МРНТИ: 27.19.19; 27.19.21; 27.29.15; 27.31.17; 29.01.11; 29.17.01.11; 30.17.01

В.В. Проняев
ООО «Цвет» (издательская и научная деятельность), г. Воронеж, Россия
E-mail: **orion22@box.vsi.ru**

В ПОИСКАХ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОДХОДОВ В РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ЖИДКОСТИ С ПОЗИЦИИ РАЗНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. С задействованием разных разделов математики: твисторных пространств, гомологических умножений, Д-энтропии, симметризации теории функций комплексного переменного, теории пересечений и др., с позиции сопоставления результатов с соответствующей аналитической «техникой» (из этих разделов) с подобными результатами режима турбулентности жидкости, предлагается Модельное предложение для дальнейших исследований проблем турбулентности, где больше детерминистского «наполнения», в том числе и последующего написания алгоритмов для **проведения вычислительного эксперимента**. Также формулируется основная причина механизмов зарождения турбулентности в жидкости и не на основе странного аттрактора, а с позиции вышеуказанной аналитической «техники», в которой основную роль играет закон сохранения энергии с соответствующим «регулятором» совместно с теориями Д-энтропии/ОНДС (открытые неравновесные динамические системы) и не только в турбулентности, а в более широком обобщении, касающегося нашего Мироздания.

Ключевые слова: твисторный, энергия, Д-энтропия, траектория, кривая, дифференциальный, пучок, гомологические, когомологические, умножения, регулятор, канализирующий.

Введение

Данная статья должна представлять интерес в основном для читателей из научных центров, которые располагают ресурсами для выполнения соответствующих исследований, в том числе и *проведения вычислительного эксперимента (вся необходимая теоретическая база для этого здесь даётся)*. В своё время, А.Н. Колмогоров предложил описывать свойства развитой турбулентности на основании законов подобия. Существует и другой подход к турбулентности, принадлежащий Л.Д. Ландау и Э. Хопфу, где в основу берутся модели зависящие от параметра, которые становятся более сложными именно при изменении параметров и далее они уже рассматриваются как турбулентные. Э. Лоренц в этой связи предложил следующую систему 3-ёх обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$dx1/dt = — ax1 + ax2$$

$$dx2/dt = rx1 — x2 + x1x3 \qquad (1).$$

$$dx3/dt = — bx3 — x1x2$$

Здесь a, r, b — вещественные параметры с определённым физическим смыслом. Система (1) — есть простейшая нелинейная система. Заметим, что пространство элементарных событий, отвечающих системе (1), есть трёхмерное пространство **R** с отдельным элементарным событием $w = (x1, x2, x3)$. При этом теория вероятностей применима, т.к. имеется значительное количество траекторий. И что самое главное, здесь это то, что для любой последовательности переходов между подпространствами, найдется траектория, которая эту последовательность реализует и далее решения системы (1) представляет собой однопараметрическое семейство случайных величин со свойствами перемешивания и регулярности возникающего случайного процесса.

Заметим, что случайность появляется только в начальный момент времени и эволюция точки $w(0)$ чисто детерминированная. И здесь, по-прежнему остаётся главный вопрос, — какая же причина (главная) зарождения вышеуказанной траектории, реализующая последовательность переходов между подпространствами и вообще — турбулентного режима. В дальнейшем будем называть её траектория реализации.

Формулировка результатов по части проблем турбулентности жидкости

Основная причина зарождения турбулентности, это — именно превышающая определённый порог, разность энергетических составляющих режимов подсистем (подпространств), или их дисбаланс с инерциальной составляющей в контексте закона сохранения энергии, которая (разность) неизбежно приводит к появлению этой траектории реализации, объединяющая и реализующая эту последовательность переходов. А все объяснения зарождения турбулентности в жидкости на основе понятия странного (нерегулярного) аттрактора, есть всего лишь следствие от вышеуказанной причины, в смысле — как последующий фактор продолжения дальнейшего усложнения динамики системы.

Важно отметить, что неизбежность появления этой траектории реализации обусловлена необходимостью наличия «канализирующего» фактора, возникающего из-за этого дисбаланса, призванного именно «убрать» возникающую при этом «неконтролируемую» энергию при «перетекании» энергии подсистем друг в друга с учётом их инерциальности. Ведь закон сохранения энергии, в смысле его «регулятор», жёстко контролирует этот процесс. В смысле система при развитии такого «сценария»(состояния турбулентности) «включает» механизм защиты, т.е. «канализирующий» фактор (траекторию реализации) для «неподконтрольной» энергии. Короче, динамическая система «ищет» выход из этой ситуации.

