

Ю.В. Архипов<sup>1</sup>, А.Б. Ашикбаева<sup>1</sup>,  
 А. Жумабекова<sup>1</sup>, С.А. Сызганбаева<sup>1</sup>, И.М. Ткаченко<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>КазНУ им. аль-Фараби, Алматы-Казахстан;  
<sup>2</sup>Валенсийский политехнический университет, Испания

## ТОРМОЖЕНИЕ И РАЗБРОС ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛОТНОЙ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** В данной работе рассматриваются энергетические потери и разброс потерь энергии заряженных частиц в электронной жидкости. Полученные результаты приведены в сравнении с данными, найденными другими авторами в рамках моделирования методом молекулярной динамики [1, 2]. В настоящей работе используется метод моментов [3], который позволяет определять тормозную способность и разброс потерь энергии неидеальной плазмы, не используя разложения по малому параметру. Универсальность данного подхода позволяет использовать для расчетов различные эффективные потенциалы межчастичного взаимодействия.

Особенностью вычислений с использованием метода моментов является необходимость определения так называемой параметр-функции Неванлинны, входящей в расчетные соотношения. В данной статье для этой функции использовано соотношение, предложенное нами ранее в [4].

Важным достоинством данного подхода является возможность определения динамических характеристик кулоновских систем по рассчитанным статическим, которые, к примеру, могут быть найдены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с помощью потенциалов указанных в работе.

**Ключевые слова:** однокомпонентная плазма, тормозная способность, разброс потерь энергии, метод моментов, кулоновская система, формула Неванлинны, функция потерь.

### Введение

Начавшаяся в прошлом столетии научно-техническая революция многократно увеличила энергетические потребности человечества. Это заставило ученых обратиться к одному из наиболее перспективных направлений в энергетике – получению энергии с использованием реакции управляемого термоядерного синтеза, обусловленной слиянием легких ядер с последующим выделением огромного количества энергии. Одной из задач, возникающих в связи с данной проблемой, является нагрев и сжатие плазмы. Первоначально для этого использовались мощные лазеры [5, 6], однако в последнее время стали применяться и пучки заряженных ионов [7].

Эксперименты, связанные с взаимодействием плазмы с налетающим ионным пучком, стимулировали разработку теоретических методов определения потерь энергии и разброса потерь энергии заряженной частицы в плазменной среде, т.е. изучение, так

называемой, тормозной способности плазмы и страгглинга.

### Поляризационные потери

В 1930 г. Бете вывел формулу для потерь энергии быстрой частицей, предполагая, что атомы среды ведут себя как квантово-механические осцилляторы [8]. Позже, Ларкин [9] показал, что в случае, когда быстрые ионы пронизывают электронный газ, применима аналогичная формула, но с заменой средней частоты возбуждения атомов на плазменную частоту  $\omega_p$ :

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_{v_F} \approx \left( \frac{Z_p e \omega_p}{v} \right)^2 \ln \frac{2m v^2}{\hbar \omega_p}, \quad (1)$$

где  $Z_p e$  и  $v$  - заряд и скорость налетающей частицы.

В пренебрежении потерями на столкновения и ионизацию, для расчета энергетических потерь быстрой частицы, проходящей сквозь кулоновскую систему, используется поляризационный механизм. В 1959

году Линхард получил выражение, связывающее потери энергии за счет поляризации с диэлектрической функцией среды [10]:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2(Z_p e)^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk^{kv}}{k} \int_0^\infty \omega \operatorname{Im} \varepsilon^{-1}(k, \omega) d\omega. \quad (2)$$

Данное соотношение дает связь поляризационных потерь энергии движущейся заряженной частицы в плазме с продольной диэлектрической проницаемостью среды  $\varepsilon(k, \omega)$ . Из его вида можно заключить, что потери энергии пробного заряда в плазме не зависят от массы тормозящейся частицы, а зависят только от ее заряда  $Z_p e$  и скорости  $v$ .

Формула (2) для вычисления поляризационных потерь энергии пробного заряда, движущегося в плазме, справедлива в одночастичном приближении, при котором торможение ионного пучка представляется как торможение единичных, не взаимодействующих между собой ионов. Такое приближение справедливо для плотностей ионного потока много меньших плотности среды, что выполняется для большинства современных экспериментов.

