НЕЛИНЕЙНОСТЬ В МЕХАНИКЕ НЬЮТОНА

В.М. Сомсиков

Институт ионосферы, Алматы, РК

В рамках классической механики рассматривается природа нелинейности и подходы к решению нелинейных уравнений динамики систем потенциально взаимодействующих материальных точек. Объясняется, почему для разделения переменных, зацепление которых возникает из-за взаимодействия материальных точек, следует использовать два типа симметрии: симметрию системы и симметрию пространства, в котором движется система. В соответствии с этими типами симметрии появляется два типа энергии: энергия движения системы во внешнем поле и внутренняя энергия системы.

Введение. Нелинейность является неотъемлемой чертой процессов организации и эволюции открытых, неравновесных систем. Действительно, эволюционные процессы в неравновесных системах характеризуются производством энтропии. Процесс производства энтропии определяется квадратичными членами по величине возмущения [1]. Поскольку процессы организации и эволюции систем связаны с производством энтропии и диссипацией, то все они нелинейные.

К настоящему времени не существует универсальных методов анализа и решения нелинейных задач. Известен лишь очень ограниченный круг нелинейных уравнений, которые удалось решить. Причем для их решения каждый раз требовался индивидуальный подход. Чтобы найти решения нелинейных уравнений, их либо упрощают путем сведения к линейным уравнениям, либо пытаются решать численными методами [2]. Но чтобы нелинейные уравнения правильно преобразовать в линейные уравнения, или корректно использовать для их решения численные методы, необходимо знать природу нелинейности. Только в этом случае мы сможем определить: как нужно преобразовать уравнение, чтобы не потерять эффекты, связанные с эволюцией; что будет потеряно в результате линеаризации; какие методы численного решения будет корректно использовать при их решении. Действительно, если природа изучаемого процесса по своей сути нелинейная, т.е. отображается нелинейными членами уравнения, то в результате линеаризации мы можем потерять описывающие данный процесс члены, тем самым, исключив саму возможность его изучения.

Именно такая ситуация возникла с описанием природы необратимости в системах взаимодействующих тел на основе уравнения движения Ньютона для (***материальной точки***) **МТ**. Здесь необратимость динамики была заведомо исключена уже тем, что при построении формализма, предназначенного для изучения динамики систем МТ, использовалась гипотеза о потенциальности всех коллективных сил [5]. Оказалось, что эта гипотеза исключает диссипативные силы, ответственные за изменение внутренней энергии. Именно наличие внутренней энергии и возможность ее изменения при различных взаимодействиях систем, делает динамику тел необратимой, а значит эволюционной [3], т.е., необратимость обусловлена нелинейностью процесса. Потому она исчезает при линейном приближении.

Таким образом, без понимания природы нелинейности в неравновесных системах, без универсальных методов их описания невозможно эффективное развитие знаний об эволюционных процессах в природе.

Ниже будет предпринята попытка показать универсальность природы нелинейности и рассмотреть ее роль в эволюции на примерах систем потенциально взаимодействующих МТ. Основная цель этого рассмотрения состоит в физическом обосновании метода разделения переменных системы путем перехода к микро и макропеременным. Без такого разделения переменных невозможно объяснение детерминированной необратимости и построение расширенного формализма механики, описывающего процессы возникновения и эволюции диссипативных систем.

Нелинейности в системах МТ.

Наличие универсальных законов эволюции систем, вне зависимости от того, являются ли это системы Вселенной, или это системы атомарного размера [4], говорит о возможности классификации нелинейных процессов в соответствии с их природой. При наличии такой классификации процессов, должна существовать и классификация методов решения нелинейных уравнений, соответствующих этим процессам. Следовательно, чтобы выявить универсальные методы решения нелинейных уравнений, необходимо понять природу нелинейностей в системах классической механики. С этой целью сначала рассмотрим некоторые принципиальные отличия между линейными и нелинейными процессами в различных системах.

