

МРНТИ 29.31.15, 29.05.03, 29.05.09

Б.Кенжегулов, М.О.Пиржанов, Р.К.Кусайынов, Ж.Сайдолқызы
Атырауский университет им.Х.Досмухамедова, 060000, Атырау, Казахстан, e-mail:kenzegulov_bz@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЖАРОПРОЧНОГО СПЛАВА.

Аннотация. Многие основные несущие элементы конструкции работающих в большом тепловом поле (элементы газотурбинных и реактивных двигателей и т.д.) при наличии внешних сил изготавливаются из жаропрочных сплавов. Физической особенностью таких сплавов заключается в том, что коэффициент теплового расширения и модуль упругости материала строго зависят от поля распределения температуры, то есть коэффициенты являются функцией температуры.

В данной работе на основе закона сохранения энергии моделируются термонапряженное состояние в стержневых элементах конструкции, при наличии подведенного на боковой поверхности теплового потока, меняющегося по координате линейным образом.

Для решения рассматриваемой задачи используется метод минимизации потенциальной энергии в сочетании квадратичного конечного элемента с тремя узлами. Из условия минимума функционала, характеризующий потенциальную энергию, получена разрешающая система линейных алгебраических уравнений. Здесь учитывается все возможные естественные граничные условия. В этой системе все используемые интегралы вычисляются аналитически. Причем выполняется закон сохранения энергии для каждого из уравнений полученной системы.

Вычислены значения перемещения, деформации и напряжений, а также значения упругих температурных и термоупругих составляющих деформаций и напряжений на конкретном примере.

Ключевые слова: стержень, тепловая расширения, модуль упругости, термонапряженная состояния, дискретизация, перемещения, деформация, напряжения

Введение

Работа посвящена математическому моделированию и разработке соответствующего вычислительного алгоритма для исследования термонапряженного состояния заземленного двумя концами стержня. На боковой поверхности стержня подведен тепловой поток, меняющийся по координате линейному закону [1].

$$q(x) = ax + b, (1)$$

$a, b = const$, действительные числа. В целях численного исследования термо-физико-механических явлений материала сплава берём стержень длиной l (см), площадь поперечного сечения F [см²]-постоянна по её длине (стержня). Физикомеханические свойства материала стержня, характеризуются модулем упругости E $\left[\frac{kГ}{см^2}\right]$, коэффициентом

теплового расширения α $\left(\frac{1}{°C}\right)$ теплообмена с окружающей средой h $\left[\frac{Вт}{см^2 \cdot °C}\right]$ и теплопроводностью K_{xx} $\left(\frac{Вт}{см \cdot °C}\right)$. Через площади поперечных сечений двух заземленных концов происходит теплообмен разной интенсивности с окружающими их средами.

Коэффициент теплообмена для левого конца стержня обозначим через h_0 $\left[\frac{Вт}{(см^2 \cdot °C)}\right]$, и температуру окружающей эту площадь среды- T_{oc} (°C), а для правого конца соответственно обозначим через h_l $\left[\frac{Вт}{(см^2 \cdot °C)}\right]$ и T_{ocl} (°C). Расчетная схема данной задачи приводится на рисунке-1.