В данной работе тормозная способность (2) однокомпонентной водородной кулоновской системы исследуется с использованием диэлектрической функции найденной методом моментов [3].

### Разброс потерь энергии

Процесс поляризационного торможения быстрых частиц подвержен статистическим флуктуациям. В результате одинаковые частицы, имевшие одну и ту же начальную скорость, не будут обладать в точности одинаковой энергией после прохождения в однородной среде слоя определенной толщины. Численная характеристика этого явления называется страгглингом, который рассчитывается по следующей формуле [11]:

$$\Omega_0^2 = \frac{2Z_p^2 e^2 \hbar}{\pi v^2} \int_0^\infty \frac{dk^{kv}}{k} \int_0^\infty d\omega \omega^2 \operatorname{Im} \left( -\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} \right) \coth \frac{\beta \hbar \omega}{2}. \quad (3)$$

### Параметры плазмы

В качестве потенциала межчастичного потенциала взаимодействия использован потенциал Кулона

$$\varphi(r) = \frac{e^2}{r},$$

а для описания состояния плазмы используются параметры связи и плотности

$$\Gamma = \frac{e^2}{ak_B T}, \quad r_s = \frac{a}{a_B}.$$

Здесь введен радиус Вигнера-Зейтца

$$a = \sqrt[3]{3/4\pi n},$$

где  $e$  – заряд электрона,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $a_B$  – радиус Бора,  $n$  – концентрация частиц.

### Метод моментов

Для исследования свойств неидеальной плазмы с параметрами связи и вырождения порядка и более единицы следует использовать непertурбативный метод моментов [3], не требующий наличия малого параметра.

Использование данного метода позволяет определить диэлектрические свойства кулоновской системы, используя несколько первых степенных моментов функции потерь,

$$L(k, \omega) = -\frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \frac{1}{\varepsilon(\omega, k)}, \quad (4)$$

которые можно рассчитать, зная потенциал межчастичного взаимодействия и статические структурные факторы системы,  $S(k)$ . Последние могут быть вычислены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении (ГЦП) [12].

Запишем формулу Неванлинны, определяющую диэлектрические свойства среды, в виде [3]:

$$\frac{1}{\varepsilon(k, \omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2(\omega + Q(k))}{\omega(\omega^2 - \omega_2^2(k)) + Q(k)(\omega^2 + \omega_1^2(k))}. \quad (5)$$

Здесь  $Q(k) = \frac{i}{\sqrt{2}} \frac{\omega_2^2(k)}{\omega_1(k)}$  – функция-параметр

Неванлинны, полученная в [4].

Частоты  $\omega_1(k)$  и  $\omega_2(k)$  в уравнении (5) определяются соответствующими соотношениями:

$$\omega_2^2 = \omega_p^2(1 + K(k) + U(k))$$

$$\omega_1^2(k) = \frac{\omega_2^2(k)}{1 + \frac{m\beta\omega_2^2(k)}{k^2} S(k) - \frac{\beta\hbar\omega_2(k)}{2} \coth \frac{\beta\hbar\omega_2(k)}{2}}$$

где

$$K(k) = \frac{\langle v_{th} \rangle^2 k^2}{\omega_p^2} + \left( \frac{\hbar}{2m} \right)^2 \frac{k^2}{\omega_p^2},$$

$$U(k) = 1/2\pi^2 n \int_0^\infty p^2 [S(p, k) - 1] f(p, k) dp,$$

а  $\langle v_{th} \rangle^2$  – квадрат средней тепловой скорости электронов,  $m$  – их масса,  $\hbar$  – постоянная Планка, а  $\omega_p^2$  – квадрат плазменной частоты,

$$f(p, k) = 5/12 - (p^2/4k^2) + \frac{(k^2 - p^2)}{8pk^3} \ln \left| \frac{p+k}{p-k} \right|.$$

