

А.К. Иманбаева

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

e-mail: akmaral@physics.kz

РАДИАЛЬНАЯ СТРУКТУРИЗАЦИЯ ВИХРЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В КВАЗИДВУМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Целью настоящей работы является рассмотрение уравнений, описывающих структурные элементы турбулентности в квазидвумерном вихревом пакете погруженной среды. Исследование отдельных вихрей необходимо для понимания роли турбулентных структур в перемешивании и других процессах. Аналитический подход, основанный на уравнении завихренности и функции тока, позволяет рассматривать элементарные вихревые образования как структурные элементы квазидвумерной турбулентности. Полученные на этой основе выражения используются для анализа характеристик однородной турбулентности и оценки вклада отдельных вихрей в процессы перемешивания. На основе вихревой формы уравнений Навье–Стокса с применением функции тока получены аналитические решения, описывающие локализованные вихревые структуры. В частности, показано, что при выборе логарифмически осциллирующих функций возможны решения, обладающие кольцевой симметрией и масштабной инвариантностью. Полученный графический анализ позволил интерпретировать полученную структуру одиночного вихря как модельный вихрь в турбулентном потоке, что подтверждается формой изолиний и характером рельефа функции тока. Установлена связь между параметром l , формой течения $f(y)$ и режимами течения, что отражено в таблице параметров. Полученные результаты подтверждают целесообразность подхода к описанию турбулентного течения через динамику её структурных элементов. Такой подход даёт возможность анализировать не только спектральные, но и пространственно-локализованные свойства турбулентных полей.

Ключевые слова: квазидвумерная турбулентность, функции тока, вихревые элементы, кольцевая структура вихрей.

A.K. Imanbayeva

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

e-mail: akmaral@physics.kz

Radial structurization of vortical elements in quasi-two-dimensional turbulence

The objective of this study is to examine the equations that describe the structural elements of turbulence in a quasi-two-dimensional vortex packet in an immersed medium. Investigating individual vortices is essential for understanding the role of turbulent structures in mixing and other related processes. An analytical approach based on the vorticity equation and the stream function allows for the modeling of elementary vortex formations as structural elements of quasi-two-dimensional turbulence. The expressions obtained from this approach are used to analyze the characteristics of homogeneous turbulence and to assess the contribution of individual vortices to mixing processes. Analytical solutions describing localized vortex structures have been derived using the vorticity form of the Navier-Stokes equations with the application of the stream function. It has been shown that by selecting logarithmically oscillating functions, one can obtain solutions with ring-like symmetry and scale invariance. The resulting graphical analysis enabled the interpretation of the single vortex structure as a model vortex in a turbulent flow, which is confirmed by the isoline patterns and the surface topology of the stream function. A relationship between the parameter l , the flow function $f(y)$, and flow regimes has been established and summarized in the parameter table.

The obtained results confirm the effectiveness of describing turbulent flows through the dynamics of their structural elements. This approach allows for the analysis of not only spectral, but also spatially localized properties of turbulent fields.

Keywords: quasi-two-dimensional turbulence, stream function, vortical elements, ring-like vortex structures.

А.К. Иманбаева

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан
e-mail: akmaral@physics.kz**Квази-екі өлшемді турбулентті ағындардағы
құйындық элементтердің радиалды құрылымдануы**