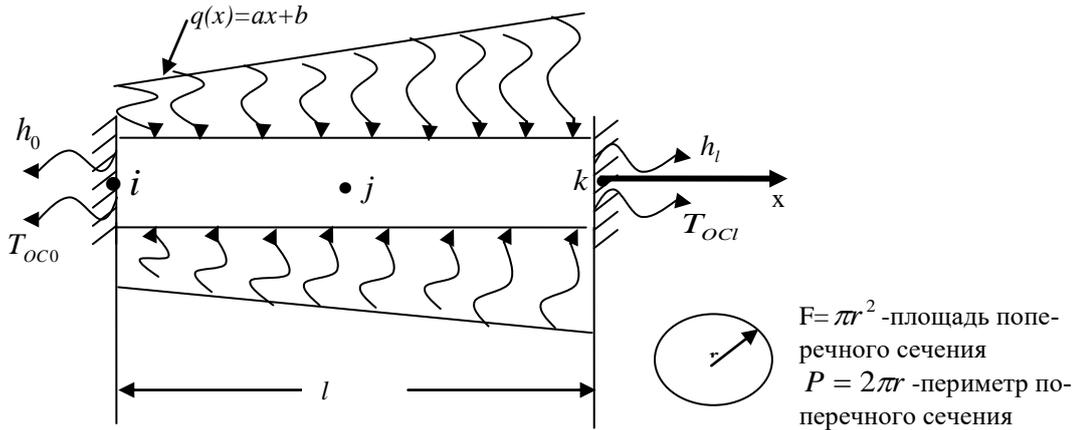


Рисунок-1 - Расчетная схема

Стержень нагревается из-за воздействия на боковую поверхность заданного теплового потока $q(x)$ ($\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$). В связи с этим он расширяется. Так как оба конца стержня жестко заземлены, поэтому он не может удлиняться. В связи с этим в двух концах стержня возникает сжимающее усилие R (кГ), что приводит к появлению напряжения в сечениях рассматриваемого стержня. Такая задача называется статически неопределимой. Несмотря на это эту задачу можно численно решать, если использовать метод минимизации потенциальной энергии в сочетании квадратичного конечного элемента с тремя узлами. Выражение потенциальной энергии для рассматриваемой задачи определяется следующим образом [2,3]

$$\Pi = \int_V \frac{\sigma_x \cdot \varepsilon_x}{2} dv - \int_V \alpha \cdot E \cdot T(X) \cdot \varepsilon_x dv, \quad (2)$$

где V , (см^3) – объем рассматриваемого несущего стержневого элемента; $u(x)$ – поле распределения перемещения; $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ – поле распределения упругой составляющей деформации; $\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$ – поле распределения упругого составляющего напряжения; $E = E(T(x))$ – поле распределения модуля

где u_i, u_j, u_k – перемещения сечения стержня, координаты которых $x = 0; x = \frac{l}{2}; x = l$. Тогда в пределах длины стержня (рассматриваемого элемента) градиент перемещения, т.е. поле распределения

упругости материала стержневого элемента и $\alpha(T(x))$ – поле распределения коэффициента теплового расширения материала стержневого элемента которые зависят от температуры; $T = T(x)$ – закон распределения температуры по длине несущего рассматриваемого элемента, которое аппроксимируется полным полиномом второго порядка [3]:

$$T(x) = ax^2 + bx + c = \varphi_i(x)T_i + \varphi_j(x)T_j + \varphi_k(x)T_k, \quad (3)$$

где $\varphi_i(x), \varphi_j(x), \varphi_k(x)$ – функции формы для квадратичного конечного элемента, которые имеют следующий вид [3].

$$\begin{aligned} \varphi_i(x) &= \frac{l^2 - 3lx + 2x^2}{l^2}; & \varphi_j(x) &= \frac{4(lx - x^2)}{l^2}; \\ \varphi_k(x) &= \frac{2x^2 - lx}{l^2}, & 0 \leq x &\leq l \end{aligned} \quad (4)$$

В пределах длины рассматриваемого элемента поле распределения перемещения $u = u(x)$ аппроксимируя многочленом второго порядка, имеем [2,3]:

$$u = u(x) = \varphi_i(x) \cdot u_i + \varphi_j(x) \cdot u_j + \varphi_k(x) \cdot u_k, \quad (5)$$

упругой составляющей деформации (ε_x) выражается следующим образом [2, 3]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} u_i + \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} u_j + \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} u_k$$

(6)

На основе закона Гука значение упругого составляющего напряжения определяется следующим образом:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \cdot \left(\frac{4x-3l}{l^2} u_i + \frac{4l-8x}{l^2} u_j + \frac{4x-l}{l^2} u_k \right) \quad (7)$$

составляющего напряжения опреляется по формуле

$$\sigma_T = E \cdot \varepsilon_T, \quad (9)$$

атермоупругого напряжения

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_T \quad (10)$$

У нас площадь поперечного сечения стержня $F(\text{см}^2)$ по длине постоянное, то выражение (2) перепишем в следующем виде:

$$\Pi = \frac{F}{2} \int_0^l \sigma_x \cdot \varepsilon_x dx - F \cdot \int_0^l \alpha \cdot E \cdot T(x) \cdot \varepsilon_x \cdot dx \quad (11)$$