**Интерполяционный метод моментов**

Частоты  $\omega_1^2(k)$  и  $\omega_2^2(k)$  можно вычислить по нескольким упрощенным формулам [13]:

$$\omega_1^2(k) = \omega_p^2 \left( 1 + \kappa^2 k^{-2} + \chi^4 k^{-4} \right),$$

$$\kappa = \sqrt{6\Gamma}, \quad \chi = 12r_s^{-1/4},$$

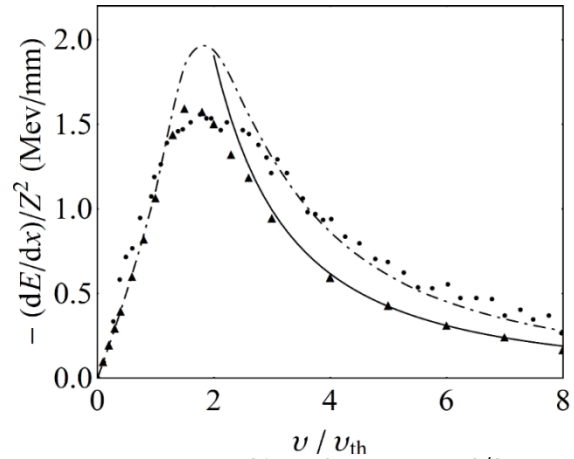
$$\omega_2^2(k) = \omega_p^2 \left( 1 + \frac{\langle v_{th} \rangle^2 k^2}{\omega_p^2} + \left( \frac{\hbar}{2m} \right)^2 \frac{k^2}{\omega_p^2} \right) -$$

$$- \frac{4k^2}{\omega_p^2} \frac{\Gamma^2}{15\beta m} \left( \frac{-0.9052}{\sqrt{0.6322 + \Gamma}} + \frac{0.27243}{1 + \Gamma} \right).$$

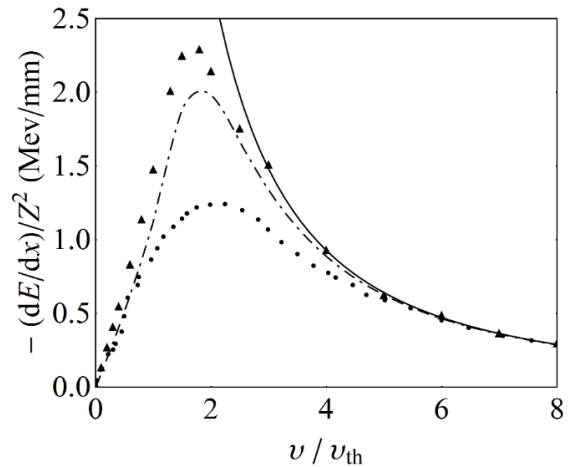
В результате мы получаем в рамках интерполяционного метода моментов. Численные коэффициенты во второй частоте могут быть посчитаны как в работе [14].

**Полученные результаты.**

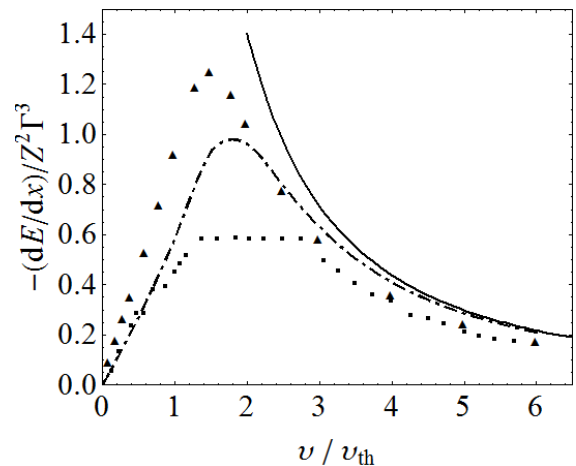
На рисунках 1-4 представлены результаты расчетов поляризационных потерь тяжелых заряженных частиц в однокомпонентной плазме, где результаты расчетов представлены в виде: треугольники – метод моментов, тире-точка – интерполяционный метод моментов, кружочки – на рисунках 1-2 данные компьютерного моделирования работы [1], а на рисунках 3-4 результаты работы [2], сплошная линия – асимптотика Бете-Ларкина (1).



