

МРНТИ 29.05.03

<https://doi.org/10.26577/JPEOS.2023.v25.i1-2.i4>**С.С. Саутбеков*** , **М.И. Пшиков** , **Н.Е. Башаров** 

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, г. Алматы

*e-mail: sautbek@mail.ru

ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ, ДВИЖУЩЕГОСЯ СО СВЕРХСВЕТОВОЙ СКОРОСТЬЮ В СРЕДЕ

Приведено простое асимптотическое выражение спектральной плотности электрического поля излучения Вавилова-Черенкова магнитного диполя с постоянным магнитным моментом, движущегося равномерно со сверхсветовой скоростью ($u > c/n$) в недисперсной среде с показателем преломления n . Спектральная плотность непосредственно была вычислена с помощью обращения по времени преобразования Фурье выражения электрического поля произвольно движущегося магнитного диполя, полученного нами ранее в более общем виде из релятивистского векторного магнитного потенциала. Интегрирование было произведено асимптотическим методом перевала. Найден угловой размер конуса излучения, где волновой вектор излучаемых волн образует со скоростью угол θ , где $\cos \theta = 1/\beta$, если $\beta = n u/c > 1$. Показано, что волны излучения Вавилова-Черенкова, записанная в виде асимптотики цилиндрической функции Бесселя, распространяются под острым углом θ к направлению движения диполя, а спектральная плотность излучения прямо пропорциональна ее частоте в степени три вторых. Полученные выражения могут быть полезны в дальнейших исследованиях спектрального анализа дипольного излучения Вавилова-Черенкова, поскольку методика, предложенная И.М. Франком в своих работах, по сути, базируется на интерференции излучения зарядов диполя, которая создает дополнительные условия и определенные трудности для решения задачи в общем виде.

Ключевые слова: черенковское излучение, электромагнитные волны, преобразования Фурье, световой конус.

S. Sautbekov*, M. Pshikov, N. Basharov
Al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan, Almaty
*e-mail: sautbek@mail.ru

Radiation of a magnetic dipole moving more than the speed of light in a medium

A simple asymptotic expression of the spectral density of the electric field of the Vavilov-Cherenkov radiation of a magnetic dipole with a constant magnetic moment moving uniformly at superluminal velocity ($u > c/n$) in a non-dispersed medium with a refractive index n is given. The spectral density was calculated directly using the time-inverse Fourier transform of the expression for electric field of an arbitrarily moving magnetic dipole using the relativistic vector magnetic potential, which we obtained earlier in a more general form. The integration was performed by the asymptotic method of saddle-point. The angular size of the radiation cone is found, where the wave vector of the emitted waves makes an angle θ with velocity, $\cos \theta = 1/\beta$ (if $\beta = n u/c > 1$). It is shown that the waves of the Vavilov-Cherenkov radiation, written as the asymptotics of the cylindrical Bessel function, propagate at an acute angle θ to the direction of motion of the dipole, and the spectral density of the radiation is directly proportional to its frequency to the index of three second. The expressions obtained can be useful in further studies of the spectral analysis of the Vavilov-Cherenkov dipole radiation since the technique proposed by I.M. Frank in his works, in fact, is based on the interference of the radiation of dipole charges, which creates additional conditions and some difficulties for solving the problem in general.

Key words: cherenkov radiation, electromagnetic waves, fourier transforms, light cone.

С.С. Саутбеков*, М.И. Пшиков, Н.Е. Башаров
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан, Алматы қ.
e-mail: sautbek@mail.ru

