Q)}{z(z^2 - \omega_2^2) + Q(z^2 + \omega_1^2)}. \quad (2)$$

Здесь  $\omega_1^2 = C_2(k)/C_0(k)$ ,  $\omega_2^2 = C_4(k)/C_2(k)$ , а  $Q(k, z)$  – такая функция класса Неванлинны, что

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (Q(k, z)/z) = 0, \operatorname{Im} z > 0. \quad (3)$$

Мы называем такую функцию функцией – параметром Неванлинны. Параметры  $C_\nu(k)$  определены как степенные частотные моменты четной функции потерь:

$$C_\nu(k) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^{\nu-1} \operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega) d\omega. \quad (4)$$

Вычисление моментов позволяет записать выражения для них в следующем виде.

$$C_0(k) = \frac{k_{De}^2}{k^2} S_{zz}(k), \quad k_{De}^2 = 4\pi n_e e^2 \beta, \quad (5)$$

где  $\beta^{-1} = k_B T$  – температура системы в энергетических единицах. В свою очередь  $S_{zz}(k)$  определяется как:

$$S_{zz}(k) = Z_e^2 S_{ee}(k) + Z_i^2 S_{ii}(k) - 2Z_i Z_e S_{ei}(k), \quad (6)$$

здесь  $Z_e, Z_i$  – зарядовые числа электроном и ионов. Если межчастичное взаимодействие отличается от кулоновского и описывается эффективным потенциалом, второй частотный момент функции потерь, согласно правилу  $f$ -сумм [3], остается неизменным; он равен квадрату плазменной частоты системы  $\omega_p$ :

$$C_2 = \omega_p^2. \quad (7)$$

Выражение для четвертого правила сумм с Фурье-образом эффективного потенциала межчастичного взаимодействия

$$\Phi_{ab}(q) = \frac{4\pi e^2}{q^2} \zeta_{ab}(q), \quad \zeta_{ab}(q) = \zeta_{ba}(q), \quad (8)$$

(в частности для потенциала Кулона форм-фактор  $\zeta_{ab}(q) = Z_a Z_b$ ,  $a, b = e, i$ ) запишется следующим образом

$$C_4(k) = \omega_p^4 (\zeta_{ab}(k) + K(k) + U(k) + H). \quad (9)$$

Здесь

$$K(k) = \frac{\langle v_e \rangle^2 k^2}{\omega_p^2} + \left( \frac{\hbar}{2m} \right)^2 \frac{k^2}{\omega_p^2}, \quad (10)$$

$$H = \omega_p^4 \left( -\frac{1}{6\pi^2 n_e} \int_0^\infty q^2 S_{ei}(q) \zeta_{ei}(q) dq \right), \quad (11)$$

$$U(k) = (1/2\pi^2 n) \int_0^\infty p^2 [S_{ee}(p) - 1] f(p, k) dp, \quad (12)$$

$\langle v_e \rangle^2$  – квадрат средней тепловой скорости электронов,  $m$  – их масса,  $\hbar$  – постоянная Планка,

$$f(p, k) = 5/12 - (p^2/4k^2) + \frac{(k^2 - p^2)}{8pk^3} \ln \left| \frac{p+k}{p-k} \right|.$$

### Энергетические потери релятивистских частиц

В 1930 г. Бете вывел формулу для потерь энергии быстрой частицей, предполагая, что атомы среды ведут себя как квантово-механические осцилляторы [4]. Позже, Ларкин [5] показал, что в случае, когда быстрые ионы пронизывают электронный газ, применима аналогичная формула, но с заменой средней частоты возбуждения на плазменную частоту.

В [6] было показано, что в полностью ионизованной водородной плазме со слаботухающей коллективной, ленгмюровской,

модой, плазменная частота в кулоновском логарифме должна быть заменена значением частоты моды  $\omega_L(k)$  в длинноволновом приближении,  $\omega_L(0) = \omega_p \sqrt{1+H}$ :

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{v \rightarrow v_F} \left( \frac{Z_p e \omega_p}{v} \right)^2 \ln \frac{2m v^2}{\hbar \omega_p \sqrt{1+H}}, \quad (13)$$

где  $Z_p e$  и  $v$  – заряд и скорость налетающей частицы.

Поправка, введенная в асимптотику Бете-Ларкина, может иметь дальнейшее практическое значение, особенно, с учетом результатов работы [7], в которой был рассмотрен рост тормозной способности плазмы в связи с увеличением ее плотности. Она также позволит непосредственно исследовать корреляционные эффекты в плазме с высокой плотностью энергии, например, в плазме, изучаемой в астрофизике и физике космоса, в плазме внутренних слоев планет, в плазме инерциального синтеза, металлов и, в целом, в плазме конденсированного состояния вещества.