С физической точки зрения линейные процессы в классической механике характеризуются тем, что они протекают при условии голономности внешних ограничений, линейности поля сил. Сами процессы должны быть достаточно слабыми, чтобы не влиять на среды, в которых они протекают. Наиболее важной чертой линейных уравнений является выполнение принципа суперпозиций их решений (сумма решений линейного уравнения также является его решением). У линейных процессов нет обратных связей между системой и средой, в которой они протекают. Примером линейных систем классической механики являются гамильтоновы системы. Для них существуют инварианты, называемые интегралами движения. Динамика таких систем может быть отображена в фазовом пространстве, объем которого также является инвариантной величиной [6]. Число инвариантов для системы материальных точек равно $2s$-1, где s - число степеней свободы. Наиболее важным инвариантом динамических систем является энергия – скалярная функция, связывающая динамику с геометрией пространства и вытекающая из однородности времени [5, 6].

В отличие от линейных процессов, нелинейные процессы характеризуются тем, что они протекают в системах, на которые наложены неголономные связи. Как правило, нелинейные процессы влияют на параметры окружающей систему среды, а изменения этих параметров, в свою очередь, уже влияют на сами процессы. Примером взаимосвязи параметров среды и системы является опрокидывание волны на мелкой воде, когда амплитуда волны становится сравнимой с глубиной. Здесь глубина является определяющим параметром среды, а амплитуда волны является параметром возмущения. Взаимозависимость этих параметров связана с тем, что при больших амплитудах волн, глубина зависит от амплитуды волны. Другим примером является процесс распространения мощной радиоволны в плазме. Проходя через плазму, она изменяет ее параметры на столько, что изменения этих параметров сказываются на прохождении самой радиоволны.

Наличие неголономных связей, а также зависимость окружающей среды от возмущения исключают возможность выполнения принципа суперпозиции решений для нелинейных уравнений, описывающих динамику таких систем. В результате уравнения могут оказаться неинтегрируемыми.

Взаимосвязь параметров среды и системы приводит к появлению в уравнениях динамики систем нелинейных членов через зацепление переменных. Такой случай реализуется при описании неравновесных систем, представленных совокупностью перемещающихся равновесных подсистем [3]. Здесь макропараметры, характеризующие движение системы в пространстве, становятся зависимыми от микропараметров системы, характеризующих преобразование энергии движения системы во внутреннюю энергию. В результате исключается возможность решения соответствующих уравнений движения системы как целого, поскольку при этом исчезает возможность существования однозначного решения, описывающего движение системы в макропеременных. Поэтому интегрирование таких нелинейных уравнений можно выполнить либо путем перехода к новым независимым переменным, то есть путем разделения переменных, если такое расцепление возможно, либо путем линеаризации в приближении теории возмущения, если линеаризация не исключает сам процесс.

Как правило, все существующие в природе тела можно рассматривать в виде систем потенциально взаимодействующих МТ в поле внешних сил. Поэтому природа нелинейности процессов в таких системах может обладать большой общностью и быть характерной для любых тел, рассматриваемых в рамках законов классической механики.

Пусть нам дана система МТ в поле внешних сил. Каждая МТ такой системы подвержена действию двух типов независимых сил. Одни силы связаны с взаимодействиями МТ. Другие силы обусловлены внешним воздействием на систему. Это приводит к зацеплению переменных в системе уравнений, составленной из уравнений движения каждой МТ, представленных в ***(лабораторной системе координат***) **ЛСК**. Для таких систем в общем случае мы сталкиваемся с нелинейностью, природа которой обусловлена зацеплением переменных из-за взаимодействий между собой МТ. Кроме того, возможна еще одна нелинейность при условии влияния движения системы на внешнее поле сил. Природа такой нелинейности становится понятной, если имеется совокупность систем, состоящих из МТ. В этом случае каждая система является внешней средой по отношению к другим системам, а движение всех систем взаимосвязаны из-за взаимодействий МТ различных систем.

Рассмотрим природу зацепления переменных. Известно, что все связи в задачах классической механики делятся на голономные и неголономные. Голономными кинематическими связями являются связи, имеющие вид соотношений между координатами системы. Такие связи всегда можно выразить через полный дифференциал пространственных переменных. При наличии голономных связей всегда можно перейти к новой системе независимых координат, в которых задача будет интегрируема. Это делается, например, методом неопределенных множителей Лагранжа. Если все связи в системе голономны, то путем преобразования переменных соответствующая система уравнений всегда может быть преобразована к $2s$-1 независимых интегрируемых уравнений, где s число степеней свободы системы [5].