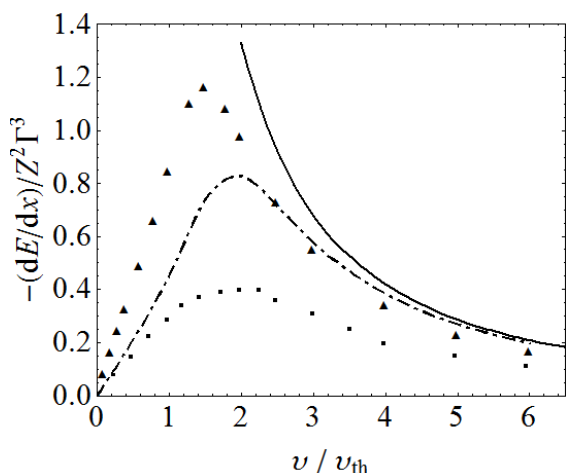
$k_B T = 10$  эВ,  $n = 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ,  $Z = 1, Z\Gamma^{3/2} = 0.11$ .  
Рисунок 1 – Тормозная способность плазмы



$k_B T = 10$  эВ,  $n = 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ,  $Z = 2, Z\Gamma^{3/2} = 0.23$ .  
Рисунок 2 – Тормозная способность плазмы



$Z = 5, n = 1.1 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ,  
 $T = 1.6 \cdot 10^5 \text{ K} (Z\Gamma^{3/2} = 0.12)$   
Рисунок 3 – Тормозная способность плазмы

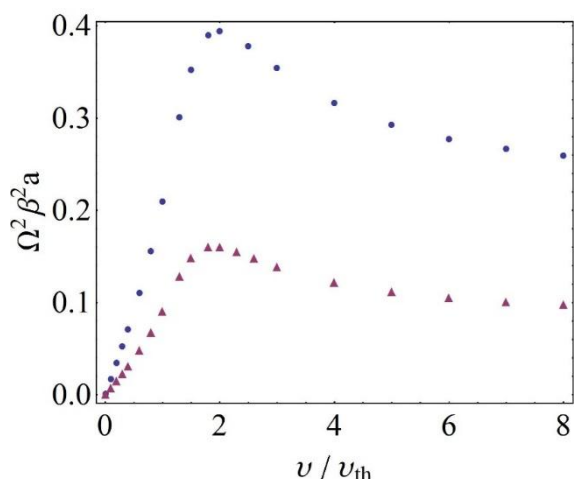


$$Z = 10, n = 1.4 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3},$$

$$T = 1.3 \cdot 10^5 \text{ K} (Z\Gamma^{3/2} = 0.354).$$

Рисунок 4 – Тормозная способность плазмы

На рисунке 5 представлены исследования флуктуации энергии для той же электронной жидкости что и энергетические потери, полученные на основе метода моментов.



Кружочки -  $k_B T = 10 \text{ эВ}, n = 10^{21} \text{ см}^{-3},$   
 $Z = 2, Z\Gamma^{3/2} = 0.23,$

Треугольники -  $k_B T = 10 \text{ эВ}, n = 10^{21} \text{ см}^{-3}, Z =$   
 $1, Z\Gamma^{3/2} = 0.11$

Рисунок 5 – График разброса потерь энергии

Из представленных выше графиков, описывающих тормозную способность однокомпонентной плазмы в широком интервале параметра связи, можно сделать вывод о согласии результатов, найденных методом моментов и интерполяционным методом моментов с результатами численных экспериментов [1, 2]. Результаты исследования страгглинга, представленные на рисунке 5,

качественно согласуются с данными других авторов [15].

### Заключение

Полученные результаты по тормозной способности ОКП как в рамках метода моментов, так и интерполяционного метода моментов, несмотря на простоту последнего, хорошо согласуются с данными численных экспериментов [1,2]. В частности, положение пика кривой тормозной способности вблизи удвоенной тепловой скорости электронов мишени (Рис 1-4) согласуется с результатами других авторов, однако оценка максимума величины тормозной способности остаётся пока непредсказуемой теоретически.

В работе отмечено качественное согласие найденной величины разброса потерь энергии с результатами [15].

