МРНТИ 29.31.15, 29.05.03, 29.05.09

Л.А. Алексеева
Институт математики и математического моделирования
Алматы, Казахстан
E-mail: alexeeva@math.kz

БИКВАТЕРНИОНЫ ФОТОНОВ. СВЕТ

Аннотация: Настоящая работа связана с построением периодических решений бикватер-нионного волнового уравнения электро-гравимагнитного (ЭГМ) поля, которое является бикватернионным обобщением уравнений Максвелла, и описывает связь между напряженностью эфира и порождаемыми им ЭГМ зарядами и ЭГМ-токами. В статье построены фундаментальные и обобщенные реше-ния этого уравнения, которые описывают фотоны, как ЭГМ волны фиксированной частоты, излучаемыми ЭГМ зарядами и ЭГМ-токами. Определены плотность и движение фотонов, их энергия-импульс. Построены также решения однородного биволнового уравнения, которые описывают свободные фотоны как свободные ЭГМ волны фиксированной частоты. На их основе дано бикватернионное представление света и плотности его энергии-импульса.

Ключевые слова: Д-энтропия, энергия, инструментарий, баланс, измерения.

.

Введение

В работах [1-5] автором разработана бикватернионная модель электро-гравимаг-нитного (ЭГМ) поля, ЭГМ зарядов и ЭГМ токов и ЭГМ взаимодействий на основе бикватернионных обобщений уравнений Максвелла и Дирака. Отметим, что биква-тернионное представление уравнений Максвелла, которое описывает связь ЭМ поля с электрическими зарядами и токами, основано на представлении векторов напря-женности в виде одного бикватерниона с определенным ограничением на его скалярную часть, которая равна нулю. Уравнения Максвелла в бикватеринном представлении эквивалентны одному бикватернионному волновому уравнению (*биволновое уравнение*), которое выражает бикватернион заряда-тока через биква-тернионный градиент (*биградиент*) напряженности ЭМ-поля.

Бикватернионное волновое уравнение относится к классу гиперболических и описывает решения гиперболических систем из 8-ми дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Отметим, что кватернионное представление уравнений Максвелла началось с самого Максвелла и имеет довольно обширную библии-ографию ([6-16] и др.).

Снятие ограничения на нулевую скалярную часть бикватерниона напряженности ЭМ-поля позволяет дать бикватернионное представление ЭГМ поля, а также бикватернионное представление масс-зарядов и токов, которое содержит в комплексной скалярной части ЭГМ заряд, а в комплексной векторной части - вектор напряженности ЭГМ поля. Последний содержит напряженность электрического поля (в действительной части) и в комплексной - напряженность гравимаг-нит-ного поля, которое есть объединение вихревого магнитного поля с потенци-альным гравитационным полем в одно гравимагнитное поле.

Мы назовем *эфиром* – ЭГМ поле, которое описывается бикватернионом напряженности ЭГМ поля. Его скалярную часть естественно назвать *плотностью эфира*. А векторная часть, по построению, описывает напряженности электрического и гравимагнитного полей. Биволновое уравнение в этом случае выражает ЭГМ заряды и токи через биградиент напряженности ЭГМ поля.

Настоящая работа связана с построением периодических решений биволнового уравнения ЭГМ поля. Особый класс решений уравнения -- это монохрома-тические решения, которые описывают периодические колебания и волны фикси-рованной частоты. Уравнение для бикватер-нионных амплитуд колебаний (*биамплитут*) – *стационарное* бивол-новое уравнение - в этом случае стано-вится эллиптическим. Здесь построены фундаментальные и обобщенные решения этого уравнения, которые описывают фотоны, как ЭГМ волны фиксированной частоты, излучаемыми ЭГМ зарядами и ЭГМ-токами. Построены также решения однородного биволнового урав-нения, которые описывают свободные фотоны как свободные ЭГМ волны фиксированной частоты. На основе этих фотонных биквтернионов дано описание света в бикватернионном представлении

Комплексные характеристики электро-гравимагнитного поля

Введем обозначения для известных и новых величин для описания ЭГМ поля, электрических и гравимагнитных зарядов:
вектора *E, H* - напряженности электрического и гравимагнитного поля,
скаляры ρ_E, ρ_H - плотности электриче-ских и гравимагнитных зарядов (масс-зарядов),
вектора j_E, j_H - плотности электрических и гравимагнитных токов.

