МРНТИ 29.17.43; 37.15.33.

В.М. Сомсиков
Институт ионосферы, Алматы, 050020, Казахстан
e-mail: vmsoms@rambler.ru

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ЭНТРОПИИ И ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

Аннотация. С целью решения проблемы обоснования эмпирических законов физики, связанных с необратимостью природных процессов, на основе фундаментальных законов физики, рассматривается взаимосвязь принципа наименьшего действия классической механики и принципа максимума энтропии в термодинамике. Показано, что состояние системы с максимальной энтропией соответствует принципу наименьшего действия. То есть, принцип максимума энтропии равновесной системы в термодинамике следует из ключевого принципа классической механики, которым является принцип наименьшего действия. Это является аргументом в пользу того, что второй закон термодинамики должен быть следствием законов механики. Опираясь на механику структурированных частиц, демонстрируется природа достижения системой равновесного состояния. Рассмотрено расширение канонического принципа наименьшего действия для неравновесных систем. Показано, как это расширение связано с работой диссипативных сил, которая стремится к нулю, как только система приходит к равновесию. При достижении системой равновесного состояния расширенный принцип наименьшего действия преобразуется в канонический принцип наименьшего действия. На примере атмосферы земли рассматривается процесс установления стационарного состояния в неравновесной системе.

Ключевые слова: необратимость, эволюция, принцип наименьшего действия, энтропия, необратимость, формализмы механики.

Введение

Многообразие природных объектов, их свойств и закономерностей, привело к тому, что изучающая их физика представляет собой совокупность, порой слабо связанных между собой, разделов. К таким разделам, прежде всего, относятся классическая механика, статистика, термодинамика, квантовая механика и другие. Сложность процессов в этих объектах вынуждает строить физику, существенно опираясь на эмпирические законы, которые имеют место для соответствующего раздела. Так, к примеру, обстоит дело с термодинамикой, кинетикой, статистической физикой. Эмпирические законы, которые лежат в основах этих дисциплин, как правило, очень сложно связать с фундаментальными законами физики. Поэтому многие ее разделы до сих пор практически полностью остаются эмпирическими и слабо связанными с другими [1-3]. В то же время природа едина, что выдвигает требование поиска обобщающей теории, из которой можно было бы вывести хотя бы в принципе все законы физики или свести их к базисному минимуму.

Одна из основных трудностей в обосновании эмпирических законов термодинамики и кинетики состоит в объяснении механизма необратимости динамики природных систем, что, прежде всего, связано со вторым законом термодинамики [4-6]. Действительно, законы фундаментальной физики обратимы, а естественные природные процессы, как правило, обладают стрелой времени. Как в случае термодинамики, так и в случае кинетики для их объяснения необходимо, прежде всего, связать необратимость процессов эволюции природных систем с обратимостью фундаментальных законов физики [5-7]. Отсутствие в кинетике объяснения диссипативных эволюционных процессов в рамках фундаментальных законов физики компенсировалось использованием эмпирических уравнений, таких, например, как уравнения Больцмана, Фоккера-Планка, Ланжевена [1]. Относительно недавно решение этих вопросов стало возможным, благодаря появлению механики структурированных частиц, которая построена на основе уравнения движения тел с учетом их структуры [8]. Как оказалось, учет структур тел в уравнении движения приводит к возможности описывать диссипативные процессы [8,9]. Именно это открыло возможности обоснования эмпирических законов многих разделов физики в рамках ее фундаментальных законов. В частности, само существование детерминированного механизма необратимости уже является обоснованием второго закона термодинамики.

Здесь рассмотрим, как ключевому фундаментальному понятию физики, которым является принцип наименьшего действия, можно поставить в соответствие эмпирический принцип максимума энтропии равновесной системы в термодинамике [10-13]. С этой целью покажем, как на основе законов динамики элементов системы следует получать коллективные законы динамики систем. Поясним вывод уравнения динамики систем, и как из этого уравнения следует детерминированный механизм необратимости [8,9]. Затем напомним, как выводится канонический принцип наименьшего действия в классической механике, и как возникает расширение этого принципа для систем с учетом диссипативных процессов, имеющих место при их движении в неоднородном поле внешних сил. Покажем, что в соответствии с принципом наименьшего действия система в равновесном состоянии имеет максимальную энтропию. Покажем, как устанавливается равновесное состояние системы потенциально взаимодействующих элементов в соответствие с принципом наименьшего действия. Опираясь на детерминированный механизм необратимости и уравнение движения системы потенциально взаимодействующих материальных точек, объясним процесс достижения системой равновесного состояния. Это является одним из доказательств того, что второй закон термодинамики является следствием фундаментальных принципов физики. Обсудим расширенный принцип наименьшего действия для неравновесных динамических систем. Рассмотрим вопрос, почему стационарные открытые неравновесные динамические системы в приближении локального термодинамического равновесия допускают описание в рамках фундаментальных законов физики.

От свойств элементов к свойствам их систем

В природе все тела обладают структурой, то есть, они являются системами. Но классическая механика построена на основании модели тела в виде материальной точки, которая не обладает структурой. При этом уравнения Лагранжа и Гамильтона, используемые для описания динамики систем потенциально взаимодействующих материальных точек, построены на основе уравнения Ньютона для материальной точки при условии выполнения гипотезы о голономности связей [15]. Относительно недавно было показано, что использование этой гипотезы ведет к ограничению канонических формализмов механики. В частности, канонические формализмы механики неприемлемы для описания необратимых диссипативных процессов [8]. Отсюда возникают вопросы, каково будет уравнение движения для системы потенциально взаимодействующих материальных точек, и можно ли устранить ограничения формализмов классической механики, если для их вывода использовать уравнение движения не материальной точки, а их системы. Эти вопросы актуальны для физики в целом. Поясним, как они были решены в результате построения механики структурированных тел [8, 12].

