

УДК 524.3

З.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов*, А. Т. Агишев
 Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
 Алматы, 050040, Казахстан
 *E-mail: serik-kz88@mail.ru

НОРМИРОВАННАЯ ЭНТРОПИЯ ГОРЯЧИХ ЗВЕЗД

Аннотация. В представленной работе показана возможность классификации горячих звезд по спектрам, согласно их нелинейным (энтропийным и обобщенно-метрическим) характеристикам. Получены алгоритмы и методика определения информационной энтропии по наблюдаемым спектрам. В работе ставилась задача описать количественно спектры различных типов на основе информационно – энтропийного анализа. Для исследования были выбраны звезды главной последовательности и горячие звезды типа FSCMa (двойные системы). Ставился вопрос о количественном описании различия спектров выбранных звезд. Такой метод количественной оценки применялся в различных исследованиях по нормальным звездам. Однако существует ряд алгоритмических проблем, которые мы приведем применительно к решению данной задачи. В результате была построена зависимость нормированной информационной энтропии спектров от соответствующих значений метрической характеристики. Нормированная энтропия звезд типа FSCMa принадлежит области самоподобия и самоаффинности, эти объекты самоорганизованы и имеют сложную, хаотическую структурированность. По физической сути двойные системы должны относиться к самоорганизованным системам, что соответствует предлагаемой теоретической классификации. Таким образом, результаты настоящей работы показывают, что информационно-энтропийный анализ и расчет обобщенно – метрической характеристики для спектров дает возможность количественно классифицировать горячие звезды.

Ключевые слова: Информация, энтропия, горячие звезды, метрика – топологические характеристики.

Введение

На протяжении более ста лет, энтропия является ключевой величиной не только для неравновесной статистической физики и термодинамики, но для естествознания в целом. Оно имеет первостепенное значение при обсуждении вопросов порядка и хаоса в природе, происхождения и передачи информации, проблем необратимости и т.д. [1-5]. Однако в настоящее время практически не существует количественных расчетов энтропии для астрофизических объектов, и в редких только случаях для хорошо изученных объектов, как звезды [6-10] рассчитывается энтропия Больцмана. При этом, очевидно, что учет неравновесности системы чрезвычайно важно для понимания физики окружающего нас мира. И так как звезды являются наиболее распространенными объектами во Вселенной, которые составляют более 97% от массы всего видимого вещества, необходимо понять, как зависит энтропия от

типа звезд. Однако на этот вопрос в современной литературе ответа нет. Таким образом, не было произведено количественного анализа энтропии для наиболее важных и распространенных объектов во Вселенной. Поэтому целью данной работы было описать количественно спектры горячих звезд различных типов на основе информационно – энтропийного анализа.

Информационно – энтропийные характеристики сигналов

Обычно определение сложного понятия формируется через перечень его основных свойств. Информация $I(x)$ статистической реализации некоторой физической величины x является положительной величиной и определена при наличии неравновесности $I(x) \neq I(x_0)$, если $x \neq x_0$. Если $P(x)$ является вероятностью появления величины x , то выражение для количества информации

$$I(x) = -\ln P(x) \quad (1)$$

Информационная энтропия или энтропия Шеннона $S(x)$ может быть определена как среднее значение информации:

$$S(x) = \sum_i P_i(x) I_i(x) = -\sum_i P_i(x) \ln P_i(x) \quad (2)$$

где, i – номер ячеек разбиения множества значений x .

Вероятности реализации информации $P(I)$ согласно формуле (1) записывается следующим образом

$$P(I) = e^{-I} \quad (3)$$

Определяя информацию и энтропию, таким образом, мы переходим к следующим выражениям [11]:

$$P(I) = \int_1^\infty f(I) dI, f(I) = P(I) = e^{-I} \quad (4)$$

$$S(I) = \int_1^\infty I f(I) dI = (1 + I)e^{-I} \quad (5)$$

где $f(I)$ плотность вероятности.

Принимая в качестве характерных функций $f(I)$ и $S(I)$ определим их неподвижные точки [11]:

$$f(I) = I, e^{-I} = I, I = I_1 = 0.567 \quad (6)$$

$$S(I) = I, (1 + I)e^{-I} = I, I = I_2 = 0.806 \quad (7)$$

Эти неподвижные точки являются единственно устойчивыми, так как они являются также и пределами бесконечных отображений, достигнутых при любых начальных значениях I_0

$$I_{i+1} = f(I_i), \lim_{i \rightarrow \infty} \exp(-\exp(\dots - \exp(I_0) \dots)) = I_1, \quad (8)$$

$$I_{i+1} = S(I_i), \lim_{i \rightarrow \infty} \exp(-\exp(\dots - \exp(\ln(I_0 + 1) - I_0) \dots)) = I_2, \quad (9)$$

Возможные толкования физического смысла чисел $I_1 = 0.567$ и $I_2 = 0.806$ изложены в работе [12].