Здесь мы объединили потенциальное гравитационное поле с вихревым магнитным полем, что позволяет наряду с электрическими зарядами и токами ввести гравимагнитный заряд и ток. Используя эти величины, вводим следующие комплексные характеристики ЭГМ поля:

напряжённость эфира -

$$A = A^E + iA^H = \sqrt{\varepsilon}\ \ E + i\sqrt{\mu}\ \ H,$$

плотность эфира -

$$\alpha = i\alpha^E / \sqrt{\varepsilon} + \alpha^H / \sqrt{\mu}$$

плотность ЭГМ заряда -

$$\rho = -\rho^E / \sqrt{\varepsilon} + i\rho^H / \sqrt{\mu}$$

плотность ЭГМ тока -

$$J = J^E + iJ^H = -\sqrt{\mu}\ j^E + i\sqrt{\varepsilon}\, j^H .$$

Здесь плотности электрического заряда и тока обозначены $\rho^E(x,t), j^E(x,t),$ плотности гравимаг-нитного заряда и тока $\rho^H(x,t), j^H(x,t).$ Константы ε, μ – электриче-ская проводимость и магнитная прони-ца-емость вакуума, скорость света

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$$

Заметим, что подобные комплексные характеристики для ЭМ поля были введены еще Гамильтоном [6]. Это позволяет систему из 8 уравнений Максвелла (два векторных для роторов *E* и *H* и два скалярных для их дивергенций) свести к 4-м уравнениям (одного векторного и одного скалярного для ротора и дивергенции комплексного вектора напряженности ЭМ поля). Обобщенные и фундаментальные решения для такой гамильтоновой системы уравнений построены автором в [17].

Система уравнений Максвелла допускает дальнейшее бикватернионное обобщение, что приводит ее к одному бикватернионному уравнению.

Бикватернионы электро-гравимагнитного поля

Введем следующие бикватернионы электро-гравимагнитного поля, масс- зарядов и токов, на пространстве Минковского $\mathrm{M} = \left\{(\tau, \mathbf{x}) : ct = \tau \in R^1, \mathbf{x} \in R^3\right\}$:

напряженность

$$\mathbf{A}(\tau,\mathbf{x}) = i\alpha(\tau,\mathbf{x}) + A(\tau,\mathbf{x}),$$

заряд-ток

$$\Theta(\tau,\mathbf{x}) = i\rho(\tau,\mathbf{x}) + J(\tau,\mathbf{x}),$$

энергия-импульс

$$\Xi(\tau,\mathbf{x}) = 0{,}5\mathrm{A} \circ \mathrm{A}^* = W + iP,$$

энергия-импульс заряда-тока

$$\Xi_\Theta = 0{,}5\Theta \circ \Theta^* = W_\Theta + iP_\Theta .$$

Здесь используем *сопряженный* бикватернион:

$$\mathbf{A}^* = \overline{\mathbf{A}}^-,$$

где $\mathbf{A}^- \triangleq a - A$ - *взаимный* бикватернион. Везде черта над символом означает комплексное сопряжение скалярной и векторной части бикватерниона.

При определении энергии-импульса используется операция кватернионного умножения по правилу:

$$\mathbf{F} \circ \mathbf{B} = (f + F) \circ (b + B) \triangleq \\ \triangleq \{fb - (F,B)\} + \{fB + bF + [F,B]\} \qquad (1)$$

Здесь и далее используем гамильтонову форму бикватернионов:

$$\mathbf{B}=b+B, \quad \mathbf{G}=g+G, -$$

обозначая скалярную и векторные части одноименными строчными и прописными буквами курсивом (за исключением энергии и базисных элементов),

$$(F,B)=\sum_{j=1}^{3}F_jB_j,\,[F,B]=\sum_{k,l,m=1}^{3}\varepsilon_{klm}F_kB_l\,e_m,$$

скалярное и векторное произведение указанных векторов, ε_{klm} - псевдо-тензор Леви-Чивита, e_m – базисные элементы алгебры бикватернионов ($m=0,1,2,3$). (Подробнее о дифференциальной алгеб-ре бикватернионов в этих обозначениях см. [16]).