Отличие динамики систем от динамики элементов, прежде всего, обусловлено наличием у систем внутренней энергии взаимодействующих элементов. Особенность внутренней динамики состоит в том, что сумма внутренних сил всегда равна нулю. Поэтому внутренние движения элементов не меняют импульса системы. Это соответствует принципу Галилея. Но при этом движение системы в пространстве может приводить к изменению внутренних движений элементов, если внешнее поле сил неоднородно [8].

То, что механика Ньютона была построена, опираясь на уравнение движения материальной точки, позволило предположить, что и механику систем также следует строить, опираясь на уравнение ее движения, но с учетом коллективных свойств систем. Чтобы пояснить, как было получено уравнение движения системы материальных точек с учетом отличительных свойств системы от бесструктурных частиц, рассмотрим простой пример.

Пусть тело скатывается с трением по наклонной поверхности. При этом очевидно, что каждая материальная точка участвует в двух типах движения: в движении вместе с системой, и в движении относительно центра масс системы. Это два типа независимых движений, которые определяются разными силами: внешними и внутренними. Независимость двух типов движений следует из свойства аддитивности сил. В процессе скатывания часть энергии внешнего поля сил тратится на преодоление силы трения и идет на его нагрев. То есть, диссипация - переход энергии движения во внутреннюю энергию тела. Следовательно, характер диссипации определяется изменениями двух типов энергии: энергии движения и внутренней энергии. Взаимосвязь двух типов энергии из-за диссипации обуславливает инвариантность суммы энергии движения и внутренней энергии при нарушении инвариантности каждой из них.

Характер диссипации определяется не только внешними силами, но и внутренними свойствами тел. Отсюда ясно, что динамика структурированного тела определяется не только симметриями пространства, как в случае бесструктурного тела, но и симметриями самого тела. В этом суть принципа дуализма симметрии [8]. То есть, уравнение движения систем, в отличие от уравнения движения элементов, следует строить, исходя из принципа дуализма симметрии. Поэтому для описания динамики тела с учетом диссипации, его энергию следует представлять инвариантной суммой энергии движения и внутренней энергии. При таком представлении энергии движение каждой материальной точки распадается на движение относительно центра масс и движение вместе со всей системой в пространстве. В результате появляется возможность описать преобразование энергии движения во внутреннюю энергию. В этом состоит ключевое отличие нашего подхода к поиску решения проблемы необратимости от существующих подходов [19]. Кроме того, такой подход позволяет понять природу нарушения симметрии времени.

Полная энергия тела может быть задана в независимых микро – и макропеременных. Микропеременные определяют внутренние движения элементов системы, а макропеременные определяют движение системы в пространстве. В этих переменных энергия распадается на сумму внутренней энергии и энергии движения тела [8]. Путем дифференцирования представленного таким образом энергии по времени получаем уравнение для изменения энергии системы в зависимости от координат. Из него следует уравнение движения системы. Оно имеет вид [8]:

$$M_N \dot{V}_N = -F_N^0 - \mu V_N \,, \tag{1}$$

где M_N - масса системы; V_N - скорость системы относительно ее центра масс; i, j - номера материальных точек системы, где i, j пробегают значения от 1 до *N*, причем $i \neq j$; $v_i - v_j = v_{ij} = \dot{r}_{ij}$ - относительные скорости материальных точек системы; $F_N^0 = \sum_{i=1}^{N} F_i^0$; F_i^0 - внешние силы, действующие на каждую i-ю материальную точку; $F_{ij}^0 = F_i^0 - F_j^0$; F_{ij} - силы взаимодействия между i и j материальной точкой; $\mu = \dot{E}_N^{\text{int}} / (V_N^{max})^2$; $\dot{E}_N^{\text{int}} = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} v_{ij} (m\dot{v}_{ij} + F_{ij}^0 + NF_{ij})$.

Как видим, уравнение (1) получено в результате сложения не сил, как это сделано в [14], а изменений энергий движения и внутренней энергии с учетом их возможной взаимной трансформации. В нем второй член в правой части, определяющий изменение внутренней энергии, возникает только при наличии разности скоростей материальных точек и действующих на них сил. Этот билинейный член второго порядка малости. Уравнение имеет иную симметрию, чем классическое уравнение движения системы. Отмети, что уравнение движения для каждой материальной точки принимает обычный вид уравнения Ньютона.

Из уравнения (1) следует необратимость динамики системы из достаточно большого количества материальных точек [9]. При этом движение каждого элемента системы подчиняется механике Ньютона.

Таким образом, проблема решения задачи для малого количества частиц, например, задача трех тел, как раз связана с тем, что ее пытаются решать без учета того, что каждая материальная точка системы участвует в двух типах движения, определяемых независимыми внутренними и внешними силами. Чтобы решить эту задачу, необходимо, как и в случае описания динамики систем, перейти к независимым микро – и макропеременным динамики системы, описывающих изменение энергии взаимодействия групп материальных точек и энергии их движения. При этом нельзя пренебрегать членами второго порядка малости, которые и определяют взаимосвязь этих типов энергий.

Как выводится принцип наименьшего действия.

Чтобы установить характер соответствия и взаимосвязи принципа наименьшего действия с принципом максимума энтропии, сначала напомним, как из принципа Даламбера при условии потенциальности коллективных сил выводится уравнение Лагранжа для систем потенциально взаимодействующих материальных точек [14,15]. Затем, опираясь на этот вывод, покажем, как принцип максимума энтропии в термодинамике следует из принципа наименьшего действия.