Релятивистские поправки к формуле Линдхарда изучались в [8] и, учитывая каноническое решение рассматриваемой задачи моментов, энергетические потери релятивистских частиц можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{-dE}{dx} \Big|_{v \rightarrow c} ; \left( \frac{Z e \omega_p}{v} \right)^2 \ln \frac{2m v^2}{\hbar \omega_p \sqrt{1+H}} + \\ & + \left( \frac{Z e \omega_p}{c^2} \right)^2 \int_{\frac{\omega_p \sqrt{1+H}}{v}}^{\frac{2mv}{\hbar}} \frac{dk}{k^3} \frac{\omega_2^2(k) \left( 1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 v^2} \right) (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k))^2}{\Omega^4(k) + \left( \frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Im} Q(k, \omega_2(k))}{|Q(k, \omega_2(k))|^2} \right)^2}, \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Omega^2(k) = & \omega_p^2 + (\omega_2^2(k) - \omega_1^2(k)) \left( 1 - \frac{\omega_2^2(k)}{k^2 c^2} \right) + \\ & + \frac{\omega_p^2 \omega_2(k) \operatorname{Re} Q(k, \omega_2(k))}{|Q(k, \omega_2(k))|^2}. \end{aligned}$$

Предложенный таким образом метод вычисления тормозной способности релятивистских частиц может быть обобщен и на более сложные системы. Рассмотрим в качестве многокомпонентной среды бериллиевую плазму. Такая плазма хорошо изучена и проанализирована в работах

наших отечественных и зарубежных коллег [9]. Используя данные по исследованию состава бериллиевой плазмы, и диэлектрический формализм метода моментов, рассчитаны релятивистские поправки к формуле Линдхарда. Как известно, учет многокомпонентности среды может быть учтен различными способами. С одной стороны поляризационное торможение протона может вычисляться последовательно, с использованием соответствующих компонентам плазмы парциальных диэлектрических функций [10]. С другой стороны торможение может вычисляться с использованием диэлектрической функции с эффективным зарядом, входящих в состав плазмы ионизованных ионов [11]. В этом случае заряд иона  $Z_i$  заменяется на эффективный заряд  $Z_{eff}$ . Таким образом мы можем учесть, что, в зависимости от условий задачи, в бериллиевой плазме могут содержаться как одно-, так двух-, трех- и четырехкратно ионизованные ионы, что и составляет многокомпонентность кулоновской системы.

В свою очередь эффективный заряд ионов вычисляется по формуле

$$Z_{eff} = \sum_{j=1}^4 \frac{N_j Z_j}{N}, \quad (15)$$

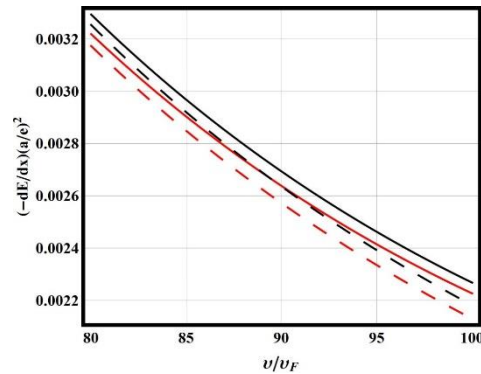
где  $N_j$  – число ионов  $j$  – кратно ионизованных,  $Z_j$  соответственно его заряд, а  $N$  – полное число частиц в системе.

На рисунках 1-2, представлены результаты численного анализа тормозной способности плазмы по релятивистской формуле (14) в сравнении с модифицированной формулой Бете-Ларкина, учитывающие коллективные взаимодействия и многокомпонентность нерелятивистской плазмы мишени (13).

Верхние две линии представляют собой результаты вычислений для тормозной способности водородной плазмы, а нижние две кривые – для бериллиевой.

Из графиков видно, что торможение релятивистских частиц в двухкомпонентной плазме зачастую осуществляется сильнее, чем в многокомпонентной. По видимому, это может быть обусловлено меньшей связью электронов в атомах в водородной плазме.

Видно также, что с ростом скорости релятивистские поправки в (14) оказывают более сильное влияние на торможение тяжелых частиц.