С целью показать именно универсальность логических построений, в контексте поиска эффективных «инструментариев», здесь было предложено Модельное предложение (с доказательством) из различных разделов математики с их «взаимопроникновением», где за основу берутся математические объекты (как аналоги), объединяющие эти разделы математики на основе подобия логических построений при доказательстве различных утверждений с последующими обобщениями, которые и дают основание для формулировки основного результата (см. выше), а также для дальнейшего исследования предлагается уравнения (11), (11а), (13) и (14) в аспекте рассмотрения как системы, в т.ч. и выборочно — см. далее по тексту, как *аналог* системе (1) Э. Лоренца, котороые на взгляд автора превнесут более «насыщенное» математическое «наполнение» совместно с представленными здесь разделами математики для решения проблем турбулентности с последующей алгоритмизацией и проведения вычислительного эксперимента. Вобщем данная работа носит междисциплинарный характер, с более выраженным детерминистским «наполнением».

Представление разделов математики (как вводящие в курс дела — это необходимо для облегчения дальнейшего чтения читателю)

А). Помятуя о *свободе выбора* пространств, которой, как довольно известно рекомендовала пользоваться О.А. Ладыженская при попытках решения задачи тысячелетия — уравнения Навье-Стокса, обратимся к твисторным пространствам с твисторным анализом гармонических отображений в статье [2]. В интересующем в дальнейшем нас аспекте, рассмотрим энергию $E(f)$ отображения f в контексте SO(3)-модели, касающейся топологически нетривиальных решений в рамках описания решений некоторой модели с выяснением условий, при которых эти решения исчерпывают все критические точки лагранжиана. Заметим, что гладкие отображения f, задаваемые голоморфными функциями при $\deg f \geq 0$ и антиголоморфными при $\deg f \leq 0$, реализует минимумы функционала энергии $E(f)$. Здесь $\deg f$ —

есть степень отображения. Заметим, что здесь на евклидовой плоскости **R** задаётся гладкое отображение f : **R** → *S,* где *S* — двухмерная сфера входящая в **R*,** где * — размерность равная трём. При этом вектор *f(x)* — принадлежит **R*.** Но удобнее переходить к формулам в комплексных координатах с учётом стереографической проекции. В итоге получают следующую оценку:

$$E(f) \geq 4\pi\,|\deg f| \qquad (2),$$

где π — число «пи».

Помимо минимумов, функционал энергии *E(f)* может иметь так называемые «седловые» критические *точки*. При этом критические точки *E(f)* называются гармоническими отображениями в аспекте рассмотрения римановых многообразий f : *M* → *N.* Здесь f — гладкое отображение, *M* и *N* — римановы многообразия снабжённые римановой метрикой. Выражение энергии здесь имеет вид:

$$E(f) = ½ \int |d\,f(p)|^* \mathrm{vol} \qquad (3),$$

здесь *p* — точка с учётом касательного расслоения, $|df(p)|^*$ — норма (в квадрате), вычисленная в римановой метрике, vol — мера на *M,* порождённая метрикой *g.* Немаловажно, что если

f: M → *N* есть изометрическая иммерсия, т. е. имеем некоторое равенство метрик, то для многообразия именно *произвольной размерности* отображение f — гармонично тогда и только тогда, когда оно является минимальной иммерсией. Далее заметим, что гармонические отображения, факторизируемые с помощью редукций и расширений описывают в терминах голоморфных отображений, т. е. имеем процедуру кодирования замещений голоморфными отображениями в грассманианы. При твисторной интерпретации гармонических отображений были построены канонические твисторные расслоения задаваемые так называемыми флаговыми многообразиями. Инвариантные, почти комплексные структуры на этих многообразиях описываются с помощью «турниров», т. е. специальных графов с игроками. При этом набор подрасслоений определённого типа $\underline{F}$ = (E1,…, Eк) — называют *движущимся* флагом на *M,* а любое гармоническое отображение является проекцией *голоморфной кривой* в многообразии флагов. При рассмотрении некоторого изоморфизма расслоений имеют полную *голоморфную кривую*. С учётом групп Ли *G* и грассманова многообразия имеем выражение для разности энергий с учётом гладких семейств проекторов $\underline{P}$ на *M* и отображения $f\,'$,связанное с f через выражение для семейства проекторов:

$$E(f\,') — E(f) = \mathrm{vol}(M)\; c1\,(\underline{P})[M] \qquad (4).$$

Здесь *c1(*$\underline{P}$*)* — первый класс Черна (связан с гауссовыми поднятиями) расслоения $\underline{P}$, *[M]* — фундаментальный класс *M.* Также имеем следующую оценку, выраженную через *nG* — целое число, определяющееся квадратом длины наибольшего корня компактной группы Ли *G* :

$$E(f\,') \leq E(f) — 16\pi\, nG \qquad (5).$$

При рассмотрении гармонических отображений в эрмитово симметрическое пространство непостоянной *голоморфной секционной кривизны* с учётом, что f не $\pm$голоморфно, т.е. эти пространства являются *неустойчивыми*, то имеем оценку:

$$E(f) \geq 4\pi\,/\mathbf{c}\{|\deg f| + 2\} \qquad (6).$$

Здесь **c** — есть максимум из голоморфных секционных кривизн. При этом, если комплексное проективное пространство наделено метрикой постоянной *голоморфной секционной кривизны* **c**, или **c** есть максимум из голоморфных секционных кривизн N, то имеем следующую оценку с достаточно большой энергией с неустойчивыми пространствами:

$$E(f) \geq 4\pi\,/\mathbf{c}\{3|\deg f| + 4\} \qquad (7).$$

Важно отметить, что если, f *: M* → **CP** — есть полная голоморфная кривая, то ей «сопутствуют» *ft* — ассоциированные кривые отображения f (здесь **CP** — проективное комплексное пространство).