Обобщенная метрическая характеристика сигналов

Рассмотрим обобщение метрической характеристики на различные фрактальные, в том числе и астрофизические сигналы. Обобщенная метрическая характеристика следует из интегрального неравенства Гёлдера для любых функций $x_i(t), y_i(t)$, которое может быть записано в виде [13,14]

$$\left(\frac{1}{T} \int_0^T |x_i(t)|^p dt\right)^{1/p} \cdot \left(\frac{1}{T} \int_0^T |x_j(t)|^q dt\right)^{1/q} \leq K_{x_i, x_j}^{p, q} \int_0^T |x_i(t) \cdot x_j(t)| dt, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \quad (10)$$

здесь $K_{x_i, x_j}^{p, q}$ – коэффициент пропорциональности, $x_i(t), x_j(t)$ – физические величины зависящие от времени t . T – характерное время, при котором статистические закономерности в системе можно считать установившимися. p, q – параметры, где $p=q=2$. $K_{x_i, x_j}^{p, q}$ характеризует евклидовую метрику множества значений функций $x_i(t), x_j(t)$. Приняв $x_j(t) = 1$, получим коэффициент формы сигнала $x(t) \equiv x_i(t)$:

$$K_{x(t)} = \frac{((x^2(t)))^{1/2}}{\langle |x(t)| \rangle} \quad (11)$$

Выражение $K_{x(t)}$ имеет широкое, практическое применение в радиотехнике. Задавая условия для выбора параметров p, q можно использовать $K_{x_i, x_j}^{p, q}$ для описания фрактальных сигналов. Если D – фрактальная размерность кривой $x(t)$, то мы можем принять $p = D, q = D/(D - 1)$. Принимая $x_i = x(t), x_j = t$ перепишем (11) в следующем виде

$$K_{x, t}^{D, q} = \frac{(\langle |x|^D \rangle)^{1/D} \cdot (\langle |t|^q \rangle)^{1/q}}{\langle |x \cdot t| \rangle}, \quad q = D/(D - 1) \quad (12)$$

Метрико-топологическая диаграмма горячих звезд

Для исследования были выбраны горячие звезды (главной последовательности и звезды типа FSCMa (двойные звезды)), со скоростями не превышающими 100 км\с.

Можно поставить вопрос о количественном описании различия спектров выбранных звезд методом информационной энтропии. Такой метод количественной оценки применен в различных отраслях науки. Однако существуют ряд алгоритмических проблем, которые мы приведем применительно к решению астрофизических задач.

В результате была построена зависимость нормированной информационной энтропии $S(x)$ (формула (2)) спектров от соответствующих значений метрической характеристики $K_{x, t}^{D, q}$ (формула (12), рисунок 1).

Для импульсов различной формы энтропия равнобедренного треугольника S_Δ является максимальной, т.к. в этом случае

распределение $x_i(t_j)$ будет равномерным (линейным). Поэтому в качестве нормы энтропии принимаем S_Δ .

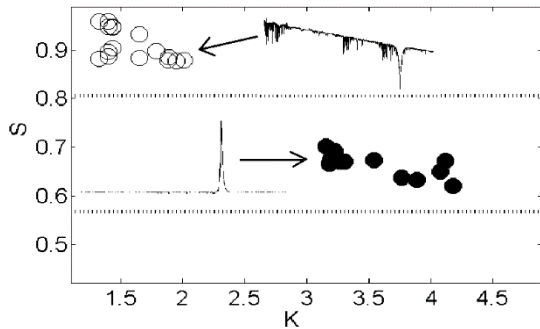


Рисунок 1 – Зависимость нормированной энтропии ($S = S(\delta)/S_\Delta(\delta)$) от обобщенно – метрической характеристики ($K \equiv K_{x, t}^{D, q}$) для спектров горячих звезд. Показаны примеры энергетических спектров звезд.

Из рисунка 1 видно, что спектры звезд типа FSCMa имеют значения энтропии, лежащие в области самоподобия (формула(7)) и самоаффинности энтропии (формула(6)). По физической сути двойные системы должны относиться к самоорганизованным системам, что соответствует предлагаемой теоретической классификации. При $1 < K \leq 2$ сигналы близки к стохастическим, их энтропия выше ($S \geq I_2$), здесь лежат звезды главной последовательности. Это означает, что хаос звезд типа FSCMa сложно структурирован, в отличие от звезд главной последовательности.