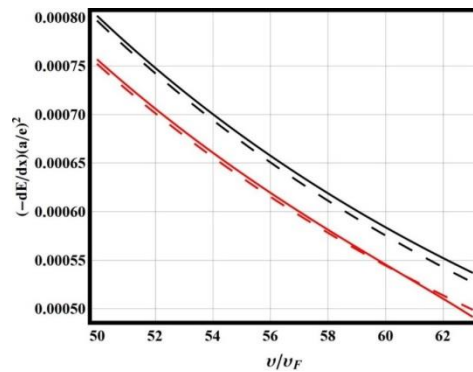


Верхние две линии – водородная плазма, нижние две линии – 2-, 3- и 4-кратно ионизованная бериллиевая плазма.

Сплошные линии – (14), пунктирные линии – (13).

$$T = 20 \text{ эВ}, \Gamma = 0.83, r_s = 1.63$$

Рисунок 1 – Тормозная способность водородной и 1- и 2-кратно ионизованной бериллиевой плазмы.



Верхние две линии – водородная плазма, нижние две линии – 2-, 3- и 4-кратно ионизованная бериллиевая плазма.

Сплошные линии – (14), пунктирные линии – (13).

$$T = 100 \text{ эВ}, \Gamma = 0.24, r_s = 1.13$$

Рисунок 2 – Тормозная способность водородной и 2-, 3- и 4-кратно ионизованной бериллиевой плазмы.

### Заключение

В работе, методом моментов исследована поляризационная тормозная способность неидеальной двух- и более компонентной плазмы по отношению к потоку прото-

нов или еще более тяжелых частиц, налетающих на систему со скоростями, достигающими 85% от скорости света. Подобные условия достигаются в современных экспериментах по протонографии.

Проведены расчеты поляризационной тормозной способности релятивистских частиц в многокомпонентной системе. Показано, что в такой среде при малых значениях параметра связи торможение уменьшается по сравнению с торможением в водородной плазме.

**Благодарности.** Работа поддержана грантами Министерства образования и науки Республики Казахстан № 3119 / GF4 и 3831/GF4.

### Список литературы

1. Mintsev V.B. et al. Proton radiography of non-ideal plasma // 14th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas – Rostock; Germany, 2012. – P. 31
2. Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Voronkov V.V., Davletov A. E., Tkachenko I.M. Static structural properties of nonideal plasmas // Международная научная конференция «Актуальные проблемы современной физики». – Алматы, 2013. – С. 171
3. Tkachenko I.M., Arkhipov Yu.V., Askaruly A. The method of moments and its applications in plasma physics. – Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2012. – 125 p
4. Bethe H. Zur Theorie des Durchgangsschneller Korpuskularstrahlendurch

Materie [Theory of the Passage of Fast Corpuscular Rays Through Matter] // Ann. Physik – 1930. – Vol. 397. – P. 325-400

5. Ларкин А.И. Прохождение частиц через плазму // ЖЭТФ. – 1959. – Т. 37. – С. 264

6. Ballester D. and Tkachenko I. M. Fast-projectile stopping power of quantal multicomponent strongly coupled plasmas // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 101. – P. 075002

7. Belyaev G. et al. Measurement of the Coulomb energy loss by fast protons in a plasma target // Phys. Rev. E. – 1996. – Vol. 53. – P. 2701-2707

8. Starikov K.V. and Deutsch C. Stopping of relativistic electrons in a partially degenerate electron fluid // Phys. Rev. E. – 2005. – Vol. 71. – P. 026407

9. Kuhlbrodt S., Holst B., and Redmer R. COMPTRA04 – a Program Package to Calculate Composition and Transport Coefficients in Dense Plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2005. – Vol. 45. – No. 2. – P. 73-88

10. Peter Th., Meyer-ter-Vehn J. Energy loss of heavy ions in dense plasma. I. Linear and non-linear Vlasov theory for the stopping power // Phys.Rev.A. – 1991. – Vol.43. – P.1998-2014

11. Адамян С.В., Ткаченко И.М. Динамические корреляции в модельных ионных системах // Украинский физический журнал – 1991. – Т. 36. – № 9. – С. 1336-1340

*Принята в печать 25.09.2017*

**Ю.В. Архипов<sup>1</sup>, А. Аскарұлы<sup>1</sup>, А.Б. Ашиқбаева<sup>1</sup>,  
А.Е. Давлетов<sup>1</sup>, И.М Ткаченко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы-Казахстан;*

<sup>2</sup> *Валенсийский политехнический университет, Валенсия, Испания*

### ТОРМОЗНАЯ СПОСОБНОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

**Аннотация.** Исследована тормозная способность плотной многокомпонентной плазмы в отношении тяжелых релятивистских заряженных частиц. При этом проведены расчеты поляризационной тормозной способности плотной двух – и более компонентной плазмы по отношению к потоку тяжелых частиц, налетающих на систему со скоростями, достигающими