К неголономным связям относятся такие связи, которые нельзя выразить через полный дифференциал функции пространственных переменных. Если связи не голономны, то расцепить все переменные не удается. Поэтому системы с неголономными связями в общем случае не интегрируемы. Отметим, что силы трения относятся к неголономным связям. На практике, чтобы учесть их роль в динамике, в уравнение Ньютона добавляют член, пропорционального скорости тела. Этот член подбирается из эксперимента, т.е. эмпирическим путем. В этом огромный недостаток механики МТ, который удалось исключить в механике структурированных частиц [3]. В дальнейшем будем исходить из того, что с чисто формальной стороны **мы имеем все основания рассматривать взаимодействия между МТ, определяемые уравнением движения Ньютона, как ограничения или связи, наложенные на элементы системы.**

Чтобы найти подход к описанию динамики систем МТ, следует определить, как в это описание включить связи, обусловленные силами взаимодействия МТ между собой. Для начала рассмотрим несколько типов систем МТ.

Рассмотрим случай, когда все МТ жестко соединены между собой. В этом случае мы имеем аналог модели твердого тела. Его движение будет определяться суммой всех сил, действующих на каждую МТ, а точка приложения этой силы является (***центр масс)*** **ЦМ**. При заданных ограничениях форма и объем тела сохраняются вне зависимости от характера внешних и внутренних сил.

В неоднородном внешнем поле для твердого тела существует два типа движения, которые можно считать ортогональными. Это поступательное движение вдоль градиента внешнего поля и вращение, т.е. движение твердого тела складывается из двух типов движения. Это перенос тела, когда его ускорение направлено вдоль потенциальной составляющей внешней силы, и вращение, в случае, если внешние силы будут иметь момент вращения. В этом случае пространство обобщенных координат и скоростей, т.е. фазовое пространство, распадется на два независимых подпространства. *Первое подпространство* определяется переменными, описывающими поступательное движение ЦМ. Для него вектор ускорения ЦМ и вектор внешних сил, приложенный к ЦМ совпадают. Совпадение имеет место, как по величине, так и по направлению. *Второе подпространство* независимых переменных соответствует сферическим координатам в системе ЦМ. Эти переменные определяют характер вращения тела. Подчеркнем, что в твердом теле, связи между МТ являются голономными, поскольку они выражаются через соотношения между координатами МТ. Такие системы интегрируемы.

Пусть теперь система представляет собой «облако» невзаимодействующих между собой МТ, движущихся в поле внешних сил. Хотя внешнее поле будет совершать работу по перемещению отдельно каждой МТ, точка приложения сил, т.е. результирующая сила, будет совпадать с ЦМ этого облака частиц. Ускорение ЦМ облака будет равно сумме ускорений всех МТ и равно ускорению ЦМ. Результирующая внешняя сила равна сумме сил инерции всех МТ. Если внешние силы потенциальны, то динамика облака обратима. Из обратимости динамики каждой МТ, определяемой уравнением Ньютона, следует обратимость динамики всего облака МТ. Если внешнее поле сил однородно, то облако не будет менять свою форму и объем. В противном случае оно будет деформироваться, и характер деформации будет определяться характером неоднородности сил. Решение уравнения движения облака будет представлять собой сумму решений уравнений движения для каждой МТ. Движение облака можно задать в фазовом пространстве размерности $2N$-1, где N - число МТ. Системы в виде облака МТ интегрируемы.

Теперь рассмотрим общий случай, когда имеется система потенциально взаимодействующих между собой МТ. **Нам ни что не запрещает рассматривать взаимодействия МТ, как кинематические связи, наложенные на систему.** Но эти связи в общем случае уже неголономны, так как уравнения движения Ньютона для каждой МТ не интегрируемо. Действительно, наличие потенциального взаимодействия между МТ приведет к тому, что в **ЛСК**, координаты и скорости одной МТ зависят от координат и скоростей всех остальных МТ, т.е. возникнет зацепление переменных. Причем эта зависимость уже будет иметь дифференциальную форму, которая не интегрируема. Это видно и из того, что для каждой МТ отсутствует скалярный инвариант – энергия. Значит, наличие потенциальных взаимодействий между МТ в неравновесных системах не означает отсутствия неголономных связей.