Вобщем здесь было приведено несколько различных конструкций гармонических отображений, но далеко не всех. Более подробно — см. статью [2]. Самое главное, в аспекте дальнейшего анализа, здесь имеем как бы «кодирующие» объекты (как ранее упоминалось), т.е. способность к замещению (посредством редукций и расширений) в дальнейших исследованиях проблем турбулентности, а это — *энер-*

гия, голоморфные и ассоциированные кривые, точка.

Г). Далее, самое время напомнить об ОНДС (открытых неравновесных динамических систем) из статьи [3], где именно с позиции детерминизма происходит построение законов развития физической картины мира, в которой они (ОНДС) выступает как основной структурный элемент природы. При этом законы системы определяются законами динамики их элементов. Заметим, для данной статьи самое главное, что гармония с внешними ограничениями достигается благодаря балансу потоков энергии, вещества и энтропии для ОНДС, что позволяет формализовать решение задач по изучению ОНДС. А само понятие Д-энтропии распространяется на любые ОНДС, обладающие внутренней *иерархической структурой* и работа внешних сил тратится не только на перемещение ОНДС, но и на увеличение её внутренней энергии, т.е., на приращение Д-энтропии ОНДС. Напомним, Д-энтропия определяется, как относительное приращение внутренней энергии системы за счёт энергии её движения, т.е. характеризует изменение внутренней энергии системы при совершении над ней работы по её перемещению. И что самое важное, это то, что сумма внутренней энергии движения при возможности изменения каждого из её членов сохраняется. Это представляет собой закон сохранения энергии открытой системы. Показана возможность формализации взаимосвязей законов на всех ступенях бесконечной иерархической лестницы материи с приведением соответствующих уравнений баланса. Вообщем ОНДС — мощный «инстументарий» для познания нашего Мироздания. Это моделирование должно ещё раз, на основании математического «наполнения», подтвердить корректность подхода с участием теории ОНДС совместно с разными математическими областями в познании (с учётом детерминизма).

Напомним одно из фундаментальных уравнений движения системы ОНДС (с учётом дифференцирования):

$$MNV'N = -F - aNVN \qquad (8),$$

$$aN = (\Phi + E')/VN \qquad (8а),$$

где MN — масса МТ(материальных точек) системы в колличестве N; VN — скорость ЦМ (центра масс) системы; F — сила приложенная к ЦМ системы, определяющая движение в целом; aN — коэффициент определяющий изменение внутренней энергии (Ф и E'), здесь этот 2-ой член правой части уравнения (8) обуславливает изменение энергии движения. Здесь заметим, если N , будет *стремиться в бесконечность* при условии равновесности системы, то увеличение внутренней энергии необратимо и такая система называется структурированной частицей (СЧ), для которой уже справедлив второй закон термодинамики. Далее в этой иерархии идут неравновесные системы (НС), в которой структурным элементом является СЧ, при этом вводится понятие энергии НС — ENS с соответствующим уравнением для этой энергии (более подробно в [3]). При этом иерархическая «лестница» материи выглядит так:

$$\text{МТ} \rightarrow \text{СЧ} \rightarrow \text{НС} \rightarrow \text{ОНДС} \qquad (8б).$$

Об остальных разделах математики, информация о соответствующих известных результатах, будет даваться по ходу изложения доказательства Модельного предложения.

Модельное предложение.

Далее, на основании представленных выше областей математики, в аспекте их «взаимопроникновения», сформулируем Модельное предложение.

Модельное предложение: *При рассмотрении как модели, состоящей из различных математических областей знаний из п. 3(см. выше), в их «взаимопроникновении», т. е. в сопоставлении, превнесении в аспекте подобия действия характерных приёмов, или аналогичных особенностей логических построений одинаковых по смыслу объектов этих областей с известными результатами из проблем турбулентности жидкости, например системой дифференциальных уравнений (1), возможно ответить на основной вопрос — объяснение механизмов зарождения турбулентности в жидкости и не на* *основе понятия странного аттрактора (это основной результат — см.р. 2 — Формулировка результатов). А также продолжить исследования структуру и устойчивость возможных предельных режимов на основе уравнений (11), (11а), (13) и (14) в аспекте системы, в т.ч. и выборочно — (см. далее по тексту), аналогичных системе уравнений (1) на основе сопоставления её объектов с разнообразным математическим «наполнением» представленных здесь разделов математики (с дальнейшим составлением алгоритмов для проведения вычислительного эксперимента и последующим сравнением этих результатов с типовыми результатами системы (1)).* ***Доказательство.***

а) Вначале рассмотрим систему Навье-Стокса. Уравнение Навье-Стокса, основано на законах Ньютона, где ускорение частицы пропорционально действующей на неё силе. Здесь, для того, чтобы «взять» поток под «контроль», законам Ньютона сопоставим твисторный анализ с гармоническими отображениями в аспекте с «движущимися» флагами, причём заметим — частицам жидкости возможно сопоставить игроков турнира (см. п. 3А).