Согласно принципу Даламбера для систем материальных точек имеем [15]:

$$\delta\omega^l = \sum\left[\mathrm{F}_i - \frac{d}{dt}(m_i \mathrm{v}_i)\right]\cdot\delta\mathrm{R}_i = 0 \qquad (2)$$

Уравнение (2) означает, что полная виртуальная работа приложенных и инерциальных сил равна нулю. То есть работа по перемещению материальных точек состоит из двух частей, связанных с двумя категориями сил. К ним принадлежат активные силы, действующие на систему, и силы инерции, обусловленные реакцией системы на внешнее воздействие. Эти силы качественно различаются по своему характеру. Здесь мы ограничимся теми случаями, для которых виртуальная работа приложенных или активных сил является полным дифференциалом, получаемым из силовой функции. Соответствующие силы называются моногенными.

Виртуальную работу сил инерции нельзя получить из какой-либо одной функции – ее приходится выписывать для каждой материальных точек в отдельности. Но это положение может быть исправлено путем интегрирования по времени, что придает работе сил инерции моногенную форму. Умножим величину $\delta\omega^l$ на dt и проинтегрируем в интервале от $t = t_1$ до $t = t_2$. Будем иметь:

$$\int_{t_1}^{t_2}\delta\omega^l dt \equiv \int_{t_1}^{t_2}\sum\left[\mathrm{F}_i - \frac{d}{dt}(m_i \mathrm{v}_i)\right]\cdot\delta\mathrm{R}_i dt. \qquad (3)$$

Здесь и далее подразумевается суммирование по $i = 1,2,3\ldots N$, где N – число материальных точек.

Представим правую часть в виде суммы двух слагаемых. Чтобы получить моногенный характер активных сил, необходимо предположить, что силовая функция не зависит от скоростей и может быть определена градиентом от скалярной функции. Это означает, что существует силовая функция $V = -U$. Здесь U – это потенциальная функция или потенциальная энергия. Забегая вперед, скажем, что предположение о потенциальности сил, как это будет показано в дальнейшем, является жестким ограничением на динамику системы, которое неприемлемо для описания диссипативных процессов. При выполнении этого предположения, для активной силы можно записать:

$$\int_{t_1}^{t_2}\sum \mathrm{F}_i\cdot\delta\mathrm{R}_i dt = -\int_{t_1}^{t_2}\delta V dt = -\delta\int_{t_1}^{t_2} V dt \qquad (4)$$

Для инерциальных сил будем иметь:

$$-\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dt}(m_i \mathrm{v}_i)\cdot\delta\mathrm{R}_i dt = -\int_{t_1}^{t_2}\frac{d}{dt}(m_i \mathrm{v}_i\cdot\delta\mathrm{R}_i)dt$$
$$+\int_{t_1}^{t_2} m_i \mathrm{v}_i\cdot\frac{d}{dt}(\delta\mathrm{R}_i)dt \qquad (5)$$

Первый член в правой части после интегрирования дает граничный член:

$$-\ m_i \mathrm{v}_i\cdot\delta\mathrm{R}_i\Big|_{t_1}^{t_2} \qquad (6)$$

Второй член, с учетом коммутативности операций варьирования и дифференцирования преобразуется следующим образом:

$$\int_{t_1}^{t_2} m_i \mathrm{v}_i \cdot \frac{d}{dt}\delta \mathrm{R}_i dt = \int_{t_1}^{t_2} m_i \mathrm{v}_i \cdot \delta \mathrm{v}_i dt = \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2} m_i \delta(\mathrm{v}_i \cdot \mathrm{v}_i) dt =$$

$$= \frac{1}{2}\delta \int_{t_1}^{t_2} m_i v_i^2 dt \qquad (7)$$

Суммируя по всем частицам, получим:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta\omega^l dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2}\sum m_i v_i^2 dt - \delta \int_{t_1}^{t_2} V dt -$$

$$-\left[\sum m_i \mathrm{v}_i \cdot \delta \mathrm{R}_i\right]_{t_1}^{t_2} \qquad (8)$$

Вводя кинетическую энергию *T* механической системы, построим с ее помощью функцию $L = T - V$. Функция *L*, определенная как избыток кинетической энергии по сравнению с потенциальной, является наиболее важной величиной при математическом анализе задач механики. Ее называют функцией Лагранжа. С помощью функции Лагранжа выражение (8) можно записать в форме

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta\omega^l dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt - \left[\sum m_i \mathrm{v}_i \cdot \delta \mathrm{R}_i\right]_{t_1}^{t_2} \qquad (9)$$

До сих пор вариации $\delta \mathrm{R}_i$ являлись произвольными виртуальными изменениями радиус-векторов R_i. Ниже потребуем, чтобы $\delta \mathrm{R}_i$ обращались в нуль на концах интервала t_1 и t_2:

$$\delta \mathrm{R}_i(t_1) = 0,$$
$$\delta \mathrm{R}_i(t_2) = 0.$$

Это означает, что при $t = t_1$ и $t = t_2$, положение механической системы считается заданным и при этих граничных значениях *t* не допускаются никакие значения вариации. Таким образом, мы варьируем действие «при фиксированных граничных значениях». Тогда граничный член в правой части (8) обращается в нуль и *интеграл по времени от виртуальной работы, совершенной эффективными силами, переходит в вариацию некоторого определенного интеграла*

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta\omega^l dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta A, \qquad (10)$$

где $$\delta A = \int_{t_1}^{t_2} L dt \qquad (11)$$

Так как согласно принципу Даламбера величина $\delta\omega^l$ равна нулю в любой момент времени, левая часть (11) также равна нулю. Следовательно, принцип Даламбера с учетом принятых условий и ограничений трансформируется к следующему виду:

$$\delta A = 0 \qquad (12)$$

Это и есть принцип Гамильтона [15]. Он утверждает, что движение произвольной механической системы происходит таким образом, что *определенный интеграл A приобретает стационарное значение по отношению к любым возможным вариациям положения системы, когда начальное и конечное положения остаются фиксированными.*

Рассуждения, которые привели к принципу Гамильтона, могут быть проведены и в обратном порядке. Можно сначала постулировать, что $\delta A = 0$ для произвольных вариаций положения системы, а затем преобразовать δA в левую часть (12) и прийти к обращению в нуль величины $\delta\omega^l$, т. е. к принципу Даламбера [14, 15]. Отсюда видно, что принцип Гамильтона и принцип Даламбера математически эквивалентны и их области применения одинаковы, но при условии, что приложенные силы, действующие на механическую систему, являются моногенными.