В целях повышения точности и улучшения сходимости получаемых численных результатов отдельно будем интегрировать аналитически два интеграла по объему в выражений (11)[1]:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\sigma_x}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot dv &= \frac{E}{2} \int_V \varepsilon_x^2 \cdot dv = \\ &= \frac{E \cdot F}{2} \int_0^l \varepsilon_x^2 \cdot dx = \\ &= \frac{EF}{6l} [7u_i^2 - 16u_i u_j + 2u_i u_k + \\ &+ 16u_j^2 - 16u_j \cdot u_k + 7u_k^2] \quad (12) \end{aligned}$$

Здесь следует отметить, что сумма коэффициентов в скобке равно нулю. Вычислим второй интеграл потенциальной энергии (11):

$$\begin{aligned} 1) \frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = 0 &\Rightarrow \frac{7EF}{3l} u_i - \frac{8EF}{3l} u_j + \frac{EF}{3l} u_k = -\frac{\alpha EF}{2} T_i - \frac{2\alpha EF}{3} T_j + \frac{\alpha EF}{6} T_k; \\ 2) \frac{\partial \Pi}{\partial u_j} = 0 &\Rightarrow -\frac{8EF}{3l} u_i + \frac{16EF}{3l} u_j - \frac{8EF}{3l} u_k = \frac{2\alpha EF}{3} T_i - \frac{2\alpha EF}{3} T_k; \\ 3) \frac{\partial \Pi}{\partial u_k} = 0 &\Rightarrow \frac{EF}{3l} u_i - \frac{8EF}{3l} u_j + \frac{7EF}{3l} u_k = -\frac{\alpha EF}{6} T_i + \frac{2\alpha EF}{3} T_j + \frac{\alpha EF}{2} T_k. \quad (15) \end{aligned}$$

Для апробации разработанного вычислительного алгоритма берём следующую тестовую задачу [1]: длина стержня $l = 30\text{см.}$, радиус поперечного сечения стержня $r = 2\text{ см}$ постоянна по длине стержня, модуль упругости материала стержня $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кГ/см}^2$, коэффициент теплового расширения $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} (1/^\circ\text{C})$,

Согласно теории термо упругости, значения деформации от поля температур определяется по формуле:

$$\varepsilon_T = -\alpha T(x). \quad (8)$$

Значения температурного

$$\begin{aligned} \int_V \alpha \cdot E \cdot T(x) \cdot \varepsilon_x \cdot dv &= \\ &= \alpha \cdot E \cdot F \cdot \int_0^l T(x) \cdot \varepsilon_x \cdot dx = \\ &= \frac{\alpha \cdot E \cdot F}{6} [-3T_i u_i + 4T_i u_j - T_i u_k - 4T_j u_i + \\ &+ 4T_j u_k + T_k u_i - 4T_k u_j + 3T_k u_k] \quad (13) \end{aligned}$$

В квадратной скобке сумма коэффициентов равно нулю. Это показывает сходимость полученных численных результатов.

Пользуясь полученными вычислениями (12) и (13) можно написать окончательный интегрированный вид формулы потенциальной энергии:

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{EF}{6l} [7u_i^2 - 16u_i u_j + 2u_i u_k + 16u_j^2 \\ - 16u_j u_k + 7u_k^2] - \\ - \frac{\alpha \cdot E \cdot F}{6} [-3T_i u_i + 4T_i u_j - T_i u_k - 4T_j u_i + \\ + 4T_j u_k + T_k u_i - 4T_k u_j + 3T_k u_k]. \quad (14) \end{aligned}$$

Учитывая, что узловые значения температуры известны, потенциальную энергию будем минимизировать по узловым значениям перемещений. Вследствие чего получим систему линейных алгебраических уравнений:

коэффициент теплопроводности материала стержня- $K_{xx} = 72(\text{вт}/(\text{см}^\circ\text{C}))$. На боковой поверхности стержня подведен тепловой поток $q(x) = -[3x + 10]$ (вт/см²) линейным законом. Решая систему линейных алгебраических уравнений (15) при принятых исходных данных и пользуясь свойством применяемого квадратичного