Таким образом, если динамика единичной или совокупности невзаимодействующих МТ однозначным образом зависит от положения МТ в пространстве, в котором задано поле сил, то динамика системы МТ зависит еще и от взаимодействий между всеми МТ, которые в неравновесных системах эквивалентны неголономным связям. Более того, если имеется совокупность систем МТ, то их динамика взаимозависима. Это приводит к зацеплению переменных взаимодействующих систем. Следовательно, для определения решения задачи необходимо найти переход к таким переменным, которые являются независимыми. Чтобы найти такой переход, нужно знать качественное отличие динамики систем МТ от динамики не взаимодействующих МТ. Это отличие проще всего можно определить на примере задачи двух потенциально взаимодействующих МТ.

Задача двух МТ.

Традиционно задача двух тел решается путем перехода в систему координат ЦМ. В результате такого перехода возникает разделение переменных. Покажем, что природа такого разделения переменных связана с новым качеством системы, отсутствующим у МТ – с внутренней энергией, обусловленной относительными движениями МТ и силами их взаимодействия. Это качество присуще любым системам.

Природу нелинейности динамики в задаче двух МТ будем исследовать, опираясь на энергию. Выбор энергии, как основного инварианта динамики системы, продиктован следующими соображениями.

Во-первых, энергия это скаляр, однозначно определяемый в фазовом пространстве.

Во-вторых, именно энергия однозначно связывает динамику с геометрией пространства.

В-третьих, энергию мы можем определить только из условия однородности времени, которое имеет место для любых систем.

Энергия двух МТ в ЛСК имеет вид:

$$E = m(v_1^2 + v_2^2)/2 + U(r_{12}) + U^{env}(r_1) + U^{env}(r_2) = const\,, \qquad (1)$$

где $U(r_{12})$ - потенциальная энергия взаимодействия МТ;

$U^{env}(r_1)\,, U^{env}(r_2)$ - потенциальные энергии первой и второй МТ во внешнем поле сил;

r_1, r_2 -координаты МТ; $r_{12} = (r_1 - r_2)$;

v_1, v_2 скорости МТ.

Из (1) видно, что инвариантность энергии имеет место только для всей системы в поле внешних сил. При этом энергии частиц взаимозависимы. Каждая МТ участвует в движении, обусловленном двумя типами сил - силами взаимодействия МТ, определяемые расстояниями между ними, и внешними силы, определяемые положением МТ в пространстве, что и делает движения МТ взаимозависимыми. Действительно, сила, действующая на одну МТ (назовем эту МТ первой) со стороны второй МТ, зависит от движения первой МТ. Это эквивалентно тому, что для активной силы появляется зависимость от времени, поскольку она определяется зависящим от времени движением другой МТ. Очевидно, что появление зависимости от времени активной силы, в общем случае, нарушает симметрию времени. Последняя имеет место для движения МТ в независимом от ее динамики внешнем поле сил. Отсюда можно заключить, что симметрия системы МТ может не соответствовать симметрии уравнения движения Ньютона, которое было получено для внешних сил, независящих от движения МТ.

Таким образом, наличие взаимозависимости координат и скоростей МТ приводит к тому, что эта система зацепляющихся переменных в ЛСК неприемлема для описания динамики системы МТ.

При переходе в систему ЦМ переменные разделяются. В этой системе они задаются следующим образом:

$$R_2 = (r_1 + r_2)/2\,,\ \ V_2 = (\sum_{i=1}^{2} v_i)/2$$

координаты и скорости ЦМ в пространстве. Их назовем макропараметрами. Переменные $v_{12} = \dot{r}_{12}$, $r_{12} = (r_1 - r_2)/2$, - относительные координаты и скорости МТ, где $v_i = \dot{r}_i$, назовем микропараметрами. Новые переменные ортогональны, так как они удовлетворяют теореме Пифагора. В них энергия системы (1) имеет вид:

$$E = \{MV_2^2/2\} + \{mv_{12}^2/4 + U(r_{12})\} + U^{env}(R_2, r_{12}) \qquad (2)$$