В то время, как в принципе Даламбера высказываются независимые суждения для каждого отдельного момента времени в процессе движения, принцип Гамильтона содержит лишь одно утверждение, охватывающее весь промежуток времени. Движение рассматривается как нечто *целое.* Это унифицирующее свойство вариационного принципа обладает большой общностью. И уравнения теории относительности, и уравнения квантовой механики получаются из принципа наименьшего действия. Только для каждого конкретного случая функцию Лагранжа *L* определяют по-разному.

Важно добавить, что **согласно уравнению (2) система всегда движется по направлению суммы векторов активных сил, действующих в каждой последующей точке траектории движения системы**. Эти силы являются потенциальными. Действительно, только в том случае, когда в каждой точке траектории активная результирующая сила совпадает с инерциальной силой, имеет место принцип наименьшего действия, и работа, совершаемая внешними силами по перемещению системы вдоль соответствующей траектории, минимальна. Это обстоятельство снимает некоторую «мистичность» принципа наименьшего действия, отмеченную в [15].

В случае полигенных сил преобразование принципа Даламбера в минимальный принцип, или, точнее говоря, к условию $\delta A = 0$, в общем случае становится невозможным [8, 15]. Так как голономные кинематические связи механически эквивалентны моногенным силам, а неголономные связи – полигенным силам, то можно сказать, что *принцип Гамильтона применим к произвольной механической системе, характеризуемой только моногенными силами или голономными связями.* Но при наличии диссипативных сил принцип наименьшего действия в данном виде не выполняется, что связано с существованием работы полигенных сил, которая меняет внутреннюю энергию системы [8,9,16]. Только для голономных систем существует такая функция скоростей и координат L, вариация интеграла которой по времени равна нулю $\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0$. И хотя в общем случае неравновесных систем при наличии коллективных непотенциальных сил, такой скалярной функции нет, принцип Даламбера остается справедливым и в этих случаях.

Если учесть работу непотенциальных сил, то из принципа Даламбера получим расширенный вариационный принцип [16].

Связь принципа наименьшего действия с условием максимальности энтропии

Согласно термодинамическим законам, системы стремятся к равновесному состоянию с максимальной энтропией [3]. Покажем, что условие максимальности энтропии системы в равновесном состоянии также следует из принципа наименьшего действия.

Второй закон термодинамики для изолированных систем можно записать так [3]:

$$\partial S / \partial t \geq 0, \qquad (13)$$

где S – энтропия.

Т.е. в изолированных системах энтропия нарастает таким образом, что в равновесном состоянии в выражении (13) имеет место равенство, соответствующее максимальной энтропии. Согласно статистическому определению, энтропия Больцмана связана с числом микросостояний W, определяющих макро-состояние системы, следующим образом [1, 3]:

$$S = k \ln W, \qquad (14)$$

где k – постоянная Больцмана.

Формула (14) справедлива при условии равновероятности микросостояний системы. Для ее вывода принято, что любое микросостояние реализуется с равной вероятностью, а система может находиться в любом макросостоянии в течение времени, пропорциональному числу неразличимых микросостояний, с помощью которых реализуется данное макросостояние. Отсюда делают вывод, что, так как равновесное состояние реализуется несоизмеримо чаще, чем любое другое состояние, то в соответствии с (14) система фактически все время находится в состоянии, соответствующем максимальной энтропии. То есть, она находится в равновесии. Возникает противоречивая ситуация. Статистическая физика в принципе не запрещает возможность реализации маловероятного состояния системы. Например, согласно ее законам все молекулы газа могут собираться в одной из половин сосуда. В свою очередь, термодинамика запрещает возникновение в равновесных системах состояния с нарушением однородности плотности, поскольку это противоречит второму закону термодинамики. Это противоречие статистической физики и термодинамики указывает на ограничение применимости статистических законов для описания неравновесных систем. Можно лишь утверждать, что гипотеза о равновероятности микросостояний справедлива только для термодинамических систем, близких к состоянию равновесия.

Сопоставим условие максимальности энтропии для равновесного состояния системы с принципом наименьшего действия. Как было показано выше, согласно принципу наименьшего действия существует функция координат и скоростей элементов системы, называемая функцией Лагранжа L, для которой выполняется условие:

$$\delta\tilde{S} = \delta\int_{t_1}^{t_2} L(q_1, q_2, ...q_s; \dot{q}_1, \dot{q}_2, ...\dot{q}_s; t)dt = 0 \quad (15)$$

где $q_1, q_2, ...q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, ...\dot{q}_s$ – обобщенные скорости; t – время; t_1, t_2 – начальный и конечный моменты времени; $\tilde{S}$ – действие.

Согласно принципу наименьшего действия, система всегда движется так, что на рассматриваемом временном отрезке действие принимает экстремальное значение.

Функция Лагранжа системы потенциально взаимодействующих материальных точек имеет вид:

$$L_a = \sum_a \frac{m_a v_a^2}{2} - \sum_a U_a \quad (16)$$

где m_a – масса a-й материальной точки; v_a – скорость; U_a – потенциальная энергия a-й материальной точки.