конечного элемента, вычисляем значения перемещения, деформации и напряжения в разных (N=1- один квадратичный конечный элемент (ККЭ), N=2-ККЭ, N=3-ККЭ, N=5-ККЭ, N=10-ККЭ), т.е. в одиннадцати, в двадцати, в тридцати, в пятидесяти, в ста равностоящих друг от друга точках и десяти интервалах между ними. Все вычисленные значения и перемещения, $\varepsilon_x, \varepsilon_T, \varepsilon_{II}, \sigma_x, \sigma_T, \sigma_{II}$

упругих, температурных и термоупругих составляющих деформаций и напряжений привели в соответствующих таблицах.

Анализируя таблицу 1 можно выявить, что значение термоупругого напряжение превосходит точное ($\sigma = -4494,79 \text{ кГ/см}^2$) решение максимум на 0,16%.

Таблица 1 – Значения перемещения, деформации и напряжения в разных равностоящих друг от друга точках

Узл. точки	ε_x	Узл. точки	ε_T	Узл. точки	ε_{II}
1	-0,0007335304	1	-0,0015142235	1	-0,0022477539
3	-0,0001168919	3	-0,0021320339	3	-0,0022489258
4	0,0001211149	4	-0,0023717985	4	-0,0022506836
7	0,0003945101	7	-0,0026457797	7	-0,0022512695
9	0,0000642736	9	-0,0023167151	9	-0,0022524414
10	-0,0002977196	10	-0,0019564796	10	-0,0022541992
				Сумма:	-0,0225097656
Узл. точки	σ_x	Узл. точки	σ_T	Узл. точки	σ_{II}
1	-1467,0608108108	1	-3028,4470016892	1	-4495,5078125000
3	-233,7837837838	3	-3682,9761402027	3	-4497,8515625000
4	242,2297297297	4	-4743,5969172297	4	-4501,3671875000
7	789,0202702703	7	-5291,5593327703	7	-4502,5390625000
9	128,5472972973	9	-4633,4301097973	9	-4504,8828125000
10	-595,4391891892	10	-5083,5884712838	10	-4508,3984375000
				Арифметическое среднее:	-4501,9531250000

$$\sigma_{II} = -4501,953125$$

В связи с этим дискретизируем рассматриваемый стержень двумя (N=2) квадратичными конечными элементами. В двадцати фиксированных точках значения $\varepsilon_x, \varepsilon_T, \varepsilon_{II}, \sigma_x, \sigma_T, \sigma_{II}$ приводятся в таблице 2.

Анализируя таблицу 2 выявлено, что наибольшее отклонение от точного ($\sigma = -4494,79 \text{ кГ/см}^2$) решения составляет 0,04%.

Для инженерных расчетов такая точность считается весьма превосходной, но, тем не менее, чтобы уменьшить погрешность получаемых численных результатов рассматриваемый стержень дискретизируем тремя

(N=3) квадратичными конечными элементами одинаковой длины. Вследствие решения разрешающих систем уравнений получим значения искоемых переменных в тридцати фиксированных точках в таблице 3.

В этом случае из полученных численных решений выявлено, что максимальное расхождение значения σ_{II} от точного ($\sigma_{II} = -4494,79 \text{ кГ/см}^2$) составляет 0,017576%. Таким образом, выявлено, что с увеличением дискретных конечных элементов наблюдается уменьшение погрешностей.

Таблица 2 – Значения и перемещения упругих, температурных и термоупругих составляющих деформаций и напряжений в двадцати фиксированных точках

