

Бейсебаева А.С., Хохлов С.А.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,

Алматы, 050040, Казахстан

\*E-mail: [Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz](mailto:Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz)

## ИНФОРМАЦИОННО-ЭНТРОПИЙНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЕРЕМЕННЫХ ЗВЕЗД

**Аннотация.** Работа посвящена разработке методов компьютерного моделирования определению энтропийных характеристик сигналов от астрофизических объектов. Показана возможность описания мультифрактальных свойств астрофизических сигналов. Данная работа посвящена исследованию метода построения энтропийно-метрической диаграммы для описания состояния переменных звезд и определены количественные характеристики, различающие типы переменных звезд (типа Мира Кита, эруптивные переменные, симбиотические переменные и другие). Показано возможность теоретической, количественной классификации переменных звезд, детализация и раскрытия новых физических закономерностей, дополняющих диаграмму Герцшпрунга-Ресселя. Показано, что предлагаемый новый метод позволяет количественно классифицировать различные типы переменных звезд по временному ряду их блеска: цефеид, затменно-переменных звезд, красных гигантов, белых карликов, объектов главной последовательности звездной диаграммы и т.д.. Строя такую зависимость для сигналов различной природы, можно классифицировать их по количественным критериям стохастичности, самоподобия, самоаффинности, регулярности, самоорганизации, и на основании этого делать выводы о физической природе соответствующих астрофизических процессов.

**Ключевые слова:** Информация, энтропия, переменные звезды, метрика – топологические характеристики, кривая блеска, энтропийно-метрическая диаграмма, классификация.

### Введение

При исследовании переменных звезд существует ряд проблем, которые до сих пор остаются актуальными. Среди них можно выделить проблему классификации.

В настоящее время практически не существуют количественные расчеты энтропии для астрофизических объектов, и в редких только случаях для хорошо изученных объектов, как звезды [1-2] рассчитывается энтропия Больцмана.

### Методика анализа структур

Новые методы нелинейного анализа можно применить, в первую очередь, к переменным звездам, что связано с целым рядом факторов. Так, многие определения расстояний во Вселенной основываются на обнаруженных у переменных звезд закономерностях, связывающих их с нелинейными физическими характеристиками. Их изучение дает также неисчерпаемый материал для понимания природы

строения звезд. При этом с течением времени проблемы, связанные с классификацией переменных звезд, становятся все сложнее: выясняется взаимосвязь различных типов переменности, в то же время нередко возникает необходимость отнесения одного и того же объекта сразу к нескольким типам переменности, поскольку они определяются разными физическими причинами. Необходимы теоретические, более точные количественные методы классификации переменных звезд.

В данной работе за основу берем разработанный в статье [3] метод энтропийного анализа. Авторами выдвигается идея поиска энтропии и ее нормы исходя от особенностей изучаемого процесса как фрактального, перемежаемого явления. Таким является череда пустот и нитей кривой блеска переменных звезд. Кроме того появляется возможность интерпретации полученных результатов в рамках теории самоорганизации, как эволюцию открытой системы [4-6].

Информация  $I_i$ , приобретаемая при рождении (уничтожении) структуры с вероятностью  $P_i$ , представляется в виде:

$$I_i = -\ln P_i \quad (1)$$

а ее среднее значение дает информационную энтропию (меру неопределенности)

$$S = -\sum_{i=1}^n P_i \ln P_i \quad (2)$$

Энтропию хаотических сигналов можно определить мультифрактальной спектральной функцией [7]

$$f(\alpha(q=1)) = \alpha(q=1) = D_{q=1} = S = I_2^*, \quad (3)$$

где  $q$  - порядок мультифрактального момента,  $\alpha(q)$  - фрактальная размерность ячейки (структуры с минимальным масштабом  $\delta$ ),  $f(\alpha(q))$  - фрактальная размерность множества ячеек с характеристикой  $\alpha(q)$ ,  $D_q$  - обобщенная, мультифрактальная размерность.