В случае нулевой плотности ЭГМ поля (α=0) бикватернион энергии-импульса содержит известную плотность ЭМ поля, а в векторной части – вектор Пойнтинга:

$$W=0,5\|A\|^2=0,5\left(\varepsilon\|E\|^2+\mu\|H\|^2\right),$$

$$P=A\times A^*=c^{-1}E\times H$$

Бикватернион энергии-импульса ЭГМ зарядов-токов имеет вид:

$$\begin{gathered}\Xi_\Theta=w_\Theta+iP_\Theta=0,5\Theta\circ\Theta^*=\\=0,5\left(|\rho|^2+\|J\|^2\right)-i\left\{\mathrm{Re}\left(\rho\bar{J}\right)+0,5\,\mathrm{Im}\left[J,\bar{J}\right]\right\}\end{gathered} \quad (2)$$

Связь между ЭГМ полем и ЭГМ зарядом-током. Уравнение эфира

Связь между напряженностью ЭГМ поля и плотностью ЭГМ зарядов-токов име-ет вид обобщенного уравнения Максвелла в бикватернионной форме. Для этого введены дифференциальные операторы – *взаимные биградиенты* ∇^+, ∇^-, действие которых определяется правилом кватернионного умножения:

$$\nabla^{\pm}\mathbf{B}\triangleq\left(\partial_\tau\pm i\nabla\right)\circ\left(b(\tau,\mathbf{x})+B(\tau,\mathbf{x})\right)=$$

$$=\left(\partial_\tau b\mp i(\nabla,B)+\partial_\tau B\pm i\left(\nabla b+[\nabla,B]\right)\right)=$$

$$=\left(\partial_\tau b\mp i\,\mathrm{div}B\right)+\partial_\tau B\pm i\,\mathrm{grad}b\pm i\,\mathrm{rot}\mathrm{B}$$

Связь между ЭГМ полем и веществом следует из уравнений Максвелла в виде следующего постулата [1-5].

Постулат 1. ЭГМ заряды-токи являются биградиентом напряженности ЭГМ поля:

$$\nabla^+\mathbf{A}\triangleq(\partial_\tau+\nabla)\mathbf{A}(\tau,\mathbf{x})=\Theta(\tau,\mathrm{x}) \quad (3)$$

Это биволновое уравнение эквивалентно системе из двух дифференциальных уравнений, скалярного и векторного :

$$\begin{gathered}\rho(\tau,\mathbf{x})=-\partial_\tau\alpha-\mathrm{div}A,\\J(\tau,\mathbf{x})=i\,\mathrm{grad}\alpha+\partial_\tau A+i\,\mathrm{rot}\,A\end{gathered} \quad (4)$$

Отсюда, при α=0 , следует гамильтонова форма уравнений Максвелла [17]:

$$\begin{gathered}\mathrm{div}\,A=-\rho(\tau,\mathbf{x}),\\\partial_\tau A+i\,\mathrm{rot}\,A=J(\tau,\mathbf{x})\end{gathered} \quad (5)$$

из которой, выписывая действительную и мнимую части, получается классическая система уравнений Максвелла [18, с.54].

Поэтому уравнение (1) называем *обобщенным уравнением Максвелла* (ОУМ). А постулат 1 следует назвать *законом Максвелла для эфира.* Он имеет глубокий физический смысл, а именно:

ЭГМ заряды-токи (вещество) являются производными ЭГМ поля (эфира)

Т.е. из двух состояний материи (*вещество* и *поле*), поле первично, а вещество вторично и является физическим проявлением неодно-родности и движения эфира.