**Благодарности.** Работа поддержана грантом Министерства образования и науки Республики Казахстан № AP05132333.

### Список литературы:

1. G. Zwignagel Theory and simulation of heavy ion stopping in plasma, *Laser and Particle Beams* (2009), 27, 399–413.
2. D. O. Gericke, M. Schlanges, *Phys. Rev. E* **1999**, 60, 904.
3. Tkachenko I.M., Arkhipov Yu.V., Askaruly A. The method of moments and its applications in plasma physics. – Germany: Lap Lambert Academic Publishing, 2012. – 125 p.
4. Yu. V. Arkhipov, A. Askaruly, A. E. Davletov, D.Yu. Dubovtsev, Z. Donkó, P. Hartmann, I. Korolov, L. Conde, I. M. Tkachenko Direct Determination of Dynamic Properties of Coulomb and Yukawa Classical One-Component Plasmas // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – Vol. 119 – P. 045001.
5. Bruecker K.A., Jorna S. Laser-driven fusion // *Rev. Mod. Phys.* – 1974. - Vol.46. - P.325.
6. More R.M. in *Applied atomic collision physics*, edited by Massey H.S.W., McDaniel E.W., Bederson B. - New York:Academic, 1984. - Vol. 2.

7. Дюдерштадт Дж., Мозес Г., Инерциальный термоядерный синтез / пер. с англ., под ред. Л.В. Белова. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 304 с.
8. Bethe H. Zur Theorie des Durchgangsschneller Korpuskularstrahlendurch Materie [Theory of the Passage of Fast Corpuscular Rays Through Matter] // Ann. Physik – 1930. – Vol. 397. - P. 325-400.
9. Ларкин А.И. Прохождение частиц через плазму // ЖЭТФ. - 1959. – Т. 37. - С. 264.
10. Arista N. R. Low-velocity stopping power of semidegenerate quantum plasmas // J. Phys. C: SolidStatePhysics. – 1985. – Vol. 18. – P. 5127.
11. A. Bret and C.Deutsch Straggling of an extended charge distribution in a partially degenerate plasma // Physical Rewiew E V.48, N.4. p. 2989-2993, 1993.
12. Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Voronkov V.V., Davletov A. E., Tkachenko I.M. Static structural properties of nonideal plasmas// Международная научная конференция «Актуальные проблемы современной физики». – Алматы, 2013. – С. 171.
13. ArkhipovYu.V., AshikbayevaA.B., AskarulyA., DubovtsevD.Yu., SyzganbayevaS.A. andTkachenkoI.M. Optical properties of dense coulomb plasmas // International Journal of Mathematics and Physics. – 2017. - Vol. 8, N. 1, P.27-27.
14. G. Chabrier, A. Y. Potekhin, Phys. Rev. E 58 (1998) 4941
15. Manuel D. Barriga-Carrasco Target electron collision effects on energy loss straggling of protons in an electron gas at any degeneracy // Physics of Plasmas 15, 033103 (2008).

Принято к печати 15.04.2019

**Ю.В. Архипов<sup>1</sup>, А.Б. Ашикбаева<sup>1</sup>,  
А. Жумабекова<sup>1</sup>, С.А. Сызганбаева<sup>1</sup>, И.М. Ткаченко<sup>2</sup>**  
*КазНУ им. аль-Фараби, Алматы-Казахстан (1);  
Валенсийский политехнический университет, Испания (2)*

## ТОРМОЖЕНИЕ И РАЗБРОС ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛОТНОЙ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

**Аннотация.** В данной работе рассматриваются энергетические потери и разброс потерь энергии заряженных частиц в электронной жидкости. Полученные результаты приведены в сравнении с данными, найденными другими авторами в рамках моделирования методом молекулярной динамики [1, 2]. В настоящей работе используется метод моментов [3], который позволяет определять тормозную способность и разброс потерь энергии неидеальной плазмы, не используя разложения по малому параметру. Универсальность данного подхода позволяет использовать для расчетов различные эффективные потенциалы межчастичного взаимодействия.

Особенностью вычислений с использованием метода моментов является необходимость определения так называемой параметр-функции Неванлинны, входящей в расчетные соотношения. В данной статье для этой функции использовано соотношение, предложенное нами ранее в [4].