Очевидно, что если классическая механика и термодинамика непротиворечивы, то для равновесной системы должны иметь место как условие (13), так и (15). Согласно уравнению (13) система стремится к максимальному значению энтропии, а согласно (15), она движется так, что в предельном случае равновесия имеет место принцип наименьшего действия. Покажем, что условие максимума энтропии следует из принципа наименьшего действия.

Рассмотрим одномерный газ (аналогия с частицами, насаженными на окружность достаточно большого диаметра). Исходя из теоремы вириала на достаточно большом отрезке времени кинетическая энергия пропорциональна потенциальной. Поэтому будем рассматривать только потенциальную энергию.

Пусть на масштабе R имеется n потенциально взаимодействующих элементов. Тогда в приближении близкодействия потенциальная энергия одномерного газа определяется формулой:

$$U = b\sum_a \frac{R}{l + \varepsilon_a} \quad (17)$$

где $l = R/n$, $b = const$ – константа, определяемая симметрией системы, $\sum_a \varepsilon_a = 0$. Т.е. величина ε_a означает дисперсию расстояний между частицами.

Не сложно видеть, что потенциальная энергия каждой частицы будет минимальной, если расстояния от нее до двух соседних частиц равны. Действительно, функция $G = 1/(l+\varepsilon) + 1/(l-\varepsilon)$ имеет минимум при $\varepsilon = 0$. Очевидно, что и для трехмерного случая потенциальная энергия имеет минимум, когда расстояние между всеми частицами одинаково. Это можно пояснить на простом физическом примере. Соединим шарики одинаковыми пружинками, чтобы образовалась трехмерная решетка. Стационарным состоянием такой решетки как раз будет такое состояние, которое соответствует одинаковому расстоянию между шариками и равенству сил между ними. Но здесь возникает вопрос, как устанавливается такое состояние. Этот вопрос получает ответ, лишь опираясь на детерминированный механизм необратимости [8].

Из теоремы вириала следует, что если потенциальная энергия является однородной функцией k-й степени, то для средних значений кинетической и потенциальной энергий выполняется равенство $2 < T >= k < U >$. Поэтому можно утверждать, что согласно принципу наименьшего действия, газ, состоящий из потенциально взаимодействующих частиц, стремится равномерно заполнить занимаемый им объем. Т. е. при $l_a = l = const$ имеем:

$$\delta\tilde{S} = \delta\int (L - U)dt = 0 \quad (18).$$

А это соответствует состоянию с максимальной энтропией.

Однородность распределения частиц в пространстве следует также и из условия однородности пространства. Действительно, в соответствии с закон сохранения импульса в замкнутой системе должно быть $F = \sum_j F_j = 0$ для каждой из выделенных подсистем, где j - число частиц в подсистеме, причем $j >> 1$. То есть образование локальных неоднородностей, например, сгущений частиц, в замкнутой системе невозможно, так как это приведет к появлению отличных от нуля коллективных сил. Оно невозможно и из-за закона сохранения импульса, поскольку для образования такого сгущения частиц необходимо возникновение коллективных движений частиц в однородной среде. То есть, возникновение коллективных движений в равновесных системах невозможно, так как это эквивалентно нарушению закона сохранения импульса для системы.

Механизм достижения равновесия

Таким образом, равновесное термодинамическое состояние соответствует принципу наименьшего действия. Но возникают следующие вопросы, как и почему система способна достичь равновесного состояния? Ведь для установления в системе равновесного состояния требуется необратимость уравнений динамики. Кстати, при решении вариационных задач эти вопросы оставляют в стороне. Действительно, если даже взять чисто классическую задачу с брахистохроной, то решение ограничивается только расчетом для нее потенциальной энергии, которая в соответствии с принципом наименьшего действия должна быть минимальной. При этом не затрагивается вопрос, как при условии обратимости уравнений движения системы достигается равновесной состояние. Эти вопросы, так или иначе, сводятся к проблеме необратимости и проблеме обоснования второго закона термодинамики [6].

Длительный период времени в науке существовало вероятностное объяснение механизма необратимости [7]. Оно опиралось на гипотезу о неизбежном существовании хотя бы сколь угодно слабых внешних воздействий на систему. В этом случае, благодаря экспоненциальной неустойчивости по Ляпунову гамильтоновых систем, они никогда не вернуться в исходное состояние. Это действительно так [4]. Но то, что система не вернется в исходное состояние, это одно, а то, что она при этом достигнет состояния с максимальной энтропией, это совсем другое. Более того, наличие данного механизма необратимости, будем называть его вероятностным, не может объяснить сам процесс достижения того или иного аттрактора, каким может являться равновесное состояние.

Относительно недавно был найден детерминированный механизм необратимости. Он позволяет объяснить процесс достижения системой равновесного состояния. Поясним этот механизм, опираясь на механику структурированных тел [8].

Пусть для общности имеем неравновесную замкнутую систему потенциально взаимодействующих элементов. Известно [3], что такую систему в приближении локального термодинамического равновесия можно представить совокупностью перемещающихся равновесных подсистем материальных точек. Равновесие системы означает, что относительные скорости таких подсистем равны нулю. Это равенство нулю относительных движения объясняется тем, что энергия относительного движения подсистем монотонно переходит в их внутреннюю энергию. Преобразование энергии относительного движения подсистем в их внутреннюю энергию имеет место согласно уравнению движения взаимодействующих подсистем. Действительно, динамика систем потенциально взаимодействующих материальных точек определяется уравнением (1) [8,9]. Второй член уравнения (1) определяет трансформацию энергии движения подсистемы в ее внутреннюю энергию. Он стремится к нулю по мере уменьшения относительных скоростей подсистем, что и означает необратимость. Это стремление определяется эволюционной нелинейностью. Потенциал эволюционной нелинейности в соответствии с уравнением (1) имеет вид [12] (рисунок 1):

$$H(\chi) \approx H_0 + V(b_2\chi^2 - b_4\chi^4) \quad (19)$$

Здесь χ - малый параметр, который определяет эффективность преобразования энергии движения подсистем в их внутреннюю энергию, b_2, b_4 - коэффициенты, определяемые характером симметрии подсистем и потенциалом взаимодействия их элементов. Величина χ определяется билинейной функцией переменных, характеризующих внутреннюю динамику элементов системы и энергию движение ее центра масс в пространстве.