Энтропия  $S = I_2^*$ , определяемая по формуле (2), характеризует однородное множество без перемежаемости ( $q=1$ ), т.е. соответствует состоянию самоподобия. Для произвольных значений  $q$  запишем формулу (1) в виде:

$$f/f_{\max} = \alpha/\alpha_{\max} = S = I_1^*, \quad (4)$$

где  $\alpha_{\max}$  - максимальное значение  $\alpha$ ,  $I_1^*, I_2^*$  - наблюдаемые значения энтропии, соответствующие самоаффинным и самоподобным состояниям.

Информационная энтропия является метрической и топологической характеристикой. Чтобы количественно описать ее закономерности необходимо воспользоваться еще другой, например, чисто метрической характеристикой. Для этого воспользуемся наиболее общей количественной характеристикой, однозначно описывающей различие форм кривых [8]:

$$K_{x_i, x_j}^{p, q} = \frac{\left(\langle |x_i|^p \rangle\right)^{1/p} \left(\langle |x_j|^q \rangle\right)^{1/q}}{|x_i x_j|}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1. \quad (5)$$

Значения  $p=q=2$  соответствуют топологической размерности евклидовой поверхности.

Можно использовать  $p = D_n > 1$ , где  $D_n$  — фрактальная размерность кривой  $x_i(t)$ , которая может быть самоподобной или самоаффинной в определенных интер-

валах масштабов измерения. Значения  $p = D_n > 1$  соответствуют более нерегулярному, быстрому изменению  $x_i(t)$  относительно  $x_j(t)$ .

### Результаты численного анализа временного ряда переменных звезд

Исследования проводились на базе данных об изменении блеска переменных звезд различных типов, представленных на сайтах

<http://www.kuastro.kyoto-u.ac.jp/vsnet/>; <http://www.aavso.org/data/download/>.

Был исследован 21 тип переменных звезд, лежащих выше и ниже главной последовательности диаграммы Герцшпрунга-Рессела.

На рисунке 1 представлена значение энтропии Шеннона ( $S/S_{\max}$ ). Сплошными кривыми представлена теоретическая картина эволюции энтропии с изменением управляющего параметра (обобщенной метрической характеристики) системы. Затменные переменные типы  $EA, EB, EW, Ell$  встречаются практически во всех областях, так как они являются двойными системами, у которых компоненты периодически проходят друг перед другом, поэтому их блеск может меняться в широком интервале. У пульсирующих переменных (типы  $SR, SRD, SRB, M, LB, RRAB, CEP, DSCT, RRC$ ) колебания яркости обусловлены расширением и сжатием внешних слоев. Эти переменные звезды являются гигантами и сверхгигантами (сильными неоднородностями), которые дошли до устойчивой стадии в своей эволюции. Поэтому они ближе к равновесным системам и располагаются в верхней, правой части диаграммы, где энтропия и неоднородность больше. Долгопериодические переменные звезды типа Миры Кита и неправильные переменные поздно спектральных классов попадают в область самоподобия и самоаффинности  $S/S_m \in [I_1, I_2]$ , так как они имеют закономерную, самоорганизованную структуру. В область неоднородности попадают эруптивные переменные ( $RS, UG, BY, NA, UV, RCB, NL$ ) которые имеют более низкие значения энтропии и находящиеся на ранних стадиях эволюции, обычно они являются слабыми звездами, извергаю-

щими массу. Под эруптивными переменными подразумеваются звезды, меняющие блеск вследствие активных процессов и вспышек, происходящих в их хромосферных и корональных областях.

Информационная энтропия позволяют более наглядно обнаруживать закономерности масштабнo-инвариантных свойств сигналов и данные группируются в областях диаграммы, соответствующих их физической природе.

Можно заключить что, самоорганизованными системами являются звезды только главной последовательности, практически не меняющие своего блеска и находящиеся на основной стадии своей эволюции. Видимо, радиоизлучение переменных звезд также обладает этими закономерностями.