Важным достоинством данного подхода является возможность определения динамических характеристик кулоновских систем по рассчитанным статическим, которые, к примеру, могут быть найдены из решения уравнения Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении с помощью потенциалов указанных в работе.

**Ключевые слова:** однокомпонентная плазма, тормозная способность, разброс потерь энергии, метод моментов, кулоновская система, формула Неванлинны, функция потерь.

Архипов Ю.В.<sup>1</sup>, Ашықбаева Ә.Б.<sup>1</sup>,  
Жұмабекова А.<sup>1</sup>, Сызғанбаева С.А.<sup>1</sup>, Ткаченко И.М.<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>Әл-Фарабиатындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан;  
<sup>2</sup>Валенсия политехникалық университеті, Испания

## БІРКОМПОНЕНТТІ ТЫҒЫЗ ПЛАЗМАДА ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕРДІҢ ТЕЖЕЛУІ ЖӘНЕ ШЫҒЫНДАЛУ ЭНЕРГИЯСЫНЫҢ ШАШЫРАУЫ

**Аннотация.** Бұл жұмыста электронды сұйықтықтағы зарядталған бөлшектердің энергияның шығындалуы және энергия шығындарының шашырауы қарастырылады. Алынған нәтижелер басқа деректермен, яғни молекулярлық динамика әдісімен модельдеу шеңберінде басқа авторлардың нәтижелерімен салыстырылған [1,2]. Бұл жұмыста моменттер әдісі [3] қолданылады, идеал емес плазманың энергия шығындарының шашырауы мен тежеуші қабілетін анықтауға мүмкіндік береді, кіші параметрлер бойынша жіктелуін қолданбай. Осы әдістің жан-жақтылығы өзара әрекеттесетін бөлшектер арасындағы эффективті потенциалды есептеулерді қолдануға мүмкіндік береді. Моменттер әдісін қолданып есептеудің ерекшелігі есептеу қатынасына кіретін Неванлин функция параметрінің анықтамасын беру қажеттілігін туғызады. Бұл мақалада осы функция үшін бұрын [4] те жасалған қатынас қолданылды.

Бұл әдістің маңызды артықшылығы статикалық есептеулер арқылы кулондық жүйелердің динамикалық сипаттамаларын анықтауға мүмкіндік беретіндігі, мысалы, жұмыста көрсетілген потенциалдардың көмегімен гиперцепті жуықтаудағы Орнштейн-Церник теңдеуінің шешімі табылуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** бір компонентті плазма, тежелу қабілеті, энергия шығынының шашырауы, моменттер әдісі, кулондық жүйе, Неванлин формуласы, шығындалу функциясы.

Arkhipov Yu.V.<sup>1</sup>, Ashikbayeva A.B.<sup>1</sup>,  
Zhumabekova A.<sup>1</sup>, Syzganbayeva S.A.<sup>1</sup>, Tkachenko I.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Al-Farabi Kazakh National University, IETP, Almaty, Kazakhstan;  
<sup>2</sup>Polytechnic university of Valencia, Valencia, Spain

## STOPPING POWER AND THE SPREAD OF THE ENERGY LOSS OF CHARGED PARTICLES IN A DENSE ONE-COMPONENT PLASMA

**Abstract.** In this paper we consider the energy loss and the spread of the energy loss of charged particles in the electron liquid. The obtained results are compared with the data found by other authors in the framework of molecular dynamics modeling [1, 2]. In this paper, we use the method of moments [3], which allows to determine the stopping power and the spread of energy losses of the nonideal plasma, without using the expansion in the small parameter. The universality of this approach is to use different effective potentials of interparticle interaction for calculations.

The peculiarity of calculations using the method of moments is the need to determine the so-called parameter-function Nevanlinna included in the calculated ratio. In this article for this function the relation offered by us earlier in [4].

An important advantage of this approach is the ability to determine the dynamic characteristics of Coulomb systems calculated by static characteristic, which can be found, for example, from the solution of the Ornstein-Zernike equation in the hyperchain approximation using the potentials specified in the work.

**Keywords:** one-component plasma, stopping power, range energy loss, method of moments, the Coulomb system, the Nevanlinna formula, loss function.