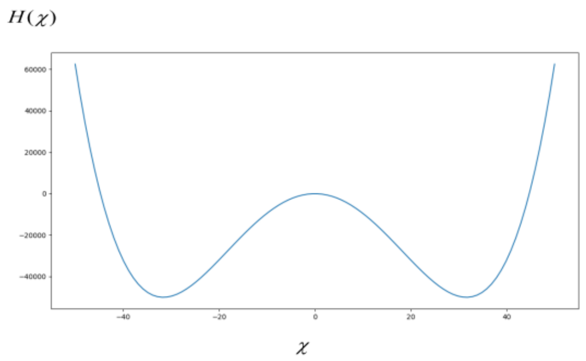

Рисунок 1- Потенциал эволюционной нелинейности

Первый член в скобках правой части определяет поток энергии движения подсистем в их внутреннюю энергию. А второй член определяет обратный поток. Для достаточно больших подсистем прямой поток всегда больше обратного потока. Именно в этом суть процесса установления равновесного состояния подсистемы [8]. Согласно такому механизму установления равновесия, энергия относительного движения любой произвольным образом выделенной подсистемы равна нулю. А теперь поясним обобщенный принцип наименьшего действия для неравновесных систем.

Согласно каноническому принципу наименьшего действия движение системы происходит таким образом, что определенный интеграл с фиксированными начальным и конечным положениями системы имеет стационарное значение по отношению к любым возможным изменениям ее траектории. Следовательно, для потенциальных коллективных сил имеем [10, 11]: $\delta A = 0$. Но этот случай имеет место только для систем, близких к равновесию. В неоднородном поле сил равенство нулю не соблюдается. Это объясняется работой неголономных сил, обуславливающих необратимую динамику. В результате имеем [16]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta w dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta A^d \neq 0 \quad (20)$$

Здесь A^d - член, который появляется в результате нелинейной трансформации энергии движения подсистемы в ее внутреннюю энергию. A^d определяется выражением (19) и зависит от параметров, определяющих динамику подсистемы и динамику ее элементов. Оно также следует из уравнения Лагранжа, которое выводится для уравнения движения структурированной частицы [17]. То есть, уравнение (20) является расширенным принципом наименьшего действия, который следует из механики структурированных частиц. В отличие от классического принципа наименьшего действия, вариация отлична от нуля и определяется работой непотенциальных сил, меняющих внутреннюю энергию системы. Она имеет вид [8, 16, 18]:

$$A^d = \delta \int \sum_{i=1}^{R} (\Phi_i dr_i) dt \quad (21)$$

Здесь Φ_i, совокупность непотенциальных сил, действующих между подсистемами.

В общем случае канонические уравнения формализмов классической механики являются частным случаем соответствующих расширенных формализмов, построенных на основе уравнения движения систем материальных точек. Только при приближении системы к равновесию, величина A^d стремится к нулю, и мы приходим к каноническому виду принципа наименьшего действия. Отметим, что к выводу о том, что согласно законам классической механики система должна стремить к равновесию, также пришли в результате прямых численных вычислений динамики систем, опираясь на уравнение Ньютона [10].

Отметим, что вблизи от равновесия, когда справедливо линейное описание динамики системы, канонический принцип наименьшего действия справедлив. И лишь вдали от равновесия необходимо пользоваться формулами (20) и (21).

Стационарность атмосферы и принцип наименьшего действия

Выше были рассмотрены замкнутые неравновесные системы. Но в природе в общем случае все объекты являются открытыми неравновесными динамическими системами. Пока не существует формализма, который может описывать процессы в таких системах в рамках законов фундаментальной физики. Но их описание существенно упрощается для случаев, когда имеет место баланс локальных величин энтропии и энергии в заданной физической точке системы. Рассмотрим, каким будет принцип наименьшего действия для таких открытых неравновесных динамических систем.

Существование стационарных неравновесных систем в природе обусловлено балансом приходящих и уходящих потоков энтропии, энергии, вещества на всех иерархических уровнях материи. Этот баланс обеспечивается соответствующими внешними ограничениями. Ярким примером стационарных систем является атмосфера Земли. Ее стационарность, главным образом, поддерживается приходящим и уходящим потоками радиации. Если гипотетически лишить атмосферу приходящего потока солнечной радиации, то начнется процесс последовательного установления равновесного состояния на всех иерархических уровнях атмосферы. И тогда в определенный период времени атмосферный газ превратится в жидкость и покроет поверхность Земли. То есть, иерархическая лестница структуры атмосферы при «отключении» потока солнечной радиации станет разрушаться. Связано это с тем, что ключевыми и определяющими свойствами эволюции на всех иерархических ступенях атмосферы являются диссипативные процессы, обусловленные радиационным балансом. То есть, внешние ограничения должны обеспечивать потоки, компенсирующие производство энтропии на всех иерархических ступенях материи. Эти потоки определяются уравнениями баланса, которые в простейшем случае записываются в приближении неравновесной термодинамики [20]. Тогда возникает вопрос, почему, как показала практика, несмотря на существенную роль неравновесности, для описания динамики атмосферы можно пользоваться стационарными линейными уравнениями гидродинамики, например, для описания процессов генерации волн на границе дня и ночи [21,22]?