Предлагаемая нами энтропийно-метрическая диаграмма для переменных звезд построена как зависимость энтропии от коэффициента аффинности (неоднородности, сложности), используется изменение звездной величины как функции времени, полученная диаграмма классифицирует звезды по количественным критериям стохастичности, самоподобия, самоаффинности, регулярности, самоорганизации.

Далее были исследованы следующие объекты: *OmiCet*, *ZAnd*, *GKPer*, *ZCam*, *R CrB*, время наблюдения с 1950 до 2010 г. Для временных рядов блеска выше перечисленных исследуемых объектов были вычислены значения энтропии, соответствующие состоянию самоподобия  $I_2^*$  и состоянию самоаффинности  $I_1^*$ , а также обобщенная метрическая характеристика  $K_{x,t}^{2,2}$ .

Из рисунков видно, что объект *OmiCet* – переменная звезда типа Миры Кита располагается на энтропийно-метрической диаграмме в области шумоподобия. Этот объект является долгопериодической переменной звездой-гигантом с амплитудами более 2,5 звездной величины (до 5 – 7 звездных величин и больше), с хорошо выраженной осцилляцией, с периодами, заключенными в пределах приблизительно от 80 до 1000 сут, имеющие характерные эмиссионные спектры поздних спектральных классов (*Me*, *Ce*, *Se*). Объект *Z Cam*, переменные типа *Z* Жирафа лежат на энтропийно-метрической

диаграмме в области шумоподобия. Эти объекты показывают циклические вспышки, но в отличие от переменных типа *UGSS* иногда после вспышки не возвращаются к первоначальному блеску, а в течение нескольких циклов сохраняют звездную величину, промежуточную между максимальной и минимальной. Значения циклов заключены в пределах от 10 до 40d, амплитуды изменения блеска - от 2 до 5m V. Этим типам характерно то, что они обладают циклическостью, тенденцию к равновесию. Объект *Z And* – симбиотические переменные звезды типа *Z* Андромеды на энтропийно-метрической диаграмме лежат в верхних областях самоподобия. Они являются тесными двойными, состоящие из горячей звезды, звезды позднего спектрального класса и протяженной оболочки, возбуждаемой излучением горячей звезды. Суммарный блеск системы испытывает неправильные изменения с амплитудой до 4mV. Из рисунка 3 видно, что в область самоподобия попадают объект *GKPer*, который является ярким новой звездой 1901 года. Быстрые Новые, характеризующиеся быстрым подъемом блеска и уменьшающие блеск после достижения максимума на 3m за 100 или меньше дней. В этой тесной двойной системы, извержения происходят из-за взрывного ядерного горения, на поверхности белого карлика, материально преобразованного, из красного карлика. По физической сути двойные системы должны относиться к самоорганизованным системам, что соответствует предлагаемой теоретической классификации. Объект *R* Северной Короны (*R CrB*) находится на энтропийно-метрической диаграмме в области самоаффинности и неоднородности. Бедные водородом, богатые углеродом и гелием звезды высокой светимости спектральных классов *Vpe-R*, одновременно являющиеся эруптивными и пульсирующими.

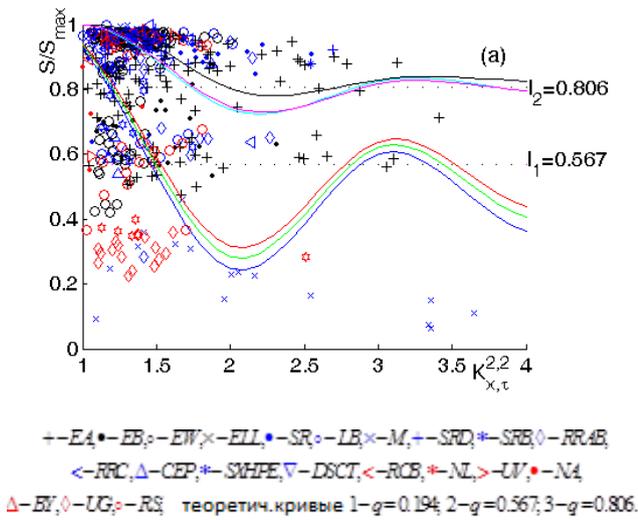


Рисунок 1 - Энтропийно-метрические диаграммы кривых блеска переменных звезд по данным [9; 10]