Бұл жұмыстың мақсаты батырылған ортаның квази-екі өлшемді құйынды пакетіндегі турбуленттіліктің құрылымдық элементтерін сипаттайтын теңдеулерді қарастыру болып табылады. Құйындылық теңдеуіне және ағындық функцияға негізделген аналитикалық тәсіл элементар құйынды түзілімдерді квази-екі өлшемді турбуленттіліктің құрылымдық элементтері ретінде қарастыруға мүмкіндік береді. Осы негізде алынған өрнектер біртекті турбуленттілік сипаттамаларын талдау және араластыру процестеріне жеке құйындылардың үлесін бағалау үшін қолданылады. Ағындық функцияны қолданатын Навье-Стокс теңдеулерінің құйынды пішіні негізінде жеке-ленген құйынды құрылымдарды сипаттайтын аналитикалық шешімдерді алуға мүмкіндік береді. Атап айтқанда, мақалада логарифмдік тербелмелі функцияларды таңдау кезінде сақина симметриясы мен масштабының инварианттылығы бар шешімдер мүмкін болатыны көрсетілген. Алынған графикалық талдау бір құйынның алынған құрылымын турбулентті ағындағы үлгі құйынды ретінде түсіндіруге мүмкіндік берді, бұл изосызықтар пішінімен және ағын функциясы рельефінің сипатымен расталады. І параметрі, ағын пішіні $f(y)$ және параметрлер кестесінде көрсетілген ағын режимдері арасында байланыс орнатылды. Алынған нәтижелер турбулентті ағынды оның құрылымдық элементтерінің динамикасы арқылы сипаттау тәсілінің орындылығын растайды. Бұл тәсіл турбулентті өрістердің спектрлік ғана емес, сонымен қатар кеңістіктік локализацияланған қасиеттерін талдауға мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: квази-екі өлшемді турбуленттілік, ағындық функциялар, құйынды элементтер, құйындылардың сақиналы құрылымы.

Введение

Подавляющее большинство макроскопических потоков жидкой или газовой среды являются турбулентными, и вполне понятен повышенный интерес многих исследователей к турбулентным течениям. Эти потоки обычно характеризуются широким диапазоном возбужденных пространственных и временных масштабов [1-2] и из-за эффектов быстрого вращения потоки жидкости часто демонстрируют движение преимущественно в одной плоскости. Это позволяет рассматривать их как двумерную (2D) турбулентность [3-5]. Строго двумерная турбулентность описывается двумерными гидродинамическими уравнениями. Хотя квазидвумерная турбулентность приблизительно двумерна, но она описывается уравнениями, содержащими дополнительные члены, такие как вертикальные компоненты скорости, изменения давления в третьем измерении, эффекты стратификации из-за градиентов плотности (здесь важную роль играют внутренние гравитационные волны, которые взаимодействуют с вихрями), а также могут содержать слагаемые, обусловленные эффектом Кориолиса в системах с вращением [6-7]. Такие добавки позволяют учитывать слабые трёхмерные эффекты, возникающие в реальных условиях, например, в атмосфере или океане.

В двумерной стратифицированной модели отсутствует вихревая мода – это отличает её от более традиционных 3D описаний. В случае 3D-турбулентности стратифицированные и вращательно-стратифицированные потоки часто анализируются с использованием разложения на вихревые и волновые компоненты [8]. В отличие от них, двумерная стратифицированная система допускает только нелинейные взаимодействия между волновыми модами [9-10]. Математическая формулировка такой турбулентности требует модификаций классических двумерных несжимаемых уравнений Навье-Стокса. Обычно такие системы моделируются с использованием приближения 2D Буссинеска, где уравнения импульса дополняются членом плавучести – $g\rho'/\rho_0$ (ρ' – флуктуации плотности, ρ_0 – начальная или эталонная плотность), а уравнение адвекции-диффузии вводится для скалярной плотности или поля температуры [11-14]. В слоистых моделях поля скорости, усредненные по глубине, приводят к измененным адекватным членам с зависящими от масштаба префакторами [15]. В работе [6] приведён вывод двумерного уравнения вихревого движения где появляется предкоэффициент при адвекции, возникающий из глубинных изменений горизонтальной скорости в многослойной среде и показан, что учёт вертикальной структуры

приводит к дополнительным членам в уравнениях. В работе [7] авторы исследуют зависимости между силой стратификации и добавлением членов, связанных с вертикальными сдвигами горизонтального потока (VSHF), внутренними гравитационными волнами и энергетическим переносом. Включение стратификации в 2D уравнения привело к появлению новых терминов, описывающих взаимодействие между горизонтальными и вертикальными компонентами.

В рамках квазидвумерной турбулентности, возникающий в стратифицированных и вращающихся средах, наличие ограничений на вертикальные перемещения и характерное затухание вихрей по вертикали приводит к формированию турбулентной структуры, эффективно описываемой двумерными или слоистыми моделями. Одним из ключевых проявлений квазидвумерной турбулентности в таких системах является эффект «обратного каскада», при котором энергия передаётся от мелкомасштабных вихрей к более крупным структурам [16-20].