Фотоны и их бикватернионное представление

Построим и исследуем свойства монохроматических решений уравнения эфира, которые используем для описания фотонов, излучаемых ЭГМ зарядами-токами, которые стоят в правой части этого уравнения. В частности, рассмотрим случай гармонических колебаний с частотой ω, когда правая часть (3) имеет вид:

$$\Theta(\tau,\mathrm{x})=\Theta(\mathrm{x},\omega)\exp(-i\omega t). \quad (5)$$

Здесь комплексная *биамплитуда* $\Theta(x,\omega)$ из класса обобщенных бикватернионов, компоненты которых являются обобщенными функциями медленного роста: $\Theta(x,\omega)\in\mathbb{B}'(R^3)$. Аналогично решение (1) представим в подобном виде:

$$\Phi(\tau,\mathrm{x})=\Phi(\mathrm{x},\omega)\exp(-i\omega\tau) \quad (6)$$

В этом случае из уравнения (3) следует

$$\left(-i\omega+i\nabla\right)\circ\Phi \triangleq -i\nabla_{\omega}^{-}\Phi = \Theta\left(\mathrm{x},\omega\right)$$

откуда получим стационарное уравнение для биамплитуд :

фотонное уравнение:

$$\nabla_{\omega}^{-}\Phi\left(\mathrm{x},\omega\right)=i\Theta\left(\mathrm{x},\omega\right) \tag{7}$$

Здесь операторы $\nabla_{\omega}^{\pm}=\omega\pm\nabla$ называем ω-*градиентами.* Их композиция коммутативна и равна скалярному оператору Гельмгольца:

$$\nabla_{\omega}^{+}\circ\nabla_{\omega}^{-}=\nabla_{\omega}^{-}\nabla_{\omega}^{+}= \\ =\left(\omega+\nabla\right)\circ\left(\omega-\nabla\right)=\omega^{2}+\Delta \tag{8}$$

Это свойство используем для построения решений (7). Взяв от него взаимный ω-градиент, получим неоднородное уравнение Гельмгольца:

$$\left(\omega^{2}+\Delta\right)\Phi = i\nabla_{\omega}^{+}\Theta\left(\mathrm{x},\omega\right) \tag{9}$$

которому удовлетворяет каждая компонента бикватерниона. Решение этого уравнения легко построить, если использовать фундаментальное решение уравнения Гельмгольца, которое имеет вид [18, с.210]:

$$\psi_{\omega}(\mathbf{x})=-\frac{1}{4\pi\|\mathbf{x}\|}e^{i\omega\|\mathbf{x}\|} \tag{10}$$

С учетом временного множителя, оно описывает расходящиеся гармонические сферические волны, удовлетворяющие условиям излучения Зоммерфельда [18, с.52, 449].

Из (9), используя свойства фундаментального решения [18, с.200] и свойства дифференцирования свертки [18,с. 135, 140], получим биамплитуду:

биамплитуда фотона

$$\Phi\left(\mathrm{x},\omega\right)=i\nabla_{\omega}^{+}\Theta*\psi_{\omega}= \\ =-\frac{i}{4\pi}\nabla_{\omega}^{+}\left\{\Theta*\frac{e^{i\omega\|\mathbf{x}\|}}{\|\mathbf{x}\|}\right\} \tag{11}$$

О п р е д е л е н и е. Назовем фотон *элементарным*, порожденным сосредоточенным ЭГМ зарядом вида:

$$i\Theta\left(\mathrm{x},\omega\right)e^{-i\omega\tau}=\delta(\mathrm{x})\ e^{-i\omega\tau}.$$

Вычислим его бикватернионное представление, используя (11):

$$\Phi^{0}(x,\omega)=-\frac{1}{4\pi}\nabla_{\omega}^{+}\left\{\delta(x)*\frac{e^{i\omega\|\mathbf{x}\|}}{\|\mathbf{x}\|}\right\}= \\ =-\frac{1}{4\pi}\left\{\omega\frac{e^{i\omega\|\mathbf{x}\|}}{\|\mathbf{x}\|}+\operatorname{grad}\frac{e^{i\omega\|\mathbf{x}\|}}{\|\mathbf{x}\|}\right\}.$$