В уравнение (2): $MV_2^2/2$- кинетическая энергия движения ЦМ системы, как целого; $mv_{12}^2/4 + U(r_{12})$ - энергия относительного движения МТ системы, определяемая силами взаимодействия МТ и их относительным движением, т.е. внутренняя энергия; $U^{env}(R_2, r_{12})$ - потенциальная энергия системы во внешнем поле. $M = 2m$. Таким образом, в новых переменных энергия распалась на энергию движения системы в поле внешних сил и внутреннюю энергию. Продифференцировав энергию (2) по времени, получим:

$$V_2\,(M\dot{V}_2 + F_{R_2}^{env}) + v_{12}(m\dot{v}_{12}/2 + F_{12} + F_{r_{12}}^{env}) = 0 \qquad (3)$$

где $F_{12} = \partial U(r_{12})/\partial r_{12}$,

$$F_{R_2}^{env} = \partial\left[U^{env}(R_2, r_{12})\right]/\partial R_2\,,$$

$$F_{r_{12}}^{env} = \partial\left[U^{env}(R_2, r_{12})\right]/\partial r_{12}\,.$$

В общем случае $F_{R_2}^{env}$ и $F_{r_{12}}^{env}$ зависят от R_2, r_{12}.

Если нет внешнего поля сил, то два последних члена в уравнении (3) равны нулю. Переменные разделяются и уравнение (3) интегрируется.

Пусть внешнее поле будет однородным на масштабах системы. Так как в этом случае последний член (3) равен нулю, то уравнение распадется на две части:

$$MV_2\dot{V}_2 + F_{R_2}^{env}V_2 = D \qquad (4)$$

$$mv_{12}\dot{v}_{12}/2 + F_{12}v_{12} = -D \qquad (5)$$

Здесь D - константа разделения, которую из физических соображений следует выбрать равной нулю.

Таким образом, в однородном внешнем поле переменные разделились. Уравнение (4) описывает движение ЦМ системы. Уравнение (5) описывает относительное движение МТ, которое не зависит от внешних сил. Это означает, что энергия относительного движения системы, т.е. внутренняя энергия, в однородно внешнем поле сил постоянна.

В общем случае, когда внешние силы неоднородны на расстоянии r_{12}, их работа пойдет на изменение, как энергии движения системы, так и ее энергии относительного движения. Причем, если внешнее поле неоднородно и может быть представлено суммой двух членов, один из которых зависит от радиус-вектора ЦМ, а другой только от градиента силы, то переменные разделяются и задача интегрируема. Но в общем случае, когда внешнее поле сил неоднородно, переменные не разделяются и задача не интегрируется. В целом, при наличии членов в силовых функциях, зависящих от градиента сил, внутренняя энергия системы будет изменяться [3].

Система N материальных точек

Мы видим, что при наличии взаимодействий между МТ, переменные в ЛСК зацепляются. Это означает, что в ЛСК задача не интегрируема. Это также означает, что в ЛСК мы ничего не можем сказать о характере симметрии динамики системы относительно времени, хотя уравнение движения Ньютона для МТ обратимы. Действительно, если движение каждой МТ определяется суммой действующих на нее сил, то движение системы, которое обусловлено только внешними силами, будет складываться из движений МТ, определяемых как внешними силами, так и силами их взаимодействий. Очевидно, что в этом случае движение ЦМ уже не будет подобным движению МТ, подчиняющему закону Ньютона, согласно которому ускорение пропорционально действующей силе. Поэтому и симметрия уравнения движения системы будет иной. Чтобы можно было судить о симметрии времени для системы МТ, необходимо уравнения движения системы записать в независимых переменных, либо разложить группу симметрий операторов уравнений на неприводимые представления, симметрии которых будут известны.

Оказалось, что при переходе к новым микро- и макропеременным фазовое пространство разбивается на два ортогональных подпространства независимых переменных. Одно пространство отвечает за описание внутренней динамики МТ системы, а второе отвечает за описание движения ЦМ системы в поле внешних сил. В соответствие с этим энергия системы распадается на два независимых типа. Это энергия относительного движения МТ, и энергия движения системы в поле внешних сил, зависящая от координат ЦМ и его скорости. Причем энергия относительного движения МТ является внутренней энергией и совпадает с энергией движения МТ относительно ЦМ. Изменение внутренней энергии обусловлено такой работой внешних сил, которая выполняется без изменения энергии движения системы. Эти выводы справедливы для всех тел, которые можно представить в виде системы из произвольного числа МТ [7].