Таким образом, рассмотрение квазидвумерных турбулентных течений в стратифицированных или быстро вращающихся средах, для которых характерны ограниченные вертикальные перемещения и выраженная горизонтальная организация потока, позволяет обоснованно использовать двумерные или слоистые модели на основе приближения Буссинеска. Такой подход особенно важен для изучения структурной организации турбулентности, где фундаментальными единицами становятся вихревые пакеты и квазидвумерные вихри [21-23]. Здесь одиночные вихри и их вихревые пакеты рассматриваются как носители энергии. Их поведение определяет масштабную структуру течения, характер каскадов энергии и распределение интенсивности турбулентности.

Исходя из этого, целью настоящей работы является рассмотрение уравнений, описывающих структурные элементы турбулентности в квазидвумерном приближении. В этом контексте на основе полученных уравнений возможен анализ отдельного вихря и на этом основании делать выводы о природе и механизмах однородной изотропной турбулентности. Изучение отдельных вихрей, их взаимодействия и устойчивости даёт представление о роли турбулентных структур в

процессах перемешивания, передачи энергии и формировании спектральных характеристик.

Методика исследования

В работе анализ турбулентности осуществляется на основе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в приближении квазидвумерного течения. Такой подход оправдан, поскольку крупномасштабные структуры в турбулентных потоках в турбулентных потоках, возникающие в результате инверсного каскада энергии, как правило, имеют вихревую природу и могут быть описаны через взаимодействие элементарных вихрей и вихревых кластеров. Исходной системой являются уравнения Навье-Стокса с внешней силой $f(\vec{r})$, описывающие динамику жидкости [24]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + f(\vec{r}), \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (1)$$

Для получения уравнения на завихрённость применяется операция ротора к векторному уравнению движения. Это позволяет исключить давление и перейти к обобщённому уравнению Гельмгольца, в котором завихрённость ω эволюционирует под действием конвекции, растяжения вихревых линий и вязкой диффузии:

$$\frac{d\omega}{dt} = (\omega \cdot \nabla) v + \nu \nabla^2 \omega, \quad (2)$$

здесь $\frac{d\omega}{dt}$ – изменение завихренности во времени, $(\omega \cdot \nabla) v$ – растяжение вихревых линий, $\nu \nabla^2 \omega$ – диффузия завихренности. Уравнение для завихренности (2), называемое обобщённым уравнением Гельмгольца, является исходным, фундаментальным соотношением для детального анализа структуры турбулентности. В 2D несжимаемой среде $(\omega \cdot \nabla) v = 0$, так как завихренность перпендикулярна плоскости течения (имеет только одну компоненту), а скорость лежит в плоскости. Тогда получается

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu \nabla^2 \omega. \quad (3)$$

Это упрощает анализ и позволяет сосредоточиться на динамике взаимодействующих вихрей.

Для несжимаемой жидкости уравнение (1) можно записать в терминах функции тока ψ через лапласиан $\nabla^2\psi$ и якобиан $J(\psi, \nabla^2\psi)$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\psi) + J(\psi, \nabla^2\psi) = \nu \nabla^2\omega. \quad (4)$$

В стационарном случае это уравнение упрощается:

$$\nabla^2\psi = f(\psi), \quad (5)$$

где $f(\psi)$ – произвольная функция, определяющая конкретную форму вихревой структуры. Выбор различных функциональных форм $f(\psi)$, таких как $f(\psi) = -\psi$ или $f(\psi) = e^{-2\psi}$, приводит к различным решениям [25]. Также рассмотрена роль вязкости, которая проявляется в виде диффузии вихревых нитей. Эта диффузию можно рассматривать как результат действия мелкомасштабных вихрей, создающих стохастическое поле скоростей. Такой способ позволяет связать динамику одиночной вихревой нити с коллективным поведением вихрей в турбулентном потоке, что является основой для дальнейшего статистического анализа.