В результате получим бикватернион элементарного фотона, биамплитуда которого равна

$$\Phi^{0}(\mathrm{x},\omega)=-\frac{e^{i\omega\|\mathbf{x}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}\|}\left\{\omega+\mathrm{e}_{\mathrm{x}}\left(i\omega+\frac{1}{\|\mathbf{x}\|}\right)\right\}, \tag{12}$$

$$\mathbf{e}_{\mathbf{x}}=\mathbf{x}/r,\quad r=\|\mathbf{x}\|.$$

Он описывает сферическую ЭГМ волну в эфире, излучаемую сосредоточенным ЭГМ зарядом, которая движется со скоростью 1 (в исходном пространстве- времени со скоростью света *c*) и затухает на бесконечности как 1/r.

Плотность энергии-импульса элементарного фотона равна

$$\Xi_{\Phi}^{0}(\mathrm{x},\omega)=0{,}5\Phi_{0}\circ\Phi_{0}^{*}= \\ =\frac{1}{\pi\|\mathbf{x}\|^{2}}\left\{\omega^{2}+\frac{1}{2\|\mathbf{x}\|^{2}}+i\omega^{2}\mathbf{e}_{\mathbf{x}}\right\}$$

Отсюда получим плотность энергии фотона и вектор Пойнтинга, который определяет направление движения энергии фотона в фиксированной точке пространства:

$$W_{\Phi 0}(\mathbf{x},\omega)=\frac{1}{\pi\|\mathbf{x}\|^{2}}\left(\omega^{2}+\frac{1}{2\|\mathbf{x}\|^{2}}\right), \\ P_{\Phi 0}(\mathbf{x},\omega)=\frac{\omega^{2}}{\pi\|\mathbf{x}\|^{2}}\mathbf{e}_{\mathbf{x}} \tag{13}$$

5. Свободные фотоны. Плоские гармонические фотоны

Рассмотрим решения однородного фотонного уравнения (7):

$$\nabla_{\omega}^{-}\Phi = 0 \tag{14}$$

Как следует из (9), его решение удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца:

$$\left(\omega^{2}+\Delta\right)\Phi = 0\ , \tag{15}$$

и может быть представлено в виде:

$$\Phi(x,\omega)=$$
$$=\nabla^{+}_{\omega}\left(a_0\varphi_0(\mathbf{x},\omega)+\sum_{j=0}^{3}a_j\varphi_j(\mathbf{x},\omega)\mathbf{e}_j\right), \qquad (16)$$

где скалярный и векторные потенциалы φ_0 и $\varphi_j\mathbf{e}_j$ - произвольные решения одно-род-ного уравнения Гельмгольца, a_j - произвольные комплексные константы.

Простым решением этого уравнения являются плоские гармонические волны (с учетом временной экспоненты) :

$$\varphi_j(\mathbf{x},\omega)=\exp(i(\mathbf{k},\mathbf{x})), \quad \|\mathbf{k}\|=\omega \qquad (17)$$

которые распространяются в направлении вектора $\mathbf{k}$ со скоростью 1. Рассмотрим каждое из этих слагаемых в отдельности.

Биамплитуда свободного плоского гармонического фотона, порождаемого φ_0 (14), имеет вид

$$\Phi^{k}_{0}(x,\omega)=\nabla^{+}_{\omega}\varphi_0=\omega\varphi_0+\operatorname{grad}\varphi_0=$$
$$=e^{i(\mathbf{k},\mathbf{x})}(\omega+i\mathbf{k})$$

а плотность его энергии-импульса постоянна, не зависит от $\mathbf{x}$:

$$\Xi^{\mathbf{k}}_{0}=0,5\Phi^{\mathbf{k}}_{0}\circ\Phi^{\mathbf{k}}_{0}{}^{*}=0,5(\omega+i\mathrm{k})\circ(\omega+i\mathrm{k})=$$
$$=0,5(\omega^2+\|\mathbf{k}\|^2+2i\omega\mathbf{k})=\omega^2(1+i\mathbf{e}^{\mathbf{k}}),$$
$$\mathbf{e}^{\mathbf{k}}=\mathbf{k}/\omega$$