Природу разделения переменных на два типа можно пояснить так. Складывая динамические переменные для МТ в ЛСК, мы исключаем внутренние силы, поскольку их сумма равна нулю. При этом остаются только силы внешнего поля, определяющие движение ЦМ системы. В результате приходим к уравнению движения ЦМ системы во внешнем пространстве. Это соответствует макро - описанию системы. Вычитая эти переменные, мы наоборот исключаем внешние силы, действующие на ЦМ, и приходим к уравнениям, определяющим относительное движение МТ за счет их сил взаимодействия. Это соответствует микроописанию системы.

Таким образом, в общем случае динамика системы определяется движением ее ЦМ в пространстве и движением МТ относительно ЦМ. В дальнейшем, координаты и скорости МТ относительно ЦМ системы будем называть *микропеременными,* а координаты и скорости ЦМ системы назовем *макропеременными.* Причем эти переменные получаются путем преобразования переменных для МТ, характеризующих их движение в ЛСК. Поскольку микро- и макропеременные независимы, то им можно поставить в соответствие два независимых пространства: пространство макро- и пространство микропеременных. Следовательно, микро - и макропеременные разбивают пространство обобщенных координат и скоростей на два инвариантных, независимых подпространства: пространство микропеременных, определяемое внутренними симметриями системы; пространство макропеременных, определяемое симметриями внешнего пространства.

Таким образом. **динамика системы определяется двумя типами симметрии: симметрией пространственного распределения МТ, а также характером их взаимодействий, и симметрией самого пространства**. Поэтому в соответствии с теоремой Нетер, движение системы характеризуется двумя инвариантами: энергией движения их ЦМ и энергией движения МТ относительно ЦМ, т.е. внутренней энергией.

Если система МТ равновесна, то ее состояние полностью определяется внутренней энергией [8]. Это создает возможность описывать покоящиеся равновесные системы только на основе макропеременных и внутренней энергии. Но если равновесная система движется в поле внешних сил, то в общем случае для определения ее динамики необходимо знать характер преобразования потенциальной энергии внешнего поля во внутреннюю энергию. Это эквивалентно знанию коэффициента трения.

Нелинейность неравновесных систем

На практике мы всегда имеем дело с неравновесными системами. Их представление в виде совокупности равновесных подсистем соответствует приближению локального равновесия, используемого в статистической физике. Возможность такого представления объясняют тем, что время установления равновесия в малых объемах значительно меньше времени установления равновесия во всей системе [7].

Покажем, что если неравновесную систему разбить на совокупность равновесных подсистем, то подсистемы будут характеризоваться относительным движением [7]. Это позволит показать, что для систем, в отличие от МТ, имеется еще один тип нелинейности, обусловленный преобразованием энергии их относительного движения во внутреннюю энергию систем.

Пусть неравновесная система разбита на R равновесных подсистем. Пусть ЦМ всей системы покоится. Пусть M_L, E_L, P_L - масса, энергия и импульс $L-$подсистемы. Поскольку энтропия является функцией внутренней энергии, то в этом случае ее можно записать так:

$$S_N = \sum_{L=1}^{R} S_L(E_L - T_L^{tr}), \quad L = 1,2,\ldots R; \quad (6)$$

где $T_L^{tr} = P_L^2 / 2M_L$ - кинетическая энергия движения выделенной подсистемы, $T_R^{tr} = \sum_{L=1}^{R} T_L^{tr}$ - кинетическая энергия движения всех подсистем (в дальнейшем для краткости мы будем стараться везде пользоваться этими обозначениями).

Так как вся система замкнута, то, помимо энергии, сохраняются полный импульс и полный момент импульса, т.е.

$$\sum_{L=1}^{R} P_L = const, \quad \sum_{L=1}^{R} [r_L P_L] = const.$$

Здесь r_L -радиусы-векторы ЦМ подсистем. В состоянии равновесия энтропия системы имеет максимум. Необходимое условие максимума определяется с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа, приравнивая к нулю производные по импульсу от выражения

$$\sum_{L=1}^{R} \{S_L + aP_L + b[r_L P_L]\},$$

где a, b - постоянные множители. Дифференцируя S_L по P_L, в силу определения температуры, получим:

$$\frac{\partial}{\partial P_L} S_L(E_L - T_L^{tr}) = -\frac{P_L}{M_L T} = -\frac{v_L}{T}.$$

Отсюда, дифференцируя (7), получим:

$$v_a = Ta + [\Omega r_L],$$

где $u = Ta$, $\Omega = Tb$.