Результаты и обсуждение

Аналитические решения уравнений для функции тока и их графическая интерпретация

Как уже отмечалось для описания турбулентных течений необходимо знать характеристики ее структурных элементов – вихрей и их образований. В работах [21-22, 26-29] изложены основы теорий, описывающей турбулентность через нелинейные свойства её структурных элементов. В частности, структурные элементы принимаются в виде квазидвумерного вихревого пакета и его образований. В настоящем исследовании в качестве структурного элемента используется квазидвумерный вихревой пакет, описываемой функцией тока ψ , удовлетворяющей уравнению (5). Величина ψ связана с компонентами скорости потока в плоскости (x, y) и используется для построения векторных и контурных полей.

Для описания структурных элементов турбулентности используется уравнение

движения и уравнение непрерывности (1), обобщённые для квазидвумерной среды с учётом вязкости [27]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = \\ = -g\nabla\eta - 2[\vec{\Omega}\vec{v}] + \nu\Delta\vec{v} + \frac{\nu}{3}\nabla\text{div}\vec{v}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{div}\vec{v} = -\frac{1}{h_0}\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\eta\right). \quad (7)$$

Система уравнений (6) и (7) записывается как одно скалярное уравнение относительно функции тока ψ , которое сводится к виду (4). В стационарном случае якобиан $J(\psi, \nabla^2\psi)$ обращается в ноль, и уравнение сводится к виду (5). При выборе $f(\psi) = -\lambda^2\psi$ уравнение (5) записывается в виде:

$$\nabla^2\psi + \lambda^2\psi = 0, \quad (8)$$

где параметр λ связан с волновым числом и числом Рейнольдса Re .

При использовании метода разделения переменных для одиночного вихря решение записывается как:

$$\psi(r) = A \sin(\lambda \ln r) + B \cos(\lambda \ln r), \quad (9)$$

что соответствует осцилляциям по логарифму радиуса. Такое поведение приводит к кольцевым структурам с переменной плотностью завихренности, радиально осциллирующей от центра вихря.

На основе аналитического решения (9) были построены поверхностные график функции тока $\psi(x, y)$ (рисунок 1), карта изолиний на плоскости (x, y) (рисунок 2) и контурный график в полярных координатах $\psi(r, \theta)$, позволяющие выявить изотропию и особенности распределения завихренности.

Моделирование выполнено в программной среде MatLab, которая позволила получить трёхмерные рельефные структуры потока при различных углах обзора. На рисунке 1 приведено трёхмерное изображение рельефа функции тока одиночного вихря, построенное по аналитическому решению (9). По оси z отложены относительные значения ψ .

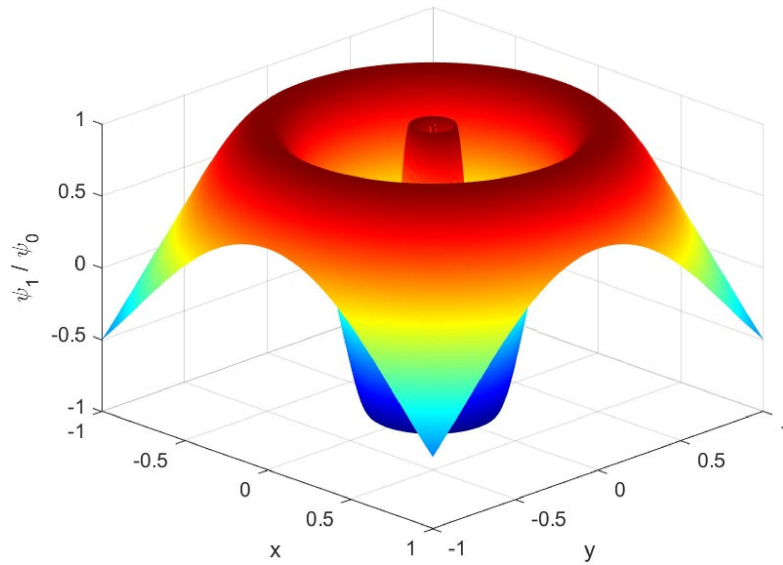


Рисунок 1 – Поверхность функции тока $\psi(x, y)$ при $\lambda = 8, A = 1, B = 0$.