Биамплитуда свободного фотона, порождаемого j–ым векторным потенциалом, имеет вид (по индексу в квадратных скобках суммирования нет)

$$\Phi^{\mathbf{k}}_{j}(x,\omega)=\nabla^{+}_{\omega}\left(\varphi_j e_{[j]}\right)=$$
$$=-ik_j e^{i(\mathbf{k},x)}+\omega\, e^{i(\mathbf{k},x)}\mathbf{e}_j+\operatorname{rot}\left(e^{i(\mathbf{k},x)}\delta^n_j\mathbf{e}_n\right)=$$
$$=e^{i(\mathbf{k},x)}\left\{-ik_j+\omega\,\mathbf{e}_j+i\varepsilon_{lmj}k_m\mathbf{e}_l\right\}$$

а плотность его энергии-импульса равна

$$2\Xi^{\mathbf{k}}_{j}=\Phi^{\mathbf{k}}_{j}\circ\Phi^{\mathbf{k}}_{j}{}^{*}=$$
$$=\left(-ik_j+\omega e_{[j]}+i\varepsilon_{lmj}e_l k_m\right)\circ\left(ik_j-\omega e_{[j]}+i\varepsilon_{lmj}e_l k_m\right)=$$
$$=\left(\|\mathbf{k}\|^2+\omega^2\right)+i\omega k_j e_{[j]}$$

Используя эти свободные фотоны и формулу (14), получим бикватернионное представ-ление плоских гармонических фотонов:

$$\Phi(x,\omega)=\sum_{j=0}^{4}a_j\Phi^{\mathbf{k}}_{j}(x,\omega) \qquad (18)$$

которое представляет собой плоскую гармоническую волну, распространяющуюся в направлении волнового вектора со скоростью 1 (со скоростью света в исходном пространстве времени).

Свет как фотонное облако и его бикватернионное представление

Рассмотрим фотоны, излучаемые монохро-матическими зарядами-токами. Используя свойство дифференцирования свертки, из формулы (11) получим следующее их бикватернионное представление через элементарные фотоны

$$\Phi(x,\omega)=i\Theta(x.\omega)*\Phi^{0}_{\omega}(x,\omega) \qquad (19)$$

Здесь бикватернионная свертка для регулярных бикватернионов имеет интегральное представление:

$$\Phi(x,\omega)=i\int_{R^3}\Theta(x-y,\omega)\circ\Phi^{0}_{\omega}(y,\omega)dy_1dy_2dy_3$$

Т.е. ЭГМ заряды и токи являются излучателями элементарных фотонов, интенсивность которых определяются их бикватернионными плотностями.

Плотность энергии-импульса таких фотонов равна:

$$\Xi_{\Phi}(x,\omega)=0,5\Phi\circ\Phi^{*}=$$
$$=0,5\left(\Theta*\Phi^{0}_{\omega}\right)\circ\left(\Phi^{0*}_{\omega}*\Theta^{*}\right) \qquad (20)$$

Свет содержит целый спектр частот и его можно представить как облако элементарных фотонов в виде интеграла Фурье:

$$\Lambda(x,\tau)=\int_{\omega1}^{\omega2}\Phi(x,\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega=$$
$$=i\int_{\omega1}^{\omega2}\Theta(x,\omega)*\Phi^{0}_{\omega}(x,\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega \qquad (21)$$

где $(\omega1,\omega2)$ спектральный интервал света (видимых фотонов). Соответственно также можно определить плотность его энергии-импульса:

$$\Xi^{\wedge}(x,t)=\Lambda(x,t)\circ\Lambda^{\bullet}(x,t) \qquad (22)$$

Подобным образом можно построить облако из свободных фотонов:

$$O(x,\tau)=$$
$$\int_{\omega1}^{\omega2}\left\{\sum_{j=0}^{4}\Omega_j*\int_{\|\mathbf{k}\|=\omega}a_j(\omega,\mathrm{k})\Phi^{\mathbf{k}}_{j}dS(\mathrm{k})\right\}e^{-i\omega\tau}d\omega, \qquad (23)$$
$$\Xi^{o}(x,\tau)=O(x,\tau)\circ O^{*}(x,\tau)$$

где $a_j(\omega,\mathbf{x}), \Omega_j(x,\omega)$ - произвольные регулярные функции и бикватернионы, допускающие такую свертку. По-видимому, такими бикватернионами описываются шаровые молнии.