Ортада жарық жылдамдығынан аса қозғалатын магнит диполінің сәулеленуі

Сыну көрсеткіші n дисперсті емес ортада аса жарық жылдамдықпен ($u > c/n$) біркелкі қозғалатын, тұрақты магнит моменті бар магнит диполінің Вавилов-Черенков сәулеленуінің электр өрісінің спектрлік тығыздығының қарапайым асимптотикалық өрнегі келтірілген. Бұрын біз дипольдің релятивистік векторлық магнит потенциалынан жалпы түрде алған электр өрісінің спектралдық тығыздығы уақыт бойынша Фурье кері түрлендіруі арқылы алынды. Интегралдау асимптотикалық асу әдісімен жүзеге асырылды. Сәуле шашу конусының бұрыштық мөлшері анықталды, мұнда шығарылған толқындардың толқындық векторы жылдамдықпен θ бұрышын құрайды, мұнда $\cos \theta = 1/\beta$, егер $\beta = n u/c > 1$ болса. Бессельдің цилиндрлік функциясының асимптотикасы түрінде жазылған Вавилов-Черенков сәулелену толқындарының бағыты дипольдің қозғалыс бағытына θ өткір бұрыш жасайды, ал сәулеленудің спектрлік тығыздығы жиіліктің екіден үш дәрежесіне тура пропорционал екені көрсетілген. Алынған өрнектер Вавилов-Черенковтың дипольдік сәулеленуінің спектрлік талдауын одан әрі зерттеуде пайдалы, өйткені И.М. Франктың өз еңбектерінде ұсынған әдістемесі негізінен диполь зарядтарының сәулелену толқындар интерференциясына негізделген, бұл мәселені жалпы түрде шешу кезінде белгілі бір қиындықтар тудырады.

Түйін сөздер: Черенков сәулеленуі, электромагнит толқындары, Фурье түрлендірулері, жарық конусы.

Введение

Известно, что И.Е. Таммом и И.М. Франком [1] были предложены механизм излучение Вавилова-Черенкова [2] для заряженных частиц и количественная теория, основанная на уравнениях классической электродинамики. Позже В.Л. Гинзбург [3-4] и Э. Ферми [6] обобщили и дали квантовое описание эффекта Вавилова-Черенкова. Классическая теория достаточно точно согласуются с экспериментом, поэтому можно считать, что квантовая теория полезна лишь с методической точки зрения.

Эффект Вавилова-Черенкова нашел широкое применение в физике, например, счетчики Черенкова позволяют выделять частицы с высокими скоростями и различать две частицы, поступающие почти одновременно, определять их массу и энергию. Этот детектор использовался при открытии антипротона, антинейтрона и других элементарных частиц [7-9].

Задача об излучении сверхсветовой частицы в среде с электрическим дипольным моментом, величина которой гармонически зависит от времени, был рассмотрен И.М. Франком в 1942 году [2]. В известных работах И.М. Франка, В.Л.Гинзбурга и других авторов была разработана теория излучения Вавилова-Черенкова для линейных электрических и магнитных мультиполей. При этом магнитные мультиполи

рассматривались как совокупность магнитных зарядов, а волновое поле рассматривается как результат интерференции волн, испускаемых входящими в их состав зарядами. Однако необходимость дополнительного учета расстояния между зарядами усложняет решение задачи, не говоря о влиянии фактора лоренцевого сокращения на дипольный момент, который считается постоянным. По-видимому, такой подход в то время был более резонным, благодаря принципу суперпозиции для точечных заряженных частиц диполя и использованию известных потенциалов Льенарда-Вихерта.

К сожалению, решение проблемы черенковского излучения для точечного магнитного диполя в духе потенциалов Льенарда-Вихерта до сих пор остается в тени.

В данной работе рассматривается излучение магнитного диполя с постоянным дипольным моментом, равномерно движущегося со сверхсветовой скоростью в недисперсной среде. По сути, данная работа является продолжением применения ранее полученных результатов [1] в задаче излучения Вавилова-Черенкова, когда скорость диполя превышает фазовой скорости излучения электромагнитных волн. Спектральное представление излучения Вавилова-Черенкова будет получено непосредственно из общего решения [8,9] с помощью преобразования Фурье.