Итак, неравновесная система представима в виде совокупности равновесных подсистем совершающих относительное движение. Равновесие системы характеризуется условием: T_R^{tr} =0. Следовательно, энергия T_R^{tr} характеризует упорядоченность частиц системы. Эта упорядоченность определяется отклонением функции распределения f_R от равновесной. Условие $T_R^{tr} \underset{t\to\infty}{\to} 0$ эквивалентно стремлению к нулю относительных скоростей подсистем, а значит и обобщенных сил, действующих между ними. Поэтому доказательство того, что в любых неравновесных системах с перемешиванием имеет место условие $T_R^{tr} \to 0$ при $t \to \infty$, эквивалентно доказательству существования необратимой динамики.

Если система МТ равновесна, то ее состояние полностью определяется внутренней энергией [7]. Это создает возможность описывать движение равновесных систем в поле внешних сил только на основе макропеременных и внутренней энергии. Кроме того, для описания ее движения нужно задать коэффициент трения, определяющий преобразование энергии движения системы в его внутреннюю энергию. Такой коэффициент трения для равновесных систем будет выражаться через градиент внешних сил и потенциал взаимодействия МТ.

Таким образом, преобразование энергии относительного движения равновесных подсистем, совокупностью которых задается неравновесная система, в их внутреннюю энергию является нелинейным процессом. Этот процесс обуславливает движение системы к равновесию.

Заключение

Движение системы МТ во внешнем поле сил в общем случае необратимо в отличие от движения одной МТ. Это обусловлено несколькими причинами.

Во-первых, система, в отличие от МТ, имеет размеры. Ее движение определяется как внешними силами, действующими на МТ, так и внутренними силами взаимодействия МТ между собой. Сумма всех действующих на систему сил дает результирующую силу, приложенную к ЦМ и обуславливающую перемещение системы как целого. Разность этих сил обуславливает изменение внутренней энергии системы. Поэтому ускорение ЦМ системы не определяется законом Ньютона, согласно которому оно должно быть пропорционально приложенной к ЦМ силе.

Во-вторых, движение систем МТ нелинейно. Нелинейность обусловлена тем, что координаты и скорости МТ в ЛСК взаимозависимы, т.е. они зацепляются. Путем переход к микро- и макропеременным, связанным с движением МТ относительно ЦМ и движением ЦМ системы, переменные распадаются на два ортогональных независимых подпространства. Это объясняется тем, что для систем, в отличие от МТ во внешнем поле, существует два типа движения. Один тип движения - это движение МТ относительно ЦМ. Если система содержит достаточное количество МТ и равновесна, то эти движения определяют тепловую энергию. Другой тип движения – это движение системы как целого в пространстве, определяемое внешними силами. Поэтому такие типы движения независимы. Физическая причина независимости движений обусловлена тем, что в соответствие с третьим законом Ньютона относительные движения элементов не влияют на движение ЦМ системы. Это видно из того, что движение ЦМ системы определяется суммой внешних сил, действующих на элементы системы, в которой силы взаимодействия отсутствуют. А относительные движения МТ обусловлены их силами взаимодействия и разностью приложенных к ним внешних сил. Как силы взаимодействия МТ, так и разность действующих на них внешних сил определяются расстояниями между МТ [3].

Таким образом, движение тела задается обобщенными координатами, к которым относятся координаты ЦМ и координаты МТ относительно ЦМ. Совокупность этих координат распадается на два независимых подпространства переменных, которые мы назвали пространствами микро и макропеременных. Изменение внутренней энергии задается подпространством микропеременных, определяющих координаты и скорости МТ относительно ЦМ. Микропеременные получаются путем вычитания координат и скоростей соответствующих МТ. Макропеременные получаются путем сложения координат и скоростей всех МТ. Независимость двух подпространств макро - и микропеременных следует из равенства нулю суммы внутренних сил. Отсюда динамика системы определяется двумя типами симметрии: симметрией пространственного распределения МТ и симметрией самого пространства. Поэтому в соответствии с теоремой Нетер, движение системы характеризуется двумя инвариантами: энергией движения их ЦМ и энергией относительного движения.

Изменение внутренней энергии пропорционально градиенту внешних сил. Поэтому оно имеет место, когда масштаб неоднородностей внешнего поля соизмерим с размерами тела. В однородном внешнем поле, в котором отсутствуют градиенты, внутренняя энергия тела не меняется, поскольку ее изменение определяется разностью сил, действующих на элементы системы.

Хотя движения МТ относительно ЦМ системы не могут изменить скорости ЦМ, тем не менее, процесс изменения внутренней энергии за счет внешних сил сказывается на движении системы. Это обусловлено тем, что часть энергии внешнего поля идет на увеличение внутренней энергии, а величина этой части энергии зависит от скорости движения ЦМ.

Таким образом, нелинейность динамики взаимодействующих тел связана с преобразованием энергии относительного движения тел в их внутреннюю энергию. Это преобразование обусловлено нелинейными членами в уравнениях их динамики, которые являются функциями, как микро- так и макропараметров. Именно такая нелинейность обуславливает нарушение симметрии времени, так как преобразование энергии относительного движения тел в их внутреннюю энергию необратимо. Необратимость следует из закона сохранения суммарного импульса всех МТ.

Литература. [1] *Ландау. Л.Д., Лифшиц Е.М.* Физическая кинетика. М, Наука. 1979. 528с.; [2] *Гейзенберг В*. Нелинейные проблемы в физике. УФН. Т.94, Вып.1, 1968 с. 155-165; [3]. *Somsikov V. M.* Principles of Creating of the Structured Particles Mechanics. Journal of material Sciences and Engineering A(1). 2011, p.731-740; [4] *Фейгенбаум М.* Универсальность в поведении нелинейных систем. УФН.т.141, вып.2, Октябрь 1983. с.343-375; [5] *Ланцош С.* Вариационные принципы механики. М. Наука. 1975. 408 с.; [6] *Ландау. Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М, Наука. 1958. 206 с.; [7]. *Сомсиков В.М.* Неравновесные системы и классическая механика. «ПФПВ», Избранные труды, Вып. 6. Поиск математических закономерностей мироздания: физические идеи, подходы, концепции. Новосибирск, Академическое издание ГЕО, 2008 с. 289-298; [8]. *Ландау. Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. М., Наука, 1976. 584 с.

Принято в печать 1.12.2011

***УДК* 530.1 (075.8)**

NONLINEARITY IN NEWTONIAN MECHANICS

Vyacheslav Michailovich Somsikov
Republic of Kazakhstan, Almaty, Institute of Ionosphere MES RK, 050020
E-mail: vmsoms@rambler.ru

In the framework of classical mechanics the nature of the nonlinearity and approaches to solving the nonlinear equations of system dynamics potentially interacting material points are analyzed. Explains why the decoupling of the variables, the link which arises from the interaction of material points, you should use two types of symmetry: the symmetry of the system and the symmetry of the space in which the moving system. In accordance with these types of symmetry appear two types of energy: the energy of motion of the system in an external field and the internal energy of the system.

НЬЮТОН МЕХАНИКАСЫНДАҒЫ БЕЙСЫЗЫҚТЫҚ

В.М. Сомсиков
Ионосфера институты, Алматы, 050020, Казахстан, E-mail: vmsoms@rambler.ru

Классикалық механикада бейсызықтық табиғаты қарастырылып өзара потенциалды әсерлесетін материалды нүктелер жүйесінің динамикасыныбейсызық теңдеулерін шешудің тәсілдері ойластырылады. Материалды нүктелердің өзара әсерінің салдарынан байланысып тұрған айнымалылардың байланысынан арылу үшін неліктен жүйе симметриясы және жүйенің қос,алып келе жатқкан кеңістігінің симметриясын пайдалану керек екендігі түсіндіріледі. Осы екі симметрияға сәйкес энергияның екі типі пайда болады: сыртқы өрісте қозғалып келе жатқан жүйенің қозғалыс энергиясы және жүйенің ішкі энергиясы.