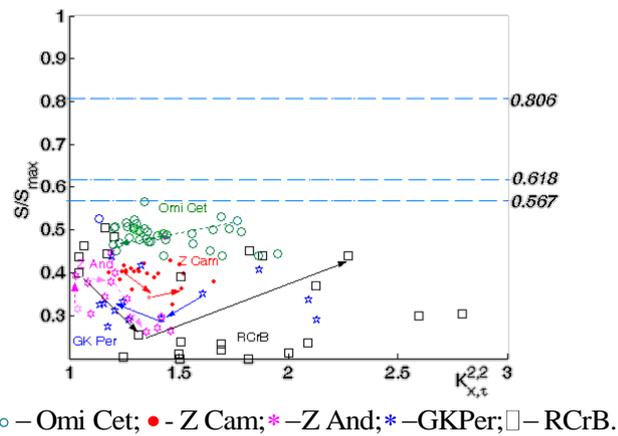


Рисунок 2 – Энтропийно-метрическая диаграмма кривых блеска переменных звезд по данным [10] (для нормированной энтропии Шеннона)

Характеризуются медленными непериодическими ослаблениями блеска с амплитудами от 1 до 9m V, продолжающимися от нескольких десятков до сотен дней. На эти изменения накладываются циклические пульсации с амплитудой до нескольких десятых звездной величины и периодами от 30 до 100d. Эти редкие сверхгигант звезды имеют богатую атмосферу углерода. Они проводят большую часть своего времени в максимуме блеска, но через регулярные промежутки времени быстро увядают от 1 до 9 величины. В этом случае мы опять имеем соответствие с теорией: проявление неоднородно-

сти – признак теоретических типов самоаффинных и неоднородных звезд.

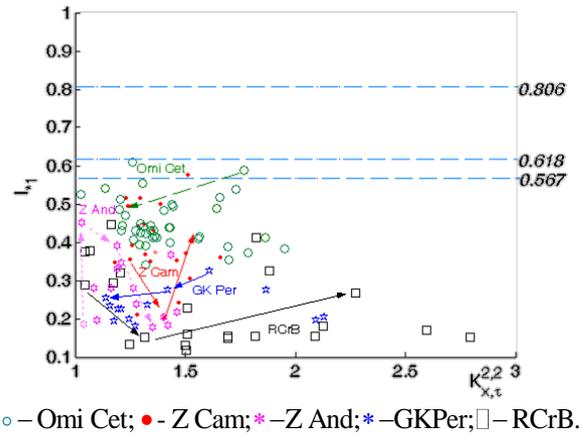


Рисунок 3 – Энтропийно-метрическая диаграмма кривых блеска переменных звезд по данным [10] (для энтропии самоаффинности)

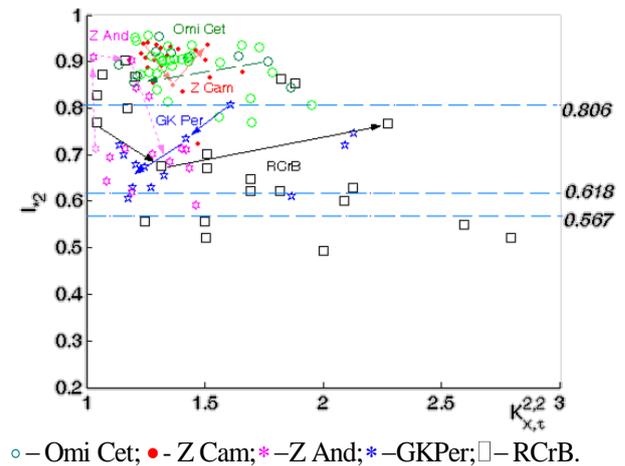


Рисунок 4 – Энтропийно-метрическая диаграмма кривых блеска переменных звезд по данным [10] (для энтропии самоподобия)