85% от скорости света. Подобные условия достигаются в современных экспериментах по протонографии. В данной работе тормозная способность вычисляется с использованием диэлектрической функции с эффективным зарядом, входящих в состав плазмы ионизованных ионов. В статье используется метод моментов, который не требует наличия малого параметра. Математические основы метода не зависят от величины потенциала межчастичного взаимодействия в равновесной плазме. Данный подход позволяет определять динамические характеристики по рассчитанным статическим. Последние были найдены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с помощью потенциала Дойча. Показано, что с ростом скорости тормозящихся частиц, роль релятивистских поправок в выражении для тормозной способности возрастает.

**Ключевые слова:** тормозная способность плазмы, метод моментов, бериллиевая многокомпонентная плазма, эффективный заряд, релятивистские частицы, кулоновская система, формула Неванлинны, функция потерь.

Ю.В.Архипов<sup>1</sup>, Ә. Асқарұлы<sup>1</sup>, Ә.Б.Ашықбаева<sup>1</sup>,  
А.Е.Давлетов<sup>1</sup>, И.М. Ткаченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Аль-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан;

<sup>2</sup>Валенсия политехникалық университеті, Испания

## ТЫҒЫЗ ПЛАЗМАДАҒЫ ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕРДІҢ ЭНЕРГЕТИКАЛЫҚ ШЫҒЫНЫ

**Аннотация.** Тығыз көпкомпонентті плазманың ауыр релятивистік зарядталған бөлшектерге қатысты тежелу қабілеті зерттелді. Ол үшін екі немесе көпкомпонентті плазманың, жарық жылдамдығының 85%-на жететін жылдамдықтағы жүйеге кіретін ауыр бөлшектер ағынына қатысты поляризациялық тежелу қабілетіне есептеулер жүргізілді. Мұндай жағдайлар протонографияның заманауи эксперименттерінде орындалады. Бұл жұмыста тежелу қабілеттілігі иондалған иондар плазмасының құрамына кіретін эффективті заряды бар диэлектрик функцияны қолдана отырып есептеледі. Мақалада аз параметрді қажет етпейтін моменттер әдісі қолданылады. Әдістің математикалық негізі тепе-теңдіктегі плазманың бөлшек аралық әсерлесу потенциалы шамасына тәуелді емес және берілген жуықтау статикалық есептеулер бойынша динамикалық сипаттамаларды анықтауға мүмкіндік береді. Соңғысы Дойч потенциалы арқылы гипертізбекті жуықтауда Орштейн – Цернике теңдеуінің шешімінен анықталды. Тежелуші бөлшектердің жылдамдықтарының өсуімен тежелу қабілеттілігінің өрнегіндегі релятивистік түзетулердің ролі өсетіні көрсетілді.

**Түйін сөздер:** плазманың тежелу қабілеті, моменттер әдісі, бериллий көпкомпонентті плазмасы, эффективті заряд, релятивистік бөлшектер, кулондық жүйе, Неванлинн формуласы, шығын функциясы.

Yu.V.Arhipov<sup>1</sup>, A.Askaruly<sup>1</sup>, A.B.Ashikbayeva<sup>1</sup>,  
A.B.Davletov (1), I.M.Tkachenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Almaty, Kazakhstan;

<sup>2</sup>Polytechnic university of Valencia, Valencia, Spain

## ENERGY LOSS OF CHARGED PARTICLES IN DENSE PLASMA

**Abstract.** The stopping power of a dense multicomponent plasma with reference to heavy relativistic charged particles is studied. Calculations of the polarization stopping power of a dense two- and more-component plasma due to the flow of heavy projectile particles with velocities reaching 85% of the speed of light were carried out. Similar conditions are achieved in modern experiments

on protonography. In this paper, the stopping power is calculated using a dielectric function with an effective charge that is part of the plasma of ionized ions. The article uses the method of moments, which does need any small parameter. The mathematical basis of the method does not depend on the magnitude of the interparticle interaction potential in an equilibrium plasma, and this approach allows one to determine the dynamic characteristics from the calculated static ones. The latter were found from the solution of the Ornstein-Zernike equation in the hypernetted chain approximation with the aid of the Deutsch potential. It is shown that the role of relativistic corrections in the expression for the stopping power increases with the speed of the decelerating particles.

**Keywords:** plasma stopping power, method of moment, beryllium multicomponent plasma, effective charge, relativistic particles, Coulomb system, Nevanlinna formula, loss function.