Таким образом, результаты настоящей работы показывают, что информационно-энтропийный анализ и расчет обобщенно – метрической характеристики для спектров дает возможность количественно классифицировать горячие звезды.

Заключение

В этой работе мы показали возможность классификации горячих звезд по спектрам, согласно их нелинейным (энтропийным и обобщенно-метрическим) характеристикам.

Показано, что нормированная энтропия звезд типа FSCMa принадлежит области самоподобия и самоаффинности физических процессов, происходящих в них.

Другими словами, эти объекты самоорганизованы и имеют сложную, хаотическую структурированность. Напротив, звезды, находящиеся на главной последовательности диаграммы Герцшпрунга – Рассела являются равновесными системами с шумоподобными свойствами. Это говорит об их устойчивости на большом промежутке времени и невосприимчивости к малым возмущениям.

Эти выводы количественно правильно описывают физические состояния рассматриваемых астрофизических объектов.

Список литературы

- 1 Prigogine, I.; Nicolis, G. Self-Organization in Non-Equilibrium Systems; Wiley: New York, NY, USA, 1977..
- 2 Kleidon, A., Lorenz, R., Eds. Non-Equilibrium Thermodynamics and the Production of Entropy in Life, Earth, and Beyond; Springer: Berlin, Germany, 2004.
- 3 Martyushev, L.M.; Seleznev, V.D. Maximum entropy production principle in physics, chemistry and biology. Phys. Rep. 2006, 426, 1–45.
- 4 Grandy, W.T. Entropy and the Time Evolution of Macroscopic Systems; Oxford University Press: Oxford, UK, 2008.
- 5 Martyushev, L.M. Entropy and Entropy Production: Old Misconceptions and New Breakthroughs. Entropy 2013, 15, 1152–1170.
- 6 Basu, B.; Lynden-Bell, D. A survey of entropy in the Universe. Q. J. R. Astron. Soc. 1990, 31, 359–369.
- 7 Frampton, P.H.; Hsu, S.D.H.; Kephart, T.W.; Reeb, D. What is the entropy of the universe? Class. Quant. Grav. 2009, 26, doi:10.1088/0264-9381/26/14/145005.
- 8 Egan, C.A.; Lineweaver, C.H. A larger estimate of the entropy of the Universe. Astrophys. J. 2010, 710, 1825–1834.
- 9 Aoki, I. Entropy productions on the earth and other planets of the solar system. J. Phys. Soc. Jpn. 1983, 52, 1075–1078.
- 10 Kennedy, D.C.; Bludmanthe, S.A. Variational Principles for Stellar Structure. Astrophys. J. 1997, 484, 329–340.
- 11 Z.Zh. Zhanabaev, “Information properties of self-organizing systems”, Rep. Nat. Acad. Of Science RK. Vol. 5, pp. 14-19, 1996.

12 Z.Zh. Zhanabaev, Y.T. Kozhagulov, S.A. Khokhlov, Scale invariance criteria of dynamical chaos // International Journal of Mathematics and Physics, vol. 4, №2, pp. 29-37, 2013.

13 Z. Zh. Zhanabaev, “Obobshchennaya metricheskaya kharakteristika dinamicheskogo khaosa”, Materialy VIII Mezhdunarodnoi shkoly Khaoticheskie avtokolebanyai obrazovanie struktur, Saratov, pp. 67-68, 2007.

14 Z. Zh. Zhanabaev, S. N. Akhtanov, “New method for investigating of bifurcation regimes by use of realization of a dynamical system”, Eurasian Physical Technical Journal, vol. 12, № 2(24), pp. 10-16, 2015.

Принято к печати 15.03.2017

З.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов*, А. Т. Агишев

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,

Алматы, 050040, Казахстан

**E-mail: serik-kz88@mail.ru*

НОРМИРОВАННАЯ ЭНТРОПИЯ ГОРЯЧИХ ЗВЕЗД

Аннотация. В представленной работе показана возможность классификации горячих звезд по спектрам, согласно их нелинейным (энтропийным и обобщенно-метрическим) характеристикам. Получены алгоритмы и методика определения информационной энтропии по наблюдаемым спектрам. В работе ставилась задача описать количественно спектры различных типов на основе информационно – энтропийного анализа. Для исследования были выбраны звезды главной последовательности и горячие звезды типа FSCMa (двойные системы). Ставился вопрос о количественном описании различия спектров выбранных звезд. Такой метод количественной оценки применялся в различных исследованиях по нормальным звездам. Однако существует ряд алгоритмических проблем, которые мы приведем применительно к решению данной задачи. В результате была построена зависимость нормированной информационной энтропии спектров от соответствующих значений метрической характеристики. Нормированная энтропия звезд типа FSCMa принадлежит области самоподобия и самоаффинности, эти объекты самоорганизованы и имеют сложную, хаотическую структурированность. По физической сути двойные системы должны относиться к самоорганизованным системам, что соответствует предлагаемой теоретической классификации. Таким образом, результаты настоящей работы показывают, что информационно-энтропийный анализ и расчет обобщенно – метрической характеристики для спектров дает возможность количественно классифицировать горячие звезды.

Ключевые слова: Информация, энтропия, горячие звезды, метрика – топологические характеристики.

З.Ж. Жанабаев, С.А. Хохлов*, А. Т. Агишев

ал-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті,

Алматы, 050040, Қазақстан

**E-mail: serik-kz88@mail.ru*

ЫСТЫҚ ЖҰЛДЫЗДАРДЫҢ НОРМАЛАНҒАН ЭНТРОПИЯСЫ

Аннотация. Бұл жұмыста, ыстық жұлдыздарды спектрлері бойынша, олардың бейсызық (энтропиялық және жалпылама-метрикалық) сипаттамаларына сәйкес, кластарға жіктеу мүмкіндігі көрсетілген. Жұмыста, әр түрлі жұлдыздарға тән спектрлерді информациялық-энтропиялық талдау негізінде сандық сипаттау мақсаты қойылды. Зерттеу негізіне Бас тізбек жұлдыздары мен FSCMa типті ыстық жұлдыздар (қос жүйелер) таңдалды.

Осы жұлдыздар спектрлеріндегі өзгешеліктерді сандық сипаттау мүмкіндігі қарастырылды. Сандық сипаттаудың келтірілген әдісі қалыпты жұлдыздар бойынша жасалған зерттеулерде қолданылды. Алайда, бұл әдісті ыстық жұлдыздарға жалпылау бірнеше алгоритмдік қиындықтарға әкеледі. Олардың шешімдері, келтірілген зерттеулер қарсаңында ұсынылады. Нәтижесінде, спектрлердің нормаланған информациялық энтропиясының метрикалық сипаттамадан тәуелділігі тұрғызылды. FSCMa типтес жұлдыздардың нормаланған энтропиясы өзқасстық және өзәффинділік аймақтарында жатады, бұл объектілер өзқауымды және күрделі, хаосты құрылымға ие. Физикалық табиғатына сәйкес, қос жүйелер, ұсынылып отырған теориялық классификацияға сәйкес, өзқауымды жүйелер қатарына жатуы тиіс. Сонымен, орындалған жұмыстың нәтижесінде: информациялық-энтропиялық талдау мен жалпылама-метрикалық сипаттаманы спектрлер үшін қолдану – ыстық жұлдыздарды сандық классификациялауға мүмкіндік беретіні көрсетілді.

Түйін сөздер: Информация, энтропия, ыстық жұлдыздар, метрика – топологиялық сипаттама.

Z.Zh. Zhanabaev, S.A. Khokhlov*, A.T. Agishev
al-Farabi Kazakh National university,
Almaty, 050040, Kazakhstan
**E-mail: serik-kz88@mail.ru*

NORMALIZED ENTROPY OF HOT STARS

Abstract: In the present work the possibility of classification of the hot stars by spectra, according to their non-linear (entropy and the generalized metric) characteristics is shown. The algorithms and method of determining the information entropy from observed spectra are obtained. In this work the task was to describe quantitatively the spectra of various types on the basis of information-entropy analysis. For the research, main sequence stars and hot stars of the FSCMa type (binary systems) were chosen. A question was about the quantitative description of the difference in a spectrum of selected stars. That method of quantitative evaluation was used in various studies on normal stars. However, there are a number of algorithmic problems that we will solve related on this problem. As a result, the dependence of the normalized information entropy of the spectra on the corresponding values of the metric characteristic was constructed. The normalized entropy of FSCMa type stars belongs to a self-similarity and self-affinity regions, these objects are self-organized and have a complex, chaotic structure. In physical terms, binary systems should refer to self-organized systems, which corresponds to the proposed theoretical classification. Thus, the results of this paper show that the information-entropy analysis and calculation of the generalized-metric characteristic for spectra give us a possibility to quantitatively classify a hot stars.

Keywords: Information, entropy, hot stars, the metric – topological characteristic