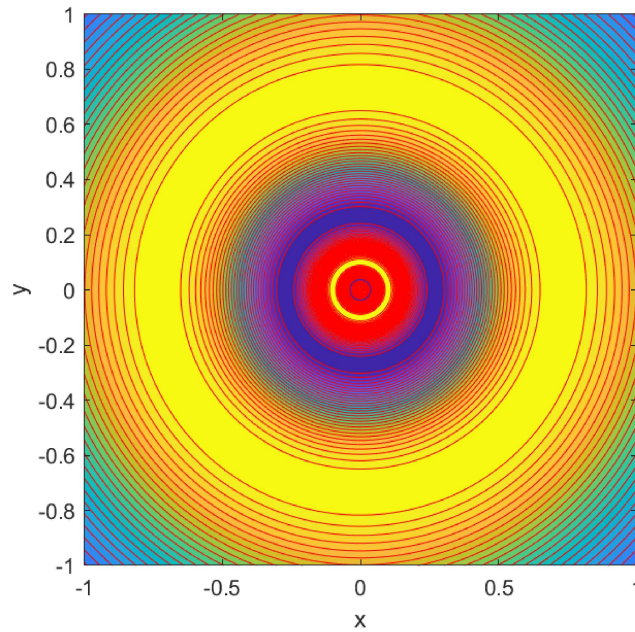
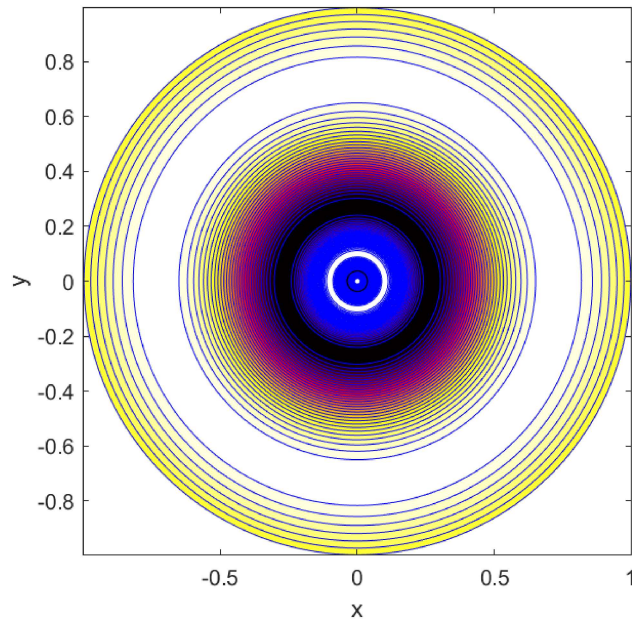


Рисунок 2 – Карта изолиний функции тока $\psi(x, y)$.

Изолинии функции тока в декартовой плоскости приведены на рисунке 2. Линии уровня имеют почти идеальную круговую форму, что подтверждает изотропию вихря. Расстояние между кольцами увеличивается по мере удаления от центра, что согласуется с логарифмической зависимостью.

Контурный “полярный” график, но в декартовом окне (рисунок 3) отображает распределение функции тока в полярной системе

координат. Радиально симметричные кольца указывают на отсутствие угловой зависимости и нулевой угловой момент. Такая структура соответствует s -моду (аналогом являются сферически симметричные моды в квантовой механике) и иллюстрирует масштабную инвариантность решения по отношению к $\ln r$. Масштабная инвариантность показывает, что, если растянуть или сжать систему, картина не изменится, в данном случае волна самоподобна.



Физическая интерпретация параметра λ

Параметр λ связан с числом Рейнольдса Re следующим образом: большие значения λ соответствуют крупным числам Рейнольдса, отражающим вихри, возникающие в основном потоке. Малые значения – описывают вихри, определяемые внутренними волновыми характеристиками турбулентной структуры.

Здесь проведён анализ соответствия значений λ и формы $f(\psi)$ режимам течения, результаты которого оформлены в таблицу 1.

Таким образом, параметры решения позволяют описывать как локальные мелкомасштабные вихри, так и глобальные компоненты вихревых кластеров, соответствующих квазидвумерной турбулентности.