Спектральное представление поля излучения Вавилова-Черенкова

Поле излучения магнитного диполя в ультрарелятивистском случае [8] можно представить в виде

$$E^{Rad}(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon c^3} n \times \frac{M}{(R-R\beta)} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{n\dot{\beta}}{(1-n\beta)^3} \right)_\tau, \quad (1)$$

где магнитный момент диполя M считается постоянным. Напомним, что $n = R/R$ – единичный вектор, направленный от места нахождения диполя (с радиус-вектором $r(\tau)$) к точке наблюдения, $R(\tau) = |r - r(\tau)|$, τ – момент времени, определяющий местоположение диполя, который является корнем уравнения $t - \tau = R(\tau)/c$, что соответствует времени запаздывания, t – время в точке наблюдения r , c – скорость света в недисперсной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ .

Для спектрального представления излучения Вавилова-Черенкова вычислим фурье-преобразование

$$E^{Rad}(r, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} E^{Rad}(r, t) dt. \quad (2)$$

Следует обратить внимание на то, что в (1) присутствует ускорение частицы $\dot{\beta}c$. К постоянному предельному значению скорости движения диполя βc мы перейдем лишь в окончательной формуле (2).

С помощью преобразований [8]

$$t = \tau + R(\tau)/c, \quad \frac{d}{dt} t = 1 - n\beta, \quad (3)$$

выражение (2) удобно представить в виде

$$E^{Rad}(r, \omega) = \frac{-1}{4\pi\epsilon c^3} M \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Phi(\tau)} \frac{n}{R} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{n\dot{\beta}}{(1-n\beta)^3} \right) d\tau, \quad (4)$$

где фазовая функция

$$\Phi(\tau) = \omega(\tau + R(\tau)/c). \quad (5)$$

Сперва проинтегрируем по частям интеграл

$$E^{Rad}(r, \omega) \cong \frac{i\omega}{4\pi\epsilon c^3 R} M \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n\dot{\beta}}{(1-n\beta)^2} e^{i\Phi(\tau)} d\tau, \quad (6)$$

вынося за знак интеграла множитель n/R при больших расстояниях от частицы $r \gg r(\tau)$, так как

$$\dot{n} = n \times (n \times \beta)c/R. \quad (7)$$

Повторно проинтегрировав по частям интеграл в (6) и учитывая выражение для производной $R(\tau)$ [8]

$$\dot{R}(\tau) = -c n\beta, \quad (8)$$

сведем интеграл к виду

$$E^{Rad}(r, \omega) = \frac{\omega^2}{4\pi\epsilon c^3 R} M \times n \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\Phi(\tau)} d\tau, \quad (9)$$

которую удобно вычислить методом перевала, для чего необходимо разложить фазовую функцию в точке перевала в ряд Тейлора

$$\Phi(\tau) = \Phi(\tau_0) + \Phi'(\tau_0)(\tau - \tau_0) + \frac{1}{2} \Phi''(\tau_0)(\tau - \tau_0)^2 + \dots$$

Найдем перевальную точку

$$\tau_0 = r(\tau_0)/c\beta \quad (10)$$

из условия

$$\Phi'(\tau_0) = \omega(1 - n\beta) = 0, \quad (11)$$

которое совпадает с условием черенковского излучения и определяет угловой размер конуса излучения

$$\cos \theta = 1/\beta. \quad (12)$$

Принимая во внимание выражение (7), вычислим вторую производную в точке перевала

$$\Phi''(\tau_0) = -\omega \dot{n}\beta = \frac{\omega c}{R} (\beta^2 - 1). \quad (13)$$

Наконец, найдем по методу перевала асимптотическое спектральное представление напряженности электрического поля в частотном диапазоне:

$$E^{Rad}(r, \omega) \cong \frac{\omega^2 M \times n}{4\pi\epsilon c^4} \frac{e^{i(\Phi(\tau_0) + \pi/4)}}{\sqrt{\pi(\beta^2 - 1)r\omega/c}}, \quad (14)$$

учитывая условие применимости метода перевала $\Phi''(\tau_0) = \frac{\omega c}{R} (\beta^2 - 1) \gg 1$, что практически эквивалентно записи $\beta > 1$.