Ответ заключается в следующем. Как было отмечено выше, динамические процессы на каждом иерархическом уровне открытой неравновесной динамической системы определяются принципом дуализма энергии [8]. Стационарность иерархического уровня означает стационарность соответствующих ему энергий движения и внутренней энергий. Но в это случае в локальной физической точке термодинамического равновесия уравнение (1) распадается на два независимых уравнения, соответствующих динамике уровня как целого и внутренней динамике его элементов. Причем параметры атмосферы в этой точке можно считать постоянными и независящими от пространственных переменных. Тогда для уравнения динамики в заданной физической точке, в которой среду можно считать однородной, в рамках теории возмущения справедлив канонический формализм классической механики. В этом случае также выполняется канонический принцип наименьшего действия. Поэтому динамика стационарных открытых неравновесных системы в локальных областях описывается в рамках законов фундаментальной физики. Но при этом важно правильно определить границы локальной области, внутри которых приближения стационарности и однородности параметров системы можно считать приемлемыми. Пространственная неоднородность параметров атмосферы, зависимость величины, поступающей и уходящей из нее радиации от области атмосферы, приведут к тому, что в целом принцип наименьшего действия для нее уже будет расширенным, соответствующий открытой неравновесной динамической системе. То есть, он будет определяться не только локальными параметрами атмосферы, но и внешними факторами, зависящими от пространства и времени.

Выводы

Система движется так, что сумма инерциальных сил всегда направлена вдоль суммы векторов активных сил, действующих в каждой последующей точке траектории движения системы. Характер активных сил определяется внешним потенциальным полем. Принцип наименьшего действия возникает в связи с тем, что в каждой точке траектории активная сила равна по величине и противоположна направлению инерциальной силе. Тогда работа, совершаемая внешними силами по перемещению системы вдоль соответствующей траектории, минимальна.

В соответствии с принципом наименьшего действия замкнутая система в равновесном состоянии имеет максимальную энтропию с однородным заполнением пространства ее элементами. Это означает, что принцип максимума энтропии является следствием принципа наименьшего действия. В свою очередь, принцип наименьшего действия для систем обусловлен свойствами ее динамики, а эти свойства следуют из принципа дуализма симметрии, то есть, они определяются симметриями системы и пространства. Следовательно, состояние системы с максимальной энтропией соответствует принципу наименьшего действия и вытекает из свойств внутренних симметрий системы, а также пространства и времени.

Возможность достижения системой равновесного состояния обусловлена существованием детерминированного механизма необратимости. Согласно этому механизму замкнутая неравновесная система, представленная совокупностью перемещающихся относительно друг друга равновесных подсистем, в соответствии с законами классической механики стремиться к равновесию, в результате преобразования энергии относительного движения подсистем в их внутреннюю энергию. Следовательно, установление в замкнутой системе равновесного состояния, определяемого вторым законом термодинамики, вытекает из фундаментальных законов динамики, как и сам второй закон термодинамики.

Поскольку равновесная термодинамическая система подчиняется принципу наименьшего действия, то возмущения такой системы в линейном приближении описываются в рамках приближения бездиссипативной сплошной среды. То есть, динамика сплошной среды в линейном приближении для достаточно малых нарушений равновесности, описывается в адиабатическом приближении, например, уравнениями гидродинамики [2].

В открытой неравновесной динамической системе возможна стационарность. Она поддерживается балансом различных потоков энергии, вещества. В этом случае теория возмущений справедлива для локальных физических точек системы, когда параметры системы можно считать однородными. Это позволяет, например, для описания атмосферы пользоваться формализмом Гамильтона и соответствующими ему уравнениями динамики газа.

Канонические уравнения формализмов классической механики являются частным случаем расширенных формализмов, построенных на основе уравнения движения структурированных тел. Расширенный принцип наименьшего при приближении системы к равновесию стремится к каноническому виду принципа наименьшего действия.

Литература

1. Ландау. Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика // М.–Наука. –1979. –528 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика // М. –1976. –583 с.
3. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика. Стат. Физика и Кинематика//М. – Наука. – 1977. – 532 с.
4. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем//М.–Наука.–1984.–273с.
5. Пригожин И. От существующего к возникающему. Время и сложность в физических науках// М. – Наука.–1985.–328с.
6. Peliti Luca, · Rechtman Raúl. Einstein's Approach to Statistical Mechanics: The 1902–04 Papers. J Stat Phys (2017) 167:1020–1038 DOI 10.1007/s10955-016-1615-8.–P.1020-1038
7. Гинзбург В.Л. Специальное заседание ред. Коллегии журнала УФН, приуроченное к 90-летию со дня рождения В.Л. Гинзбурга// УФН. – 2007. – № 177 (4). – С. 345-346.
8. Сомсиков В.М. К основам физики эволюции//Алматы.–Наука.–2016.–306 с.
9. Somsikov V.M. Deterministic mechanism of irreversibility. Journal of Advances in Physics// V. 14. Is. 3. 5708-5733p. DOI: 10.24297/jap.v14i3.7759 ISSN: 2347-3487.
10. Baldovin F., Moyano L.G., Tsallis C. Boltzmann-Gibbs thermal equilibrium distribution descends from Newton laws: A computational evidence. arXiv:cond-mat/0402635 v1 25Feb 2004.
11. Terekhovich V. Metaphysics of the principle of least action// Studies in History and Philosophy of Modern Physics –62: (2018). –P. 189-201.
12. Сомсиков В.М. Детерминированная необратимость в природе хаоса и порядка//Журнал ПЭОС. – 2019. – № 21. Т.1. – С. 45-55.