**Заключение**

В настоящей работе показана возможность вычисления энтропии сигналов с самоподобными и самоаффинными свойствами. Диаграмма, построенная из этих значений энтропий и обобщенной метрической характеристики, количественно классифицирует типы переменных звезд. Наша классификация в основном соответствует существующим различным классификациям, но в отличие от них позволяет количественно различать типы сигналов кривых блеска переменных звезд.

### Литература

- 1 Basu B., Lynden-Bell D.A., 1990, *Astron.Soc.*, 31, 359-369
- 2 Frampton P.H., Hsu S.D.H., Kerhart T.W., Reeb D., 2009, *Class.Quant. Grav.*, 26
- 3 Zhanabayev Z., Alimgazina N., Beisebaeva A.S., Naurzbaeva A., Entropy-metrical characteristics of solar radio signals and variable stars brightness curves/ *International Journal of mathematics and physics.* – 2010. – Vol.1, № 1. – P. 52-54.
- 4 Жанабаев З.Ж., Алимгазина Н.Ш., Бейсебаева А.С. Меры Лебега хаотических астрофизических сигналов/Третьи Фесенковские чтения «Современная астрофизика: традиции и перспективы». - Алматы, 2010. - С.76-78
- 5 Zhanabaev Z.Zh./Rep. Nat. Acad. of Science RK. 1996. №5. – P.14.

- 6 Жанабаев З.Ж. Размерности самоаффинных фракталов // Фракталы и прикладная синергетика. М.: МГОУ. 2003. С. 198-201.
- 7 Жанабаев З.Ж., Алимгазина Н.Ш., Бейсебаева А.С., Наурзбаева А.Ж. Энтропийно-метрические характеристики астрофизических сигналов/ *Мат. докл. 19-й Межд. Крымской конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии»*, Севастополь, 2009. - С. 935-936.
- 8 Жанабаев З.Ж. Обобщенная метрическая характеристика динамического хаоса. *Матер. 8-й межд. шк. «Хаотические автоколебания...»*. - Саратов, 2007. - с.67-68.
- 9 <http://www.kusastro.kyoto-u.ac.jp/vsnet/>
- 10 <http://www.aavso.org/data/download/>

*Принято к печати 20.04.2017*

**Бейсебаева А.С., Хохлов С.А.**

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,

Алматы, 050040, Казахстан

\*E-mail: [Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz](mailto:Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz)

## ИНФОРМАЦИОННО-ЭНТРОПИЙНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЕРЕМЕННЫХ ЗВЕЗД

**Аннотация.** Работа посвящена разработке методов компьютерного моделирования определению энтропийных характеристик сигналов от астрофизических объектов. Показана возможность описания мультифрактальных свойств астрофизических сигналов. Данная работа посвящена исследованию метода построения энтропийно-метрической диаграммы для описания состояния переменных звезд и определены количественные характеристики, различающие типы переменных звезд (типа Мира Кита, эруптивные переменные, симбиотические переменные и другие). Показано возможность теоретической, количественной классификации переменных звезд, детализация и раскрытия новых физических закономерностей, дополняющих диаграмму Герцшпрунга-Ресселя. Показано, что предлагаемый новый метод позволяет количественно классифицировать различные типы переменных звезд по временному ряду их блеска: цефеид, затменно-переменных звезд, красных гигантов, белых карликов, объектов главной последовательности звездной диаграммы и т.д.. Строя такую зависимость для сигналов различной природы, можно классифицировать их по количественным критериям стохастичности, самоподобия, самоаффинности, регулярности, самоорганизации, и на основании этого делать выводы о физической природе соответствующих астрофизических процессов.