Самое главное есть энергия и её оценка — см. выражения с (2) по (7). Ясно, что они в принципе равноценны и отличаются всего лишь разным математическим «наполнением». Здесь имеем как устойчивые, так и неустойчивые отображения (вариации, множества) — когда поток становится *турбулентным,* численные методы решения уравнения Навье-Стокса приводят к тому, что компьютер тратит непозволительно огромное количество времени на решение. Короче, при рассмотрении в сопоставлении с системой Навье-Стокса математического «наполнения» из п. 3А, имеем условно говоря тот самый «регулятор», — аналог мажоранте *М* по Л. А. Ладыженской. Этот «регулятор» представлен в образе энергии с её оценкой (например см. выражение (6), точек («седловые» критические точки), которым сопоставимы известные точки x из задачи Навье-Стокса (нахождение вектора скорости u (t, x), давление p(t, x)) и кривые (голоморфные, траектории). Что касается последних, то *довольно известным фактом*, а это увеличенные в несколько раз изображения турбулентного потока, смоделированного например компьютерной системой VAPOR, видна интенсивность завихренности: происходит формирование вихревых струек, как длинных тонких структур, собирающиеся в *пучки*, т. е. более крупные структуры по длине и сечению. Заметим, что числитель из выражения (8а) возможно сопоставить например с оценочным выражением (2), т. е.

$$\Phi + E' \sim vol\,(M)c1(\underline{P})[M].$$

В выражении (8) присутствует скорость, при этом заметим, что оно получается, когда последовательно рассматривается свойства динамики системы потенциально взаимодействующих одинаковых МТ с их координатами и скоростями.

При этом задействуются координаты и скорости МТ в лабороторной системе координат с потенциальной и кинетической составляющими внутренней энергии, а в теории потенциала есть понятие плотности при рассмотрении пространства мер и зарядов.

Всё (в смысле любой анализ, каких-то объектов, а тем более поток жидкости) в основном начинается с энергетической составляющей (составляющих). Кстати, там же в [2], рассматривается случай нахождения уравнения Эйлера-Лагранжа для функционала энергии. Это основа, или «базовая платформа» построения в основном всех систем. В нашем случае, к этой энергии добавляются сопутствующие объекты: точка и кривая (траектория).

Вывод по системе Навье-Стокса: Данные выкладки, возможно будет в дальнейшем сопоставить с другими решениями этой задачи, в т. ч. и с попытками её решения, именно с оценочных позиций по отношении к определённой мажоранте *М* (по Л. А. Ладыженской).

б) На предмет вышеуказанных пучков, заметим из [4], что «при любых конструкциях когомологий … общих пространств, именно возникающие дифференциальные пучки цепей отличаются одинаковыми довольно специфическими свойствами:

носителями их сечений всегда локально компактны, а сами пучки являются объединениями своих подпучков, сосредоточенных на компактных пространствах». Однозначно, это свойство даёт нам право образно сопоставить объекты когомологий в контексте их конструкций с вышеуказанными описаниями турбулентного потока. Ясно, что здесь имеем подобие логических построений с главным «объединяющим» объектом — *пучки.*

При наличии мультипликативной структуры в когомологиях, имеем умножение классов когомологий, базирующиеся на преобразовании в сечения дифференциального пучка

$$J^*(L) \wedge J^*(G) \qquad (9)$$

тензорного произведения комплексов сечений 2-ух ациклических резольвент $J^*(L)$ и $J^*(G)$, при этом пучок (9) оказывается резольвентой пучка $L \wedge G$ (здесь знак ^ — обозначает преобразование называемое умножением). Этим структурам очевидно сопоставимы их аналоги: «перемешивание» из п.1 режима турбулентности и вышеуказанного описания завихренности с пучками. Существенное место в этой теме занимает именно описание пучков цепей. Через $\mathbf{H}^*(L)$ — обозначают гипергомологии дифференциального пучка L для функтора $\mathbf{\Gamma}f$ сечений с носителями в некотором семействе f.