Заметим, что формулы (18), (22) можно использовать и для сингулярных бикватернионов, типа простых и двойных слоев на поверхностях, на которых могут быть сосредоточены ЭГМ заряды-токи Только в этом случае свертки надо брать согласно правилам сверток обобщенных функций [18, с.138].

Заключение

Предложенная бикватернионная теория эфира весьма конструктивна. Позволяет определить его характеристики в любой точке пространства-времени. Произвольность функций, входящих в определение решений фотонного уравнения позволяет строить по представленным формулам бесконечное множество самых разнообразных решений для фотонов, света, фотонных облаков, что может сделать заинтересованный читатель.

Было бы полезно такое построение давать студентам и магистрантам в качестве упражнений по программированию, что позволило бы им проявить свою изобретательность и умения при изучении самых разно-образных световых явлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке МОН РК (Грант АРО 05132272)

Список литературы

1. Алексеева Л.А. Уравнения взаимодействия А-полей и законы Ньютона// Известия НАН РК. Серия физико-математическая.- 2004.- №3.- С.45-53.
2. Алексеева Л.А. Полевые аналоги законов Ньютона для одной модели электро-гравимагнитного поля // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике.- 2009.- Т.6.- № 1. -С.122-134.
3. Alexeyeva L.A. Newton's laws for a biquaternionic model of electro-gravimagnetic fields, charges, currents, and their interactions // Journal of Physical Mathematics. - 2009. - issue 1. - Article ID S090604.-15 pages. doi:10.4303/jpm/S090604
4. Alexeyeva L. A. Biquaternionic Form of Laws of Electro-Gravimagnetic Charges and Currents Interactions //Journal of Modern Physics.-2006.- issue 7. - P. 1351–1358. http://dx.doi.org/10.4236/jmp.2016.711121.
5. Alexeyeva L.A. Biquaternionic model of electro-gravimagnetic fields an interactions// Advances in theoretical and computational physics.- 2019.-V. 2.- issue 6.- P. 1-8 (presented at 2nd Global Summit on Physics. Plenary forum.– Paris, 26-27 September 2019. – P. 19).
6. Hamilton W. R. On a new Species of Imaginary Quantities connected with a theory of Quaternions // Proceedings of the Royal Irish Academy.- Nov 13, 1843. - P.424–434.
7. Edmonds J.D. Eight Maxwell equations as one quaternionic// Amer. J. Phys.- 1978.- V.46.- No. 4.- P. 430.
8. Шпилькер Г.Л. Гиперкомплексные решения уравнений Максвелла//ДАН СССР .- 1983.-Т. 272.-№ 6.-С.1359-1363.
9. Rodrigues, W. A., Jr., Capelas de Oliviera E. Dirac and Maxwell equations in the Clifford and spinClifford bundles// Int. Journal of Theoretical Physics.- 1990.-V.29.- P. 397–412.
10. Finkelstein D., Jauch J. M., Schiminovich S.,Speiser D. Foundations of quaternion quantum mechanics//J. Math. Phys.-1992.- T.3.-№ 2.-С. 207–220.
11. Adler S. L. Quaternionic quantum mechanics and quantum fields - New York: Oxford University Press, 1995.
12. De Leo S., Rodrigues Jr. W. A. Quaternionic quantum mechanics: from complex to complexities quaternions// Int. J. Theor. Phys. -1997.-V.36.-P. 2725–2757.
13. Ефремов А.П. Кватернионы: алгебра, геометрия и физические теории// Гиперкомплексные числа в геометрии физике.-2004.-№1.-С. 111-127.
14. Acevedo M., Lopez-Bonilla J. , Sanchez - Meraz M. Quaternions, Maxwell Equations and Lorentz Transformations// Apeiron- 2005.-V.12.-No. 4 . -P. 371.
15. Марчук Н.Г. Уравнения теории поля и алгебры Клиффорда - Москва-Ижевск, 2009.