Заметим, что при интегрировании удобно воспользоваться эталонным интегралом, который легко вычисляется с помощью интегралов Френеля

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ia^2\tau^2} d\tau = \frac{\sqrt{i\pi}}{a} \left(a^2 = \frac{1}{2} \Phi''(\tau_0) \right).$$

В приближении в дальней зоне ($r > r(\tau)$) на большом расстоянии точки наблюдения

$$|R(\tau_0)| \cong r - nr(\tau_0) \quad (15)$$

отсюда можно оценить значение фазовой функции Φ в (5) в перевальной точке

$$\Phi(\tau_0) \cong kr. \quad (16)$$

Здесь мы учли, что имеет место

$$\omega\tau_0 = kr(\tau_0) \quad (17)$$

в силу выражений (10) и (12).

Таким образом, окончательно имеем спектральную плотность поля излучения Вавилова-Черенкова для магнитного диполя

$$E^{Rad}(r, \omega) \cong \frac{\omega^2 M \times n}{4\pi \epsilon^4} \frac{e^{i(kr + \pi/4)}}{\sqrt{\pi(\beta^2 - 1)r\omega/c}}. \quad (18)$$

Заключение

Получено простое асимптотическое выражение спектральной плотности электрического поля излучения Вавилова-Черенкова (18).

Показано, что волны излучения Вавилова-Черенкова, записанная в виде асимптотики цилиндрической функции Бесселя, распространяются под острым углом θ к направлению движения диполя, а спектральная плотность излучения прямо пропорциональна ее частоте в степени три вторых. Полученные выражения могут быть полезны в дальнейших исследованиях спектрального анализа дипольного излучения Вавилова-Черенкова, поскольку методика, предложенная И.М. Франком в своих работах, по сути, базируется на интерференции излучения зарядов диполя.

Следует отметить, что асимптотическое выражение для спектра излучения можно получить непосредственно через релятивистский векторный потенциал произвольно движущегося магнитного диполя [1].

Литература

1. Tamm, I.E.; Frank, I.M. (1937), Coherent radiation of fast electrons in a medium // Dokl. Akad. Nauk SSSR 14 107 (1937); see also a reprint of this paper: Usp. Fiz. Nauk 93 388 (1967)
2. Frank I M "O kogerentnom izluchenii bystrogo elektrona v srede" (On the coherent radiation of a fast electron in a medium), in Problemy Teoreticheskoi Fiziki. Pamyati Igorya Evgen'evicha Tamma (Problems of Theoretical Physics. In Commemoration of Igor' Evgen'evich Tamm) (Exec. Ed. V I Ritus) (Moscow: Nauka, 1972) p. 350
3. Cherenkov, P. A. (1934). Visible emission of clean liquids by action of γ radiation // Dokl. Akad. Nauk SSSR 2 (8) 451 (1934).
4. В.Л. Гинзбург. Квантовая теория излучения электрона, равномерно движущегося в среде, ЖЭТФ 10, 589 (1940); J. Phys. USSR 2, 441 (1940).
5. В.Л. Гинзбург. Эффект Черенкова для частицы со спином 3/2, ЖЭТФ 12, 425, (1942); J. Phys. USSR 7, 115 (1943).
6. Fermi, E., 1940, Phys. Rev. 57, 485
7. В.Л. Гинзбург. Излучение электрона, движущегося с постоянной скоростью в кристалле. ЖЭТФ 106 608 (1939); J. Phys. USSR 3, 101 (1940).
8. S. Sautbekov. The vector potential of a point magnetic dipole // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2019. – Vol. 484, – pp. 403-407. DOI: 10.1016/j.jmmm.2019.04.012
9. S. Sautbekov, K. Baisalova, Yu. Sirenko. Analogy approach in solving the problem of a moving electric dipole// AIP Advances. – 2021. Vol. 11(10), – pp. 105012-1-3. DOI: 10.1063/5.006232