**Ключевые слова:** Информация, энтропия, переменные звезды, метрика – топологические характеристики, кривая блеска, энтропийно-метрическая диаграмма, классификация.

**A.S. Beysebaeva\*, S.A. Khokhlov**  
al-Farabi Kazakh National university,  
Almaty, 050040, Kazakhstan  
\*E-mail: [Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz](mailto:Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz)

## **INFORMATION AND ENTROPY REGULARITIES OF VARIABLE STARS**

**Abstract:** Operation is devoted to a razrabotka of methods of computer simulation to determination of entropy characteristics of signals from astrophysical objects. The possibility of the description of multifractal properties of astrophysical signals is shown. This operation is devoted to a creation method research entropy - the metric chart for the description of a status of variable stars and the quantitative characteristics distinguishing types of variable stars are defined (like Keith's World, eruptivny variables, symbiotic variable and others). It is shown a possibility of theoretical, quantitative classification of variable stars, detailing and disclosures of the new physical regularities adding Gertsshprunga-Ressel's chart. It is shown that the offered new method allows to classify quantitatively razlichny types of variable stars by a time series of their brightness: cepheids, zatmenno-variable stars, red giants, white dwarfs, objekt of the principal sequence of the star chart etc. Building such dependence for signals of different nature, it is possible to classify them by the quantitative criteria of stochasticity, self-similarity, self-affinity, regular, self-organization, and based on it to draw conclusions about the physical nature of the appropriate astrophysical processes.

**Keywords:** Information, entropy, variable stars, metrics – topological characteristics, a brightness curve, it is entropy - the metric chart, classification.

**А.С. Бейсебаева\*, С.А. Хохлов**  
әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті,  
Алматы, 050040, Қазақстан  
\*E-mail: [Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz](mailto:Aigul.Beisebaeva@kaznu.kz)

## **ЫСТЫҚ ЖҰЛДЫЗДАРДЫҢ НОРМАЛАНҒАН ЭНТРОПИЯСЫ**

**Аннотация.** Жұмыс астрофизикалық объектілерден келетін сигналдарды компьютерлік модельдеу әдісімен энтропиялық сипаттамаларын анықтауға арналған. Астрофизикалық сигналдардың мультифракталдық қасиеттерін сипаттау мүмкіндігі көрсетілген. Айнымалы жұлдыздардың күйін сипаттау үшін энтропиялық-метрикалық диаграмма тұрғызу әдістерін зерттеуге арналған және айнымалы жұлдыздар типтерін (Кит шоқжұлдызындағы Мира типтес жұлдыздар, эруптивті айнымалылар, симбиотикалық айнымалылар, және т.б.) топтастыратын сандық сипаттамалар анықталды. Герцшпрунг-Рессел диаграммасын толықтыратын айнымалы жұлдыздардың жаңа физикалық заңдылықтарын ашып көрсететін теориялық, сандық классификациялау мүмкіндіктері көрсетілді. Жалтырауының уақыт қатарымен алынған айнымалы жұлдыздардың әртүрлі типтерін сандық түрде классификациялайтын жаңа әдістері көрсетілді: цефеидтер, тұтылмалы айнымалы жұлдыздар, қызыл алыптар, ақ ергежейлілер, жұлдыздық диаграмманың бас тізбек жұлдыздары және т.б. Тәуелділіктерді тұрғыза отырып табиғаты әртүрлі сигналдарды стохастикалық, өзқауымды, өзқас, регулярлы, өзқауымдылық шартты- белгілері бойынша сандық классификациялауға болады, сәйкесінше нәтижеге негізделі отырып астрофизикалық процестердің физикалық табиғаты бойынша қорытынды жасауға болады.

**Түйін сөздер:** Информация, энтропия, айнымалы жұлдыздар, метрика-топологиялық сипаттама, жалтырау қисығы, энтропия-метрикалық диаграмма, классификация.