Напомним, что если L — дифференциальный пучок с дифференциалом $д$, понижающий градуирующую степень на 1, то T^*L — иньективная резольвента Картана-Эйленберга градуированного дифференциального пучка L. При этом, существуют точные последовательности дифференциальных пучков

$$0 \to L' \to L \to L'' \to 0 \qquad (10)$$

и некоторого пучка G

$$0 \to L' \wedge G' \to L \wedge G \to L''G'' \to 0 \quad (10а),$$

где для элементов a и $в$, принадлежащих соответственно $\mathbf{H}^*(L'')$ и $\mathbf{H}^*(X, G)$ справедливо соотношение

$$б\,(a) \wedge в = б(a \wedge в) \qquad (10в),$$

где $б$ — связующие гомоморфизмы в соответствующих точных последовательностях гипергомологий и когомологий пространства X.

Всё это аналогия с позиции подобных сопоставлений с «картиной» турбулентности, в том числе и с описаниями начала завихренности, последовательностью начала переходов (см. выражения с (10) по (10в).

Заметим, что пучки сингулярных коцепей $S^*(G)$ составляют резольвенту постоянного пучка G лишь при ограниченных на пространство X, типа гомологической локальной связности. Необходимым и достаточным является всякий коцикл, заданный на открытом множестве U из X, когомологичный *нулю* на малых окрестностях точек множества. Это всё к эволюции точки $w(0)$ — см. р.1.

Здесь важно, например, что если L — некоторый дифференциальный пучок, то $F^*(L)$ — биградуированный дифференциальный пучок, представляющий собой резольвенту Картана-Эйленберга $C^*(L)$ дифференциального пучка L (резольвенты напомним бывают разные). В эту резольвенту входят пучки, которые f — ацикличны. Это всё есть некоторая аналогия построения подобной «конструкции» изображения турбулентного потока.

Вобще резольвенты отвечают конкретным коцепям. А умножение в когомологиях определяется перемножением коцепей, которое однозначно можно сопоставить свойствам перемешивания турбулентного процесса. Заметим, что при любом выборе цепей, определяющих гомологии топологического пространства X, с учётом сопоставления открытым множеством U входящим в X комплексов цепей C(X, X\U; A) пар (X, X\U) — есть дифференциальный предпучок. Здесь A — коэффициент. Это всё к нахождению аналога («коварианта») системы дифференциальных уравнений (1) Э. Лоренца. При рассмотрении операций ^ — умножения гомологий и когомологий существуют различные подходы.

Существуют следующие зависимости (с учётом полного дифференциала d), где имеем представление, например для n — мерной цепи h и q — мерной коцепи j, при этом в конечном итоге (подход Масси) имеем следующие зависимости:

$\partial(h \wedge j), g) = (h \wedge g, dj) = (h, j \wedge dg)$ (11)
$d(j \wedge g) = dj \wedge g + (-1)^{*} j \wedge dg$ (11a).
Здесь g — промежуточный элемент в коцепях и $* = q$, или $* = q + 1$ (здесь это расхождение несущественно).
в) Сопоставим на предмет подобия построений соответствующих конструкций содержания предыдущих пунктов а) и б). Обнаруживается много общего (частично это ранее по тексту отмечалось). Например, имеем пучки, предпучки, резольвенты, цепи, коцепи из п.б), которые сопоставимы со струйками собирающимися в пучки с образованием более крупных структур из п. а) и с подпространствами и траекториями из п.1, в том числе траекторией реализации (ведь это ничто иное образно говоря — резольвента, с входящими туда ацикличными пучками).

В первом приближении также возможно сопоставить систему (1) Э. Лоренца с зависимостями (11) и (11а). Здесь обращает на себя внимание то обстоятельство, что в системе (1) и (11) с (11а) имеем по три весьма схожих объекта (элемента): соответственно с одной стороны: $\partial x1/\partial t$; $\partial x2/\partial t$; $\partial x3/\partial t$ и $d(h \wedge j)$; dj; $j \wedge dg$, или $d(j \wedge g)$; $dj \wedge g$; dg (см. (11) и (11а)). При этом аналоги вещественных параметров системы (1) «интегрированы» в другие элементы зависимостей (11) и (11а).

Всё это хорошо для дальнейших исследований режимов турбулентности с позиции приведённой здесь моделей с аналитической «техникой» и в конечном итоге проведения вычислительного эксперимента с получением конкретных результатов с последующим сравнением их с результатами системы (1). Но нет пока ответа на главный вопрос. А это, что же за основная причина зарождения турбулентности?
г) В р.3, при рассмотрении твисторных пространств, отмечалось о r-ой ассоциировнных кривых. При этом имеем полную голоморфную кривую и в сопоставлении с ней полярную кривую, которые можно сопоставить с траекторией реализации режима турбулентности, а r — ассоциированные кривые с множеством траекторий тубулентности.
И самое важное здесь имеем разницу энергий — см. оценки (2), (5), (6) и (7), а также выражения для энергии — (3) и (4).