Узл. точки	ε_x	Узл. точки	ε_T	Узл. точки	ε_{II}
1	-0,0008192040	1	-0,0014283180	1	-0,0022475220
6	-0,0000507496	6	-0,0021972851	6	-0,0022480347
7	0,0000694257	7	-0,0023173871	7	-0,0022479614
13	0,0004061022	13	-0,0026545031	13	-0,0022484009
17	0,0001364126	17	-0,0023851064	17	-0,0022486938
20	-0,0004054054	20	-0,0018436547	20	-0,0022490601
Сумма:					-0,0449658203
Узл. точки	σ_x	Узл. точки	σ_T	Узл. точки	σ_{II}
1	-1638,4079391892	1	-2856,6360061233	1	-4495,0439453125
6	-101,4991554054	6	-4394,5701805321	6	-4496,0693359375
7	138,8513513514	7	-4634,7742029138	7	-4495,9228515625
13	812,2043918919	13	-5309,0061497044	13	-4496,8017578125
17	272,8251689189	17	-4770,2128642314	17	-4497,3876953125
18	-18,0743243243	18	-4479,7528241131	18	-4497,8271484375
20	-810,8108108108	20	-3687,3093063767	20	-4498,1201171875
Арифметическое среднее:					-4496,5820312500

$$\sigma_u = -4496,58$$

Таблица 3 – Значения искомым переменных в тридцати фиксированных точках

Узл. точки	ε_x	Узл. точки	ε_T	Узл. точки	ε_{II}
1	-0,0008480512	1	-0,0013994061	1	-0,0022474573
9	-0,0000293387	9	-0,0022182922	9	-0,0022476309
10	0,0000506913	10	-0,0022983874	10	-0,0022476960
19	0,0004081144	19	-0,0026559623	19	-0,0022478479
26	0,0000686718	26	-0,0023167151	26	-0,0022480433
27	-0,0000356732	27	-0,0022123484	27	-0,0022480216
30	-0,0004441942	30	-0,0018039359	30	-0,0022481301
Сумма:					-0,0674338108
Узл. точки	σ_x	Узл. точки	σ_T	Узл. точки	σ_{II}
1	-1696,1023523523	1	-2798,8122888512	1	-4494,9146412035
9	-58,6774274274	9	-4436,5844359983	9	-4495,2618634257
10	101,3826326326	10	-4596,7747043917	10	-4495,3920717591
19	816,2287287287	19	-5311,9246199322	19	-4495,6958912035
Продолжение таблицы 3					
26	137,3435935936	26	-4633,4301097971	26	-4496,0865162035
27	-71,3463463463	27	-4424,6967670794	27	-4496,0431134257
30	-888,3883883883	30	-3607,8717389263	30	-4496,2601273146
Арифметическое среднее:					-4495,5873842591

$$\sigma_u = -4495,58$$

Если дискретизировать рассматриваемый стержень пятью (N=5) квадратичными конечными элементами, то полученные численные результаты в таблице 4 показывают, что в этом случае максималь-

ная погрешность по значению термоупругого напряжения не превышает 0,00641%.

Далее дискретизировать рассматриваемый стержень десятью (N=10) квадратичными конечными элементами, то полученное численное значение

термоупругого напряжения в таблице 5 см²) решение на 0,00163% превосходит точное ($\sigma_u = -4494,79$ кГ/

Таблица 4 – Численные результаты по итогам дискретизации рассматриваемого стержня пятью квадратичными конечными элементами

Узл. точки	ε_x	Узл. точки	ε_T	Узл. точки	ε_{II}
1	-0,0008712331	1	-0,0013761864	1	-0,0022474195
15	-0,0000126642	15	-0,0022348210	15	-0,0022474852
16	0,0000353872	16	-0,0022828864	16	-0,0022474992
31	0,0004090574	31	-0,0026566176	31	-0,0022475602
44	0,0000083000	44	-0,0022559305	44	-0,0022476305
45	-0,0000579986	45	-0,0021896271	45	-0,0022476258
50	-0,0004762669	50	-0,0017713917	50	-0,0022476586
Сумма:					-0,1123769531
Узл. точки	σ_x	Узл. точки	σ_T	Узл. точки	σ_{II}
1	-1742,4662162164	1	-2752,3728462840	1	-4494,8390625
15	-25,3283783784	15	-4469,6419341219	15	-4494,9703125
16	70,7743243243	16	-4565,7727618247	16	-4494,9984375
31	818,1148648650	31	-5313,2351773653	31	-4495,1203125
44	16,6000000000	44	-4511,8609375003	44	-4495,2609375
45	-115,9972972973	45	-4379,2542652030	45	-4495,2515625
50	-952,5337837839	50	-3542,7834037165	50	-4495,3171875
Арифметическое среднее:					-4495,0781250004

$$\sigma_u = -4495,0781$$

Таблица 5 - – Численные результаты по итогам дискретизации рассматриваемого стержня десятью квадратичными конечными элементами

Узл. точки	ε_x	Узл. точки	ε_T	Узл. точки	ε_{II}
1	-0,0008886803	1	-0,0013587217	1	-0,0022474021
30	-0,0000003670	30	-0,0022470532	30	-0,0022474202
31	0,0000236681	31	-0,0022710877	31	-0,0022474196
61	0,0004093758	61	-0,0026568131	61	-0,0022474372
Продолжение таблицы 5					
87	0,0000241872	87	-0,0022716396	87	-0,0022474524
88	-0,0000075778	88	-0,0022398764	88	-0,0022474542
100	-0,0005009291	100	-0,0017465322	100	-0,0022474612
Сумма:					-0,2247431641
Узл. Точки	σ_x	Узл. точки	σ_T	Узл. точки	σ_{II}
1	-1777,3606418924	1	-2717,4434596715	1	-4494,8041015639
30	-0,7339527025	30	-4494,1064769865	30	-4494,8404296890
31	47,3361486489	31	-4542,1754064628	31	-4494,8392578140
61	818,7516891894	61	-5313,6261032534	61	-4494,8744140640
87	48,3743243241	87	-4543,2792071381	87	-4494,9048828140
88	-15,1555743246	88	-4479,7528241144	88	-4494,9083984390
100	-1001,8581081080	100	-3493,0643528303	100	-4494,9224609390
Арифметическое среднее:					-4494,8632812515

$$\sigma_u = -4494,86328$$

Такая точность при расчете на термопрочность является весьма превосходной.

Заключение

Таким образом, при расчете на термопрочность стержней ограниченной длины защемленной двумя концами при воздействии на боковую поверхность по всей длине теплового потока меняющегося по координате линейным образом для того, чтобы получить численные результаты высокой точности необходимо дискретизировать не менее десяти квадратичными конечными элементами.

Список литературы

- 1 Кенжегулов Б.З. «Численное моделирование многомерных температурных и одномерных нелинейных термомеханических процессов в жаропрочных сплавах» Монография. ISBN 9965-640-98-X. Издательство «АТГУ им.Х.Досмухамедова», 2013г.– 326с.
- 2 Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания. Том 1.-М.: Машиностроение, -1988.-831с.
- 3 Кенжегулов Б., Кудайкулов А.К. Математическое моделирование прикладных задач. –Атырау: АТГУ, - 2019-199с.

Принято в печать 04.11.2020

Б.Кенжегулов, М.О.Пиржанов, Р.К.Кусайынов, Ж.Сайдолкызы

*НАО «Атырауский университет им.Х.Досмухамедова» 060011, Атырау, Казахстан
e-mail:kenzegulov_bz@mail.ru*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЖАРОПРОЧНОГО СПЛАВА

Аннотация. Многие основные несущие элементы конструкции работающих в большом тепловом поле (элементы газотурбинных и реактивных двигателей и т.д.) при наличии внешних сил изготавливаются из жаропрочных сплавов. Физической особенностью таких сплавов заключается в том, что коэффициент теплового расширения и модуль упругости материала строго зависит от поля распределения температуры, то есть коэффициенты является функцией температуры.

В данной работе на основе закона сохранения энергии моделируются термонапряженного состояния в стержневых элементах конструкции, при наличии подведенного на боковой поверхности теплового потока, меняющегося по координате линейным образом.

Для решения рассматриваемой задачи используется метод минимизации потенциальной энергии в сочетании квадратичного конечного элемента с тремя узлами. Из условия минимума функционала, характеризующий потенциальную энергию, получена разрешающая система линейных алгебраических уравнений. Здесь учитываются все возможные естественные граничные условия. В этой системе все используемые интегралы вычисляются аналитически. Причем выполняется закон сохранения энергии для каждого из уравнений полученной системы.

Вычислены значения перемещения, деформации и напряжений, а также значения упругих температурных и термоупругих составляющих деформаций и напряжений на конкретном примере.

Ключевые слова: стержень, тепловая расширения, модуль упругости, термонапряженная состояния, дискретизация, перемещения, деформация, напряжения

Б.Кенжегулов, М.О.Пиржанов, Р.К.Кусайынов, Ж.Сайдолқызы
«Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті» КеАҚ, 060011, Атырау, Қазақстан
e-mail:kenzegulov_bz@mail.ru

ҚЫЗУҒА ТӨЗІМДІ ҚҰЙМАЛАРДЫҢ ЖЫЛУ КЕРНЕУЛІК ЖАҒДАЙЫН ЗЕРТТЕУГЕ АРНАЛҒАН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДІ ЖӘНЕ ЕСЕПТЕУ АЛГОРИТМІН ЖАСАҚТАУ

Аннотация. Үлкен жылу өрісінде жұмыс істейтін көптеген құрылғылардың негізгі тірек элементтері (газ турбиналық және реактивті қозғалтқыш элементтері және т.б.) сыртқы күштер болған кезде ыстыққа төзімді құймалардан жасалады. Мұндай құймалардың физикалық ерекшелігі-жылу кеңею коэффициенті және материалдың серпімділік модулі температураның таралу өрісіне қатаң тәуелді болады, яғни коэффициенттер температураның функциясы болып табылады.

Бұл жұмыста энергияның сақталу заңы негізінде құрылғылардың бүйір бетіне координатасы бойынша сызықтық заңдармен өзгертін жылу ағыны түсірілген сырықтың жылу кернеулік жағдайы пішінделеді (модельденеді).

Қарастырылып отырған мәселені шешу үшін үш түйіні бар бір өлшемді квадраттық шекті элемент үшін потенциалдық энергияны түйіндік орын ауыстыру мәндері бойынша минимизациялау әдісі қолданылады.

Потенциалдық энергияны сипаттайтын функционалдың минимумынан сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесі алынады. Мұнда барлық мүмкін болатын табиғи шектеулер ескеріледі. Бұл жүйеде қолданылған барлық интегралдар аналитикалық түрде есептелінді. Бұл жерде алынған жүйенің әр теңдеуі үшін энергияның сақталу заңы орындалып тұр.

Нақты есептерде орын ауыстыру (жылжу), деформация, кернеу мәндерін, сондай-ақ температураның, орын ауыстыру, деформация және кернеу құраушыларының таралу мәндері есептеледі.

Түйін сөздер: сырық, жылудан ұлғаю, серпімділік модулі, жылу кернеулік күйі, дискреттеу, орын ауыстыру (жылжу), деформация, кернеу.

B.Kenzhegulov, M.Pirjanov, R.Kussaiynov, Zh.Saidolkyzy
HLC «Kh.Dosmukhamedov Atyrau University», 060011, Atyrau, Kazakhstan
e-mail:kenzegulov_bz@mail.ru

MATHEMATICAL MODELING AND DEVELOPMENT OF A COMPUTATIONAL ALGORITHM FOR INVESTIGATING THE THERMALLY STRESSED STATE OF A HEAT-RESISTANT ALLOY

Abstract. Many basic load-bearing structural elements operating in a large thermal field (elements of gas turbine and jet engines, etc.), in the presence of external forces, are made of heat-resistant alloys. The physical feature of such alloys is that the coefficient of thermal expansion and the modulus of elasticity of the material strictly depend on the temperature distribution field, that is, the coefficients are a function of temperature.

In this work, on the basis of the law of conservation of energy, the thermally stressed state in the rod elements of the structure is modeled, in the presence of a heat flux supplied on the lateral surface, which varies along the coordinate in a linear manner.

To solve the problem under consideration, a potential energy minimization method is used in combination of a quadratic finite element with three nodes. From the condition of the minimum of the functional characterizing the potential energy, a resolving system of linear algebraic equations is obtained. All possible natural boundary conditions are taken into account here. In this system, all

integrals used are calculated analytically. Moreover, the law of conservation of energy is fulfilled for each of the equations of the resulting system.

The values of displacement, deformation and stresses, as well as the values of elastic temperature and thermoelastic components of deformations and stresses are calculated for a specific example.

Keywords: rod, thermal expansion, modulus of elasticity, thermal stress state, sampling, displacements, deformations, stresses.