АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ЗОНДА В ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ, ОБРАЗОВАННОЙ ПРОДУКТАМИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

С.К. Кунаков

Алматинский Технологический Университет ,
Республика Казахстан

Представлена асимптотическая теория электростатического зонда в ядерно-возбуждаемой плазме, содержащей отрицательные ионы. Рассмотрены случаи малого, умеренного и большого потенциала зонда. В представленной теории естественным образом формируются параметры, которые определяют степень влияния тех или иных процессов на формирование зондового тока.

Введение

Основные уравнения, описывающие работу зонда в режиме сплошной среды для случая слабо-ионизированной плазмы, состоят из уравнений сохранения заряженных частиц, уравнения энергии электронов и уравнения Пуассона в дополнение к общим уравнениям неразрывности, количества движения и энергии плазмы. Общие уравнения рассматриваются в предположении о малой степени ионизации.

Гидродинамические уравнения для ионов плотность которых $N^{\alpha}(\alpha=+,-)$ применимы при $\lambda \quad L$, где λ - локальное значение длины свободного пробега заряженных частиц по отношению к упругим столкновениям, L - локальный макроскопический масштаб, т.е. характерный размер рассматриваемой гидродинамической зоны.

1. Основные уравнения

$$J^{+}=-D^{+}\frac{\partial}{\partial r}N^{+}-b^{+}N^{+}\frac{\partial}{\partial r}\varphi \tag{1.1}$$

$$J^{-}=-D^{-}\frac{\partial}{\partial r}N^{-}-b^{-}N^{-}\frac{\partial}{\partial r}\varphi \tag{1.2}$$

$$J^{e}=-D^{e}\frac{\partial}{\partial r}N^{e}-b^{e}N^{e}\frac{\partial}{\partial r}\varphi \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}J^{+}=S^{+}-\alpha_{i}N^{-}N^{+}-\alpha_{e}N^{+}(N^{e})^{2} \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}J^{-}=\beta N^{e}N_{0}-\alpha_{i}N^{-}N^{+} \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}J^{e}=S^{e}-\beta N^{e}N_{0}-\alpha_{e}N^{+}(N^{e})^{2} \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}}\varphi=-4\pi e\left(N^{+}-N^{*}-N^{-}\right) \tag{1.7}$$

где J^{+},J^{-},J^{e} -плотности потоков положительных ионов, отрицательных ионов и электронов, S^{+}- скорость ионизации, $D^{+},D^{-},D^{*},\alpha_{i},\alpha_{e},\beta,b^{+},b^{-},b^{*}$ - кинетические коэффициенты, N^{+},N^{-},N^{*} - плотность концентрации заряженных частиц.

В качестве характерных параметров можно использовать такие величины как n_{∞}^{α} и φ_{p}, характеризующие, соответственно, порядок величин концентраций заряженных частиц в невозмущенной плазме и потенциал зонда. Отсюда определим следующие безразмерные переменные:

$$n^{\alpha}(r)=N^{\alpha}(r)/N_{\infty}^{+}. \tag{1.8}$$

Заметим , что

$$n_{\infty}^{+}=1, n_{\infty}^{e}=\gamma, n_{\infty}^{-}=1-\gamma$$
$$\varphi=\varphi/\varphi_{p}. \quad \alpha_{i}=+,-,e \tag{1.9}$$

Введем следующие безразмерные величины:

координату $t=1-\frac{r_{p}}{r},$, где r_{p} – радиус сферического зонда,

$$\tau=\frac{T^{+}}{T^{e}},\ \omega=\frac{D^{+}n^{+}}{r_{p}^{2}S},\chi=\frac{\varphi_{p}}{\frac{kT}{e}},$$
$$\delta=\frac{kT}{4\pi e^{2}N_{\infty}^{+}}\frac{1}{r_{p}^{2}} \tag{1.10}$$

Тогда основные уравнения приводятся к следующему безразмерному виду:

$$\omega(1-t)^{4}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial t}(n^{+})+\chi n^{+}\frac{\partial}{\partial t}\phi\right)=$$
$$=-(1-\tilde{\alpha}n^{+}n^{-}-\tilde{\alpha}_{e}n^{-}n^{e}) \tag{1.11}$$

$$\omega(1-t)^{4}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial}{\partial t}(n^{-})+\chi n^{-}\frac{\partial}{\partial t}\phi\right)=$$
$$=-(\beta n^{e}n^{0}-\tilde{\alpha}_{l}n^{-}n^{+}) \tag{1.12}$$

$$\gamma\omega(1-t)^4\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial}{\partial t}(n^e)+\chi\delta^e n^e\frac{\partial}{\partial t}\phi)=$$
$$=-(1-\tilde{\alpha}_e n^+ n^e-\tilde{\beta}n^e n^0) \qquad (1.13)$$

$$\chi\delta(1-t)^4\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi=n^+-n^--n^e \qquad (1.14)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\varphi(0)=\phi_p \quad n_\alpha(0)=0,\ \varphi(1)\to 0, n^+(1)\to 1,$$
$$n^-(1)=1-\gamma,\ n^e(1)=\gamma \qquad (1.15)$$

Поясним новые обозначения в уравнениях (1.1-1.14):

$\mu^e=D_+/D_e$ и $\mu^-=D_+/D_-$ - отношения коэффициентов диффузии электронов и отрицательных ионов. μ^e - как правило, малая величина.

$\tau=T/T_e$ - отношение температуры ионов к температуре электронов. τ - характеризует степень термодинамической неравновесности в плазме между электронами и тяжелыми частицами.

$\chi_p=(|\varphi_p|e)/kT$ - нормировочный потенциал анода представляет отношение электрической энергии ионов к тепловой, χ_p 1 что соответствует тому, что на зонд подаются низкие потенциалы $\chi_p\approx 0(1)$, - средние потенциалы, χ_p 1 - высокие потенциалы (как правило отрицательные).

В работе исследуются все три режима работы зонда.

$\omega=[((N_0D_+))/S/r_p{}^2]$ число обратное известному числу Дамкелера, которое равно отношению скорости ионизации к скорости диффузии положительных ионов. ω - можно представить в виде квадрата отношения двух длин: радиуса зонда r$_p$ и рекомбинационной длины положительных ионов $r_s=(N_0D_+/S)0.5$. $\delta=kT/4\pi e^2N_0r_p^2$ представляет квадрат отношения двух длин: характерного радиуса Дебая $r_D=\sqrt{kT/4\pi e^2N_0}$ и радиуса зонда r_p.

Параметр δ входит в произведении χ_p при второй производной потенциала в уравнении Пуассона.

Параметр $(\delta\chi_p)$ - определяет толщину слоя объемного заряда: при $\delta\chi_p$ 1 уравнение Пуассона вырождается в уравнение Лапласа, что соответствует толстому слою объемного заряда, при $\delta\chi_p$ 1 имеем в задаче классический признак особого поведения: малый параметр при старшей производной в дифференциальном уравнении. Тогда в прямой схеме метода возмущения эта производная теряется в первом приближении, так, что порядок дифференциального уравнения понижается оно вырождается в условие квазинейтральности. При этом должно быть отброшено граничное условие по поверхности зонда, где приближение квазинейтральности плазмы не нарушается. В связи с этим необходимо вводить в рассмотрение пограничный слой - именуемый в зондовой теории дебаевским слоем объемного заряда, в котором возникают сильные поля по порядку величин сравнимые с разделением зарядов. Таким образом, случай $\delta\chi_p$ 1 соответствует разделению области возмущения на квазинейтральную область и тонкий слой объемного заряда.

Параметр $\gamma=N_{e0}/N_0$ равен соотношению невозмущенных концентраций электронов и положительных ионов и характеризует степень прилипания электронов к электрофитной добавке. При высокой скорости прилипания электронов величина γ 1, что соответствует случаю электроотрицательной плазмы (в пределе содержащей положительные и отрицательные Ионы), при скорости прилипания близкой к нулю величина $\gamma\approx 0(1)$, что соответствует случаю электроположительной плазмы, содержащей в пределе положительные ионы и электроны.

Выясним порядок следующих величин возмущения, а также соотношение их между собой. Для интересующего нас диапазона скоростей объемной ионизации и концентрации заряженных частиц, имеем, что число ω – является малой величиной, также как и параметр δ (в знаменателе которого стоит N_{0+}) является малым.

В плазме также реализуется режим сильного прилипания, поэтому γ - малая величина.

Таким образом, имеем задачу с тремя параметрами малости: δ, γ, ω. С ростом числа малых параметров значительно упрощается аппроксимация решения задачи, но, очевидно, лишь в том случае, если соотношения порядка между параметрами и математически удачно найдены и имеют реальный (для конкретного эксперимента) физиический смысл. Вообще говоря, параметры возмущения и соотношения между ними никогда не определяются единственным образом и следует как можно шире использовать возможности свободы выбора, заменяя очевидный параметр таким, который более выгоден в каком-либо отношении. Эти возможности разнообразны и не укладываются ни в какие правила, но несомненно, что удачный выбор величин малых параметров возмущения, обычно основанный на посторонних рассуждениях приводит к упрощению задачи или улучшению результатов.

Для единого параметрического описания задачи выразим параметры δ и γ через ω посредством соответствующих соотношений порядка. Вообще говоря, скорость стремления к пределу (нулю) у этих параметров различна и между ними возможны следующие соотношения:

$\omega/\delta \to 0;\ \omega/\delta \approx 0;\ \omega/\delta \to \infty.$

Но для рассматриваемых условий работы зонда наиболее оптимальными, как кажется, являются следующие соотношения: $\delta = c\omega/2$, где c - коэффициент пропорциональности величина которого порядка единицы $\gamma = \kappa\omega$, где κ - порядок единицы.

Величину безразмерного потенциала зонда χ_p также сравним с величиной ω посредством соотношения $\chi_p = \kappa\omega^m$.

κ - коэффициент порядка единицы. Показатель степени m может принимать любые значения в соответствии с тем, что значения потенциала зонда могут изменяться от малых до высоких. Рассмотрим следующие возможные случаи:

$m = 0$, тогда χ_p - порядка единицы, что соответствует тому, что величина потенциала зонда $|\varphi p|$ по порядку равна kT/e.

$m = 1$, что соответствует малым потенциалам зонда-порядка $\omega kT/e$.

$m = -1$, соответствует высоким потенциалам зонда - порядка $\varphi p \quad kT/\omega e$, как правило отрицательным, так как при положительных значениях потенциала температура электронов T_e Те растет поскольку электрическое поле совершает над электронами работу.

Все три режима зонда с соответствующим диапазоном потенциала исследуются автором.

С учетом вышеизложенного система уравнений, описывающая распределение потенциала и концентрации заряженных частиц в возмущенной области принимает вид:

$$\omega(1-t)^4(n_+' - \chi_p n_+ \phi')' = -\left[1 - \frac{\alpha_l N_0^2}{S} n_+ n_- - \frac{\alpha_e N_0^2}{S} n_+ n_e\right] \quad (1.15)$$

$$\omega(1-t)^4(n_-' - \chi_p n_- \phi')' = -\left[\frac{\beta N_0 N_{UF_6} n_e}{S} - \frac{\alpha_l N_0^2}{S} n_+ n_-\right] \quad (1.16)$$

$$\omega(1-t)^4(n_e' - \chi_p n_e \phi')' = -\left[1 - \frac{\beta N_0 N_{UF_6} n_e}{S} - \frac{\alpha_l N_0^2}{S} n_+ n_e\right] \quad (1.17)$$

$$\omega^{m+2}(1-t)^4 \phi'' = n_+ - n_- - n_e \quad (1.18)$$

В бесконечности, где плазма однородна, правые части уравнений (1.15)-(1.18), описывающие химическую кинетику плазмы равны нулю.

$$1 - \frac{\alpha_i N_0^2}{S}(1-\omega) - \frac{\alpha_e}{S} N_0^2 \omega = 0 \quad (1.19)$$

$$\frac{\omega\beta N_0 N_{UF_6}}{S} - (1-\omega)\frac{\alpha_l N_0^2}{S} = 0 \quad (1.20)$$

$$1 - \frac{\omega\beta N_0 N_{UF_6}}{S} - \frac{\omega\alpha_l N_0^2}{S} = 0 \quad (1.21)$$

Из этих уравнений находим следующую связь между кинетическими коэффициентами α_e, α и β: αe, α- и β:

$\alpha = \frac{S}{N_0^{\ 2}} + O(\omega),$

$\alpha_e = \alpha_i \omega + O(\omega^2),\ \beta N_{UF_6} = \frac{1}{\omega}(\alpha_i N_0) - (\alpha_l N_0)$

где $\gamma = \frac{N_0}{N_n}$ - степень ионизации плазмы.

Заметим, что хотя сами коэффициенты α_- и α_e равны между собой с точностью до $O(\omega)$, вклад процессов ион-ионной и ион-электронной рекомбинации в общую кинетику различен, благодаря наличию перед ними нормировочных множителей. Процессы ионизации, ион-ионной рекомбинации, прилипания электронов описываются членами, величина которых порядка единицы, и, следовательно, эти процессы доминируют над процессом ион-электронной рекомбинации, имеющим, вследствие, малого содержания электронов, порядок ω, и которым можно пренебречь в первом приближении.

Эти замечания относительно кинетических коэффициентов позволяют несколько упростить вид исследуемых уравнений.

$$\omega(1-t)^4(n_+' + \chi_p n_+ \phi')' = -\left[1 - \frac{\alpha_l N_0^2}{S} n_+ n_-\right] \quad (1.22)$$

$$\omega(1-t)^4(n_-' + \chi_p n_- \phi')' = -\left[\frac{\beta N_0 N_{UF_6} n_e}{S} - \frac{\alpha_l N_0^2}{S} n_+ n_-\right] \quad (1.23)$$

$$\omega(1-t)^4(n_e' + \chi_p n_e \phi')' = -\left[1 - \frac{\beta N_0 N_{UF_6} n_e}{S}\right] \quad (1.24)$$

$$\omega^{m+2}(1-t)^4 \phi'' = n_+ - n_- - n_e \quad (1.25)$$

$$n_\alpha(0) = 0, \quad \phi(0) = \phi_p = \pm 1,$$

$$n_\alpha \to 1, \quad \phi(1) \to 0 \quad (1.27)$$

Рассмотрим два режима:режим слабой и сильной подвижности.

Тогда плотности потока положительных ионов при большом отрицательном потенциале зонда будут представлены соответственно:

$$J_+ = \frac{D^+ N_\infty^+}{r_p} \gamma n_+ (\frac{d\varphi}{dx}) \quad (1.28)$$

$$J_+ = \frac{D^+ N_\infty^+}{r_p} \gamma^{0.5} n_+ (\frac{d\varphi}{dx})^{0.5} \quad (1.29)$$

Зондовый ток равен

$$J_p = \frac{4\pi e S (r_0^3 - r_p^3)}{3} \quad (1.30)$$

Уравнение определяет размер слоя объемного заряда и значения напряженности электрического поля и потенциала на этой границе определяют вольтамперную характеристику зонда.

Из сказанного ясно, что можно получить уравнение, определяющее распределение потенциала в слое :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 b^\alpha \left[\frac{\partial}{\partial r}\varphi\right]^\alpha \frac{1}{4\pi}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[r^2 \frac{\partial}{\partial r}\varphi]\right] = eS \quad (1.31)$$

В режиме сильной подвижности α=0.5,в режиме слабой подвижности α=1

Решение уравнения (1.5) имеет вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = (1+\alpha)^{\frac{1}{(1+\alpha)}} x^2 \left\{ \frac{x_0^3}{3\alpha+1}(x_0^{2\alpha+1} - x^{3\alpha+1}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2(\alpha+1)+2}(x^{2(\alpha+1)+2} - x_0^{2(\alpha+1)+2}) \right\}^{\frac{1}{(\alpha+1)}} \quad (1.32)$$

где $x = \frac{r}{r_p}, \phi = \frac{\varphi}{\varphi_p}$.

При $x_0 {}^p 1$ имеем плоскую геометрию и выражение для $\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x}\varphi$ для случая слабой и сильной подвижности имеют вид:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left\{ (1 - \frac{3J_p}{2eS\delta\chi^2\varepsilon_0}(1 - \frac{x}{x_0})) \right\}^{\frac{2}{3}} \quad (1.33)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left\{ (1 - \frac{3J_p}{2eS\delta\chi^2\varepsilon_0}(1 - \frac{x}{x_0})) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.34)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{kT}{e\varphi_p}\frac{2r_p^2 S}{D_a^+ N_\infty^+} \times \quad \mathbf{(1.26)}$$

$$\sqrt{(1 - \frac{\beta N_{UF_6} N_\infty^+}{2S} - N_0^+ - \frac{\beta N_{UF_6} (N_\infty^+)^2 N_\infty^+}{2S} N_0^{+2})} \quad (1.35)$$

$$N_0^+ = \left(\frac{(1+\chi)\omega\delta\chi}{\gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (1.36)$$

Выводы

1.Измерены вольт-амперные характеристики электрического зонда в плазме гексафторида урана. Установлено, что ВАХ, соответствующие уровням мощности реактора 100-200 кВт, симметричны. Из симметрии характеристик следует что: во-первых, вклад электронов в проводимость плазмы мал, т.е. $n^-\mu^-$ $n_e\mu_e$ но, поскольку μ^- μ_e значит n^- n_e; во-вторых, значения коэффициентов диффузии (подвижности) отрицательных и положительных ионов близки по величине. Измерены ВАХ цилиндрического зонда в плазме гексафторида урана давлением 20 Торр при уровнях мощности реактора 100, 500, 1000, 5000 кВт. Установлено, что ВАХ измеренные при уровнях мощности реактора 100 и 500 кВт симметричны. Из симметрии ВАХ следует:

во-первых, вклад электронов в проводимость