Таблица 1 – Параметры модельных решений их физическая интерпретация

№	Вид функции $f(\psi)$	Решение уравнения (5)	λ	Характер режима	Физическая интерпретация
1	$f(\psi) = -\lambda^2 \psi$	$\psi(r) = A \sin(\lambda \ln r) + B \cos(\lambda \ln r)$	$\lambda \gg 1$	Инерционный	Структура при больших Re
2	$f(\psi) = -\alpha^2 e^{-2\psi}$	Численное решение (экспоненциальная нелинейность)	α – масштабная константа	Локализованный	Структура с резкой завихренностью в центре
3	$f(\psi) = -\beta \psi^3$	Нелинейное осциллирующее поведение	β – коэффициент нелинейности	Стохастический	Модель вихрей в флуктуирующей среде

Заключение

Проведённая работа показала, что модель вихревого пакета в квазидвумерной среде может быть описана с помощью функции тока, удовлетворяющий нелинейному уравнению с различными типами правых частей. Решения, полученные аналитически и визуализированные с помощью MatLab, демонстрируют ключевые

особенности вихревых структур: изотропию, кольцевую организацию и масштабную инвариантность. Это подтверждает значимость подхода, ориентированного на анализ структурных единиц турбулентности.

В дальнейшем планируется расширить модель, учитывая стратификацию и нелинейные взаимодействия между несколькими вихревыми структурами.