13. Hamid S. A Principle of Least Action for the First Law of Thermodynamics in Rational Mechanics. arXiv:1908.03062v1 [physics.class-ph] 6 Aug 2019
14. Голдстейн Г. Классическая механика// – М. – Наука. –1975. – 416 с.
15. Ланцош К. Вариационные принципы механики// М.. – Мир. – 1962. – 408 с.
16. Somsikov V. M. Limitation of classical mechanics and ways it's expansion. PoS (Baldin ISHEPP XXII-047). XXII International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems. 15-20 September 2014. JINR, Dubna. P. 1-12.
17. Somsikov V.M. Equilibration of a hard-disks system. IJBC//November.Vol.14, №. 11.– 2004 –P. 4027- 4033.
18. Somsikov V.M. Deterministic irreversibility and the matter structure. Journal of Advances in Physics. V. 16. (2019) ISSN: 2347-3487 http://cirworld.com/index.php/jap p. 21-33.
19. Callaway H. G. Fundamental Physics, Partial Models and Time's Arrow. In L. Magnani, & C. Casadio (Eds.), Model-Based Reasoning in Science and Technology: Logical, Epistemological, and Cognitive Issues Berlin: Springer.– 2019.–pp.1-19. https://www.researchgate.net/publication/296327588.
20. Сомсиков В.М. О построении физики эволюции//Журнал ПЭОС. 2018.–Вып.20, Т.2, –с. 12-18.
21. A.B. Andreev, V.M. Somsikov, S.N. Mukasheva, V.I. Kapytin, K.A. Nurgalieva, Nonequilibrium Effects in Atmospheric Perturbations Caused by Solar Radiation Flux// Geomagn.&Aeronomy. – 2018, Vol. 58, No. 1, –P. 106–112.
22. Сомсиков В.М. Солнечный терминатор и динамика атмосферы.//А-Ата. – Наука. – 1983. – 293 с.

Принята к печати 21.09.19.

В.М. Сомсиков
Институт ионосферы, Алматы, 050020, Казахстан
e-mail: vmsoms@rambler.ru

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ЭНТРОПИИ И ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

Аннотация. С целью решения проблемы обоснования эмпирических законов физики, связанных с необратимостью природных процессов, на основе фундаментальных законов физики, рассматривается взаимосвязь принципа наименьшего действия классической механики и принципа максимума энтропии в термодинамике. Показано, что состояние системы с максимальной энтропией соответствует принципу наименьшего действия. То есть, принцип максимума энтропии равновесной системы в термодинамике следует из ключевого принципа классической механики, которым является принцип наименьшего действия. Это является аргументом в пользу того, что второй закон термодинамики должен быть следствием законов механики. Опираясь на механику структурированных частиц, демонстрируется природа достижения системой равновесного состояния. Рассмотрено расширение канонического принципа наименьшего действия для неравновесных систем. Показано, как это расширение связано с работой диссипативных сил, которая стремится к нулю, как только система приходит к равновесию. При достижении системой равновесного состояния расширенный принцип наименьшего действия преобразуется в канонический принцип наименьшего действия. На примере атмосферы земли рассматривается процесс установления стационарного состояния в неравновесной системе.

Ключевые слова: необратимость, эволюция, принцип наименьшего действия, энтропия, необратимость, формализмы механики.

V.M. Somsikov
Ionosphere Institute, Almaty, 050020, Kazakhstan

PRINCIPLE OF LEAST ACTION AND IRREVERSIBILITY

Abstract. In order to solve the problem of substantiating the empirical laws of physics associated with the irreversibility of natural processes, based on the fundamental laws of physics, we consider the relationship between the principle of least action of classical mechanics and the principle of maximum entropy in thermodynamics. It is shown that the state of a system with maximum entropy corresponds to the principle of least action. That is, the principle of maximum entropy of the equilibrium system in thermodynamics follows from the key principle of classical mechanics, which is the principle of least action. This is a key argument in favor of the fact that the second law of thermodynamics should be a consequence of the laws of mechanics. Based on the mechanics of structured particles, the nature of the achievement of an equilibrium state by the system is demonstrated. An extension of the canonical principle of least action for nonequilibrium systems is considered. It is shown how this expansion is associated with the work of dissipative forces, which tends to zero as soon as the system comes to equilibrium. When the system reaches equilibrium, the expanded principle of least action is converted to the canonical principle of least action.

Keywords: irreversibility, evolution, principle of least action, entropy, irreversibility, formalisms of mechanics.

В.М. Сомсиков
Ионосфера институты, Алматы, 050020, Қазақстан
vmsoms@rambler.ru

ЕҢ АЗ ӘРЕКЕТ ПРИНЦИПІ ЖӘНЕ ҚАЙТЫМСЫЗ

Аннотация. Физиканың іргелі заңдары негізінде табиғи процестердің қайтымсыз болуымен байланысты физиканың эмпирикалық заңдарын негіздеу мәселесін шешу мақсатында классикалық механиканың ең аз әрекет ету принципі мен термодинамикадағы энтропияның максимумы қағидатының өзара байланысы қарастырылады. Максималды энтропиясы Бар жүйенің жағдайы ең аз әрекет ету принципіне сәйкес келеді. Яғни, термодинамикадағы тепе-тең жүйе энтропиясының максимум принципі ең аз әрекет принципі болып табылатын классикалық механиканың негізгі қағидатынан шыққан жөн. Бұл термодинамиканың екінші заңы механика заңдарының салдары болуы тиіс. Құрылымдалған бөлшектер механикасына сүйене отырып, жүйемен тепе-тең күйге жету табиғаты көрсетіледі. Тепе-тең емес жүйелер үшін ең аз әсер ететін каноникалық принципін кеңейту қарастырылды. Бұл кеңейтім жүйе тепе-теңдікке жеткеннен кейін нөлге ұмтылатын диссипативті күштердің жұмысымен байланысты. Жүйе тепе-тең күйге жеткенде ең аз әрекетті кеңейтілген қағидат ең аз әрекетті канондық қағидатқа айналады.

Түйін сөздер: қайтымсыз, эволюция, аз әрекет принципі, энтропия, қайтымсыз, механиканың формализмдері.