16. Alexeyeva L.A. Biquaternions algebra and its applications by solving of some theoretical physics equations// Clifford Analysis, Clifford Algebras and their Applications.- 2012.-V.7.-No 1.-P. 19-39.
17. Алексеева Л.А. Гамильтонова форма уравнений Максвелла и ее обобщенные решения // Дифферен-циальные уравнения.- 2003.-Т.39. - №6. - С.769-776.
18. Владимиров В.С. Уравнения мате-ма-тической физики- М: «Наука», 1976.

Принято в печать 07.04..2020

Л.А. Алексеева
Институт математики и математического моделирования
Алматы, Казахстан
E-mail: alexeeva@math.kz

БИКВАТЕРНИОНЫ ФОТОНОВ. СВЕТ

Аннотация: Настоящая работа связана с построением периодических решений бикватер-нионного волнового уравнения электро-гравимагнитного (ЭГМ) поля, которое является бикватернионным обобщением уравнений Максвелла, и описывает связь между напряженностью эфира и порождаемыми им ЭГМ зарядами и ЭГМ-токами. В статье построены фундаментальные и обобщенные реше-ния этого уравнения, которые описывают фотоны, как ЭГМ волны фиксированной частоты, излучаемыми ЭГМ зарядами и ЭГМ-токами. Определены плотность и движение фотонов, их энергия-импульс. Построены также решения однородного биволнового уравнения, которые описывают свободные фотоны как свободные ЭГМ волны фиксированной частоты. На их основе дано бикватернионное представление света и плотности его энергии-импульса.
Ключевые слова: Д-энтропия, энергия, инструментарий, баланс, измерения.

L.A. Alexeyeva
Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan
E-mail: alexeeva@math.kz

BIQUATERNIONS. PHOTONS. LIGHT.

Abstract. The present paper is related to the construction of periodic solutions of the biquaternion wave equation of the electro-gravimagnetic (EGM) field, which is a biquaternion generalization of Maxwell's equations, and describes the relationship between the ether intensity and the EGM charges generated by it and EGM currents. The article contains fundamental and generalized solutions of this equation, which describe photons as EGM waves of a fixed frequency, emitted by EGM charges and EGM currents. The density and motion of photons, their energy-momentum are determined.

Solutions of the homogeneous bivalve equation are also constructed that describe free photons as free EGM waves of a fixed frequency. Based on them, a biquaternion representation of light and its energy-momentum density are given.
Keywords: D-entropy, energy, tools, balance, measurements.

Алексеева Л.А.
Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан
E-mail: alexeeva@math.kz

БИИКАТЕРИОНДАР ФОТОНДАР. ЖАРЫҚ

Аннотация. Бұл жұмыс Максвелл теңдеулерінің биатерниялық жалпылауы болып табылатын электро-гравимагниттік (EGM) өрісінің бикатернионды толқындық теңдеуінің периодты шешімдерінің құрылысына байланысты және эфирдің қарқындылығы мен ол тудырған EGM зарядтары мен EGM токтары арасындағы байланысты сипаттайды. Мақалада осы теңдеудің фундаменталды және жалпыланған шешімдері бар, олар фотондарды EGM зарядтары мен EGM токтары шығаратын тұрақты жиіліктегі EGM толқындары деп сипаттайды. Фотондардың тығыздығы мен қозғалысы, олардың энергия импульсі анықталады.

Біртекті бивальв теңдеуінің шешімдері сонымен бірге бос фотондарды белгіленген жиіліктегі бос EGM толқындары деп сипаттайды. Олардың негізінде жарықтың биатерниялық бейнесі және оның энергия-момент тығыздығы келтірілген.

Түйін сөздер: D-энтропия, энергия, құралдар, тепе-теңдік, өлшеулер.