Проанализируем вышесказанное с позиций Д-энтропии/ОНДС. Например, одна из оценок — (5), наталкивает на мысль, что при образовании струек с разными энергетическими составляющими, процесс становится всё более разбалансированным, причём в силу своей «инерциональности»(см.знак $\leq$). Ведь как довольно известно есть понятие «инерциальное многообразие бесконечномерной динамической системы» (при разделении на «быстрые» и «медленные» движения). При этом, в силу противоположностей в этом смысле — *равенства* выражения динамики (8) и *оценки* (5), имеем, что система из значительного количества траекторий эволюционирует к траектории реализации в турбулентном режиме именно в«запрограмированном»аспекте. Как отмечалось ранее имеем аналоги — полную голоморфную кривую и резольвенту из постоянного пучка из соответствующих разделов математики, а перемешивание из р.1, как отмечалось ранее, есть умножение коцепей — ведь здесь не стоит забывать об оценки (7) с достаточно большой энергией, что и делает режим (с этим перемешиванием) достаточно сложным.
д) Далее подтвердим эту «запрограммированность» с позиции следующего раздела математики — по части симметризации в теории функций комплексного переменного: задачи об экстремальном разбиении [5], где обнаружим, что экстремальная савокупность областей и образует «экстремальное разбиение» (по аналогии с тоже «экстремальном» режимом турбулентности и приведённых здесь результатов из других разделов математики). Здесь имеют дело с задачами для приведённых модулей М областей относительно внутренних точек ак (к = 1,2, … n) в терминах внутренних радиусов r*. В нашем случае, для любого открытого множества В, содержащего не более, чем конечное число замыканий ортогональных траекторий некоторого квадратичного дифференциала, справедлива оценка (она представлена в

упрощённом («концентрированном») виде — подробнее см. [5]):
M(B,{ак}{r*}) ≤ M(Gк {ак}{r*}) (12),
где Gк — является внутренним замыканием круговых областей G1, …,Gn соответствующим
полюсам a1,…, an. Кстати, здесь круговые области подобны типичной траектории — перевёрнутая на 90 градусов — 8-ка представленная на рисунке в [1].

Имея приведённые здесь сопоставления из различных разделов математики с объектами режима турбулентности — получаем всеобъемлющее подобие в логических построениях конструкций в контексте их «взаимопроникновения». Заметим, что например в оценке (12), равенство достигается при известных определённых условиях(когда имеем B = Gк). Аналогично и с другими здесь представленными оценками. При этом, например в оценке (7) с достаточно большой энергией и свойством неустойчивости, в сопоставлении с уравнениями (8), (8а), (8б) Д-энтропии/ОНДС, «перетекание» энергии в турбулентном режиме будет происходить достаточно сложно, т. е. в конечном итоге будем иметь пример странного аттрактора (с траекторией реализации переходов с системой (1)). А это ничто иное, как имеем наличие *«канализирующего фактора» («эффекта»).*

Это однозначно из-за инерциональности процессов, где появляется «неподконтрольная» энергия, которая согласно Д-энтропии/ОНДС с её законом сохранения энергии и соответствующим «регулятором», должна немедленно «упорядочиться», т. е. «канализироваться». В странном аттракторе, как известно все траектории (устойчивые и неустойчивые) притягиваются — это и есть «канализационный эффект».

е) Далее обратимся к теории пересечений восходящей к У. Фултону [6]. Известная теорема Гротендика-Римана-Роха (ГРР) утверждает, что для собственного морфизма f : X → Y неособых многообразий известные характер Чженя (*ch*) и класс Тодда (*td*) находятся в определённой зависимости для любого элемента а* группы Гротендика векторных расслоений или когерентных пучков (что и надо для сопоставления) над X и где имеем некоторое проективное многообразие **P** (размерности *m*) и резольвенты пучков. Для нашего случая важно, при сопоставлении эволюции точки *w(0)* при турбулентном режиме с объектами теоремы ГРР, которые отображают **P** в точку и где а* = [*O(n)*]. А это при доказательстве теоремы ГРР реализуется в выражении:
∫ *ch*(*O*(*n*)) ^ *td*(T**P**) = x(**P**, *O*(*n*)) (13).
Здесь 0 ≤ *n* ≤ *m*, *O*(*n*) — линейное расслоение, x — некоторая характеристика, TP — относительно касательное расслоение. Каждое сечение пучка над X задаёт линейные расслоения.

Известно также, что выражения для характера Чженя и класса Тодда связаны с известными числами Бернулли Вк, где положительные числа сменяются отрицательными, да ещё и с перемножением (см.(13)), с постепенным их усложнением (по части количества цифр в числе Вк) — вобщем имеем довольно сложный и нерегулярный «образ». Э. Лоренц численно подтвердил, что при некоторых значениях параметров, решение системы (1) заполняет довольно сложную компактную часть фазового пространства и также чрезвычайно нерегулярным образом. Это к тому, что более при детальном рассмотрении выражения (13) в сопоставлении с объектами системы (1) с последующей его алгоритмизацией, всё-таки хотя бы в первом приближении можно получить более «насыщенную» картину, отвечающей сложностям режима турбулентности, но самое главное с позиции детерминизма. Ясно, что аналоги вещественных параметров, как из (1), «интегрированы» например в выражения для классов Тодда.

ж) Подтвердить вышеуказанную «запрограммированность» с появлением траектории реализации режима турбулентности (более убедительно), можно рассмотрев в аспекте сопоставления в том числе и системы (1) с другим разделом математики — многомерная топологическая теория Галуа [7], а именно многомерных результатов о непредставимости. Напомним, что операцию N, сопоставляющую ростку аналитической вектор-функции f в точке a, принадлежащей например 3-ёх мерному комплексному многообразию **C** (что нам и нужно) росток аналитической функции $f^* = N(f)$ в той же точке a, называют операцией с контролируемыми особенностями. Вобщем имеем известное Утверждение: для каждого $i = 1,\dots,n$ операция дифференцирования, сопоставляющая ростку аналитической функции f в точке a росток функции df/dxi в той же точке, является операцией с контролируемыми особенностями (что и указывает на неизбежность этой «особенности», т. е. «канализационного эффекта»). Здесь также существует замкнутое аналитическое подмножество, при этом если росток функции f (формы $a = f1dx1 + \ldots + fn\ dxn$) аналитически продолжается вдоль некоторой кривой в **C**, то вдоль этой же кривой аналитически продолжается частные производные ростка f. Заметим, что в этом контексте, при рассмотрении продолжаемости многозначных аналитических функций на аналитическое подмножество, имеем, что всякая кривая, лежащая в страте и начинающаяся в точке a (а этих кривых может быть много), поднимается на аналитическое многообразие R(Г) с началом в точке a и всё это «восходит» к так называемой возмущённой кривой, т. е. аналогу траектории реализации.

Далее напомним (оттуда же — из [7]) известную вполне интегрируемую систему линейных дифференциальных уравнений вида:

$$dy = Ay \qquad (14),$$

где y = y1, …, yn — неизвестная вектор-функция и A — матрица, состоящая из дифференциальных 1-форм с рациональными коэффициентами в **C**, удовлетворяющая условию полной интегрируемости dA + A^A = 0 и имеющая вид:

A = (+) Ai dli/ li ,

где Ai — постоянные матрицы, li — линейные неоднородные функции на **C**.

При этом имеем здесь некоторый «регулятор», а именно, если матрицы Ai одновременно приводятся к треугольному виду, то система (14) — решается в квадратурах (встречаются также разрешимые нетреугольные системы). А вот, нетреугольная вполне интегрируемая система (14) с достаточно малыми по модулю матрицами Ai — сильно неразрешима (в смысле её нельзя разрешить).

Вобщем имеем, что выражение (14), также как и предыдущие выражения (11), (11a) и (13) возможно использовать, в т.ч. и выборочно как систему и как альтернативу системе (1). *Модельное предложение доказано.*

Из этого анализа и были сформулированы результаты — см. п. 2.

Замечание: При изучении топологии косых произведений [8] возникает понятие — пучки коэффциентов, в т.ч. и ассоциированных пучков, где в основе лежит самопроизведение конкретных объектов(как «перемешивание» в турбулентном режиме).

Но самое интересное здесь, это результаты о препятствиях к распространению секущих поверхностей.

При этом ставится задача: предположим, что класс цикла c(f) отличен от нуля, при этом, что нужно сделать, чтобы возможно с распространением на последних 2-ух, а может более этапов, добиться именно последующего шага распространения?

Всё это находиться в весьма интересном соответствии с позиции сопоставления, также как и выкладки в предыдущих пунктах, с исследованиями по проблемам турбулентности в статье [9], при этом можно ответить на поставленные в этой статье вопросы (но это тема уже для другой статьи). Также заметим, что вышеуказанные выражения (с (11) по (14)), возможно связать с довольно известной теорией солитонов(тоже тема для другой статьи).

Заключение

Вначале напомним недавно вышедшую на страницах данного журнала статью [10], где в рамках построения самосогласованной физической картины мира с использованием теории ОНДС (как элемента материи), присутствует такое понятие как *гармония*, которая возможна именно при балансе всех потоков энергии и энтропии для всех объектов. Здесь же, был приведён, при рассмотрении вопросов турбулентности жидкости, важный «инструментарий» этого баланса — закон сохранения энергии с его «регулятором» («канализирующим фактором») в контексте известного принципа наименьшего действия классической механики. В этой статье [10], также отмечалось, что все наблюдаемые в Природе свойства живой и неживой материи связаны между собой. Связи *возможно* могут быть весьма разнообразными(в смысле наблюдаемые свойства). Здесь же имеем следующее: турбулентность жидкости, известные чёрные дыры из космологии (всё неживая Природа), метастазы при онкозаболевании человека и других биологических существ (живая Природа), есть проявления одного и того же действия (своеобразного «механизма») - «регулятора» закона сохранения энергии (“канализирующего фактора»), в том числе то, что большое и малое повторяют друг друга. Вобщем, когда система не справляется из-за инерциальности процессов с неподконтрольной энергией, то включается в «работу» этот «регулятор», который и «канализирует» для достижения *гармонии* эту неподконтрольную энергию (в рамках закона сохранения энергии). Получается, что микрочастицы, тела, чёрные дыры, да и мы люди (как некоторые следствия эволюции) и т. п., есть «продукт» действия этого «регулятора» с иерархической лестницей материи диаграммы (8б) теорий Д-энтропии и ОНДС.

Список литературы

1.Я.Г.Синай,Конечномерная случайность, //УМН, 1991, Т.46,вып.3(279), С. 147 — 149.

2. Й. Давидов, А.Г. Сергеев, Твисторные пространства и гармонические отображения, //УМН, 1993, Т. 48, вып.3(291), С. 3 — 96.

3.В.М.Сомсиков,Открытые неравновесные динамические системы, //Проблемы эволюции открытых систем, 2017, Т.2, вып. 19, С. 33 —44.

4.Е.Г.Скляренко, О природе гомологических умножений и двойственности, //УМН, 1994, Т. 49, вып.1(295), С.141 — 196.

5.В.Н. Дубинин, Симметризация в теории функций комплексного переменного, // УМН, 1994, Т.49, вып.1(295), С. 50, 51.

6.У. Фултон,Теория пересечений, М., Мир, 1989, перев. с англ. В.И.Данилова,С. 354, 355.

7.А.Г. Хованский, Топологическая теория Галуа. Разрешимость и неразрешимость уравнений в конечном виде, М., МЦНМО, 2008, 273 с, 282с, 283с.

8.Н.Стинрод, Топология косых произведений, 2004, М., УРСС, перев. с англ. М.М. Постникова, 184с, 214с.

9.Е.А.Кузнецов,Е.В.Серещенко, Формирование складок в двумерной гидродинамической турбулентности, ж// Письма в ЖЭТФ, 2019, Т.109, вып.4, С. 231 — 235.

10.В.М.Сомсиков, О построении физики эволюции,//Проблемы эволюции открытых систем, 2018,Т.2, вып.21, С. 30-44.

В.В. Проняев

ООО «Цвет» (издательская и научная деятельность), г. Воронеж, Россия

E-mail: ***orion22@box.vsi.ru***

В ПОИСКАХ ЭФФЕКТИВНЫХ ПОДХОДОВ В РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ЖИДКОСТИ С ПОЗИЦИИ РАЗНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. С задействованием разных разделов математики: твисторных пространств, гомологических умножений, Д-энтропии, симметризации теории функций комплексного переменного, теории пересечений и др., с позиции сопоставления результатов с соответствующей аналитической «техникой» (из этих разделов) с подобными результатами режима турбулентности жидкости, предлагается Модельное предложение для дальнейших исследований проблем турбулентности, где больше детерминистского «наполнения», в том числе и последующего написания алгоритмов для **проведения вычислительного эксперимента**. Также формулируется основная причина механизмов зарождения турбулентности в жидкости и не на основе странного аттрактора, а с позиции вышеуказанной аналитической «техники», в которой основную роль играет закон сохранения энергии с соответствующим «регулятором» совместно с теориями Д-энтропии/ОНДС (открытые неравновесные динамические системы) и не только в турбулентности, а в более широком обобщении, касающегося нашего Мироздания.

Ключевые слова: твисторный, энергия, Д-энтропия, траектория, кривая, дифференциальный, пучок, гомологические, когомологические, умножения, регулятор, канализирующий.

V.V. Pronyaev
Open Company "Color" (publishing scientific activity), Voronezh, Russia
e-mail: orion22@box.vsi.ru

AT QUEST THE EFFECTIVE APPROACH TO PROBLEMS TURBULENSE FLUID POSITION DIFFERENT PARTS MATHEMATICS

Abstract. Off across action different parts mathematics: twistors space, D-entropy and ect off position compare similar results off suitable analitic "technic" off problems turbulence, offer Model proposal for in the future research problems turblence. In detail formular the basic cause mechanics spring up (originate) turbulence in fluid and not in basic conctpt the stange (not regular) attractor, but off position the aforesaid analitic technics in which basic role play the law conservation of energy of put togeather algoritny and adoption the calculator experiment. Also formulate basic cause mechanisms originate the turbulence liquid and not in basic strange attractor, but off position the aforsaid analitic "engineering", in which basic role play law preserve the energy from suitable "regulator" jointly from theory D-entropy/ONDS (open not balance dinamic systems) and not if in turbulence, but in more wide unite touch our Universe.

Keywords: twistor, D-entropy, curve, different, beam, gomology, cogomology, multiplication, canalization, regulate.