Литература

1. Deusebio E., Boffetta G., Lindborg E., Musacchio S. (2014) Dimensional transition in rotating turbulence // *Physical Review E*. 90(2):023005. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.023005
2. Davidson P. A. (2015) *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press.
3. Danilov S. D., Gurarie D. (2000) Quasi-two-dimensional turbulence // *Physics-Uspekhi*. 43(9):863–900. DOI: 10.1070/PU2000v043n09ABEH000396
4. Boffetta G., Ecke R. E., et al. (2012) Two-dimensional turbulence // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 44(1):427–451. DOI: 10.1146/annurev-fluid-120710-101240
5. Alexakis A. (2023) Quasi-two-dimensional turbulence // *Reviews of Modern Plasma Physics*. 7(1):31. DOI: 10.1007/s41614-023-00134-3
6. Suri B., Tithof J., Mitchell R. M. Jr., Grigoriev R. O., Schatz M. F. (2014) Velocity profile in a two-layer Kolmogorov-like flow // *Physics of Fluids*. 26:053601. DOI: 10.1063/1.4873417
7. Kumar A., Verma M. K., Sukhatme J. (2017) Phenomenology of two-dimensional stably stratified turbulence under large-scale forcing // *Journal of Turbulence*. 18(3):219–239. DOI: 10.1080/14685248.2016.1271123
8. Riley J., LeLong M. (2000) Fluid motions in the presence of strong stable stratification // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 32:613–657. DOI: 10.1146/annurev.fluid.32.1.613
9. Carnevale G., Frederiksen J. (1983) A statistical dynamical theory of strongly nonlinear internal gravity waves // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*. 23:175–207. DOI: 10.1080/03091928308236013
10. Frederiksen J., Bell R. (1983) Statistical dynamics of internal gravity waves – turbulence // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*. 26:257–301. DOI: 10.1080/03091928308236136
11. Bedrossian J., Bianchini R., Coti Zelati M., Dolce M. (2023) Nonlinear inviscid damping and shear-buoyancy instability in the two-dimensional Boussinesq equations // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 76:3685–3768. DOI: 10.1002/cpa.22123
12. Seychelles F., Amarouchene Y., Bessaf M., et al. (2008) Thermal convection and emergence of isolated vortices in soap bubbles // *Physical Review Letters*. 100:144501–144504. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.144501
13. Sukhatme J., Smith L. M. (2007) Self-similarity in decaying two-dimensional stably stratified adjustment // *Physics of Fluids*. 19:036603. DOI: 10.1063/1.2463512
14. Labarre V., Shavit M. (2024) 2D Internal Gravity Wave Turbulence // *arXiv*:2412.20534. DOI: 10.48550/arXiv.2412.20534
15. Beron-Vera F. J. (2021) Multilayer shallow-water model with stratification and shear // *Revista Mexicana de Física*. 67(3):351–364. DOI: 10.31349/revmexfis.67.351
16. Gkiouleka E., Tung K. K. (2007) A new proof on net upscale energy cascade in two-dimensional and quasi-geostrophic turbulence // *Journal of Fluid Mechanics*. 576:173–189. DOI: 10.1017/S0022112006003934
17. Dar G., Verma M., Eswaran V. (2001) Energy transfer in two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence: formalism and numerical results // *Physica D*. 157:207–225. DOI: 10.1016/S0167-2789(01)00243-1
18. Bhattacharjee J. K. (2015) Kolmogorov argument for the scaling of the energy spectrum in a stratified fluid // *Physics Letters A*. 379:696–699. DOI: 10.1016/j.physleta.2014.12.033
19. Sozza A., Boffetta G., Muratore-Ginanneschi P., Musacchio S. (2015) Dimensional transition of energy cascades in stably stratified forced thin fluid layers // *Physics of Fluids*. 27:035112. DOI: 10.1063/1.4915074
20. Remmel M., Sukhatme J., Smith L. M. (2014) Nonlinear gravity wave interactions in stratified turbulence // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 28:131–145. DOI: 10.1007/s00162-013-0318-9
21. Zhanabaev Z.Zh., Syzdykova R.N., Imanbayeva A.K. (2006) Dinamicheskaya model turbulent'nogo vikhrya [Dynamic model of turbulent vortex] // *Recent Contributions to Physics*. 1(21):79–84. (In Russian)
22. Zhanabaev Z.Zh., Tarassov S.B., Imanbayeva A.K., Almasbekov N.E. (2002) O dinamike vzaimodeistviyushchikh vikhrey [On dynamics of interacting vortices] // *Teplofizika i aeromekhanika*. 9 (2): 201–211. (In Russian)
23. Tumachev D. D., Filatov S. V., Vergeles S. S., Levchenko A. A. (2023) Two dynamical regimes of coherent columnar vortices in a rotating fluid // *JETP Letters*. 118:426–432. DOI: 10.1134/S0021364023602476
24. Rabinovich M.I., Suschik M. M. (1990) Regul'yarnaya i khaoticheskaya dinamika struktur v techeniyah zhidkosti [Regular and chaotic dynamics of structures in fluid flows] // *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 160(1):3–64. (In Russian)
25. Kuzmin G.A., Likhachev O.A., Patashinsky A.Z. (1982) Strukturnaya turbulentnost' v svobodnom sdvige sloye [Structural turbulence in a free shear layer] // *Strukturnaya turbulentnost'*. Edited by M.A. Goldshtik. Novosibirsk: 166 p. (In Russian)
26. Klimontovich Yu.L. (1990) Turbulentnoe dvizhenie i struktura khaosa [Turbulent motion and structure of chaos]. Moscow: Nauka. 320 p. (In Russian)
27. Zhanabaev Z.Zh., (1992) Lagranzhevo opisanie odnorodnoy turbulentnosti [Lagrangian description of homogeneous turbulence] // *ZhETF*. 102(12):1825–1837. (In Russian)
28. van Kan A., Favier B., Julien K., Knobloch E. (2024) From a vortex gas to a vortex crystal in instability-driven two-dimensional turbulence // *Journal of Fluid Mechanics*. 984:A41. DOI: 10.1017/jfm.2024.162
29. Hurst N. C., Tran A., Wongwaitayakornkul P., Danielson J. R., Dubin D. H. E., Surko C. M. (2024) Vortex splitting in two-dimensional fluids and non-neutral electron plasmas with smooth vorticity profiles // *Physics of Plasmas*. 31:052106. DOI: 10.1063/5.0201712

Информация об авторе

Иманбаева Акмарал Каримовна – кандидат физико-математических наук, ст. преподаватель кафедры электроники и астрофизики КазНУ им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан, эл. почта: akmaral@physics.kz)

Автор туралы мәлімет

Иманбаева Ақмарал Каримовна – физика-математика ғылымдарының кандидаты, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің электроника және астрофизика кафедрасының аға оқытушысы (Алматы, Қазақстан, e-mail: akmaral@physics.kz)

Author information

Akmaral Karimovna Imanbayeva – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer of the Department of Electronics and astrophysicist of the Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan, e-mail: akmaral@physics.kz)

Поступила на рассмотрение 16.06.25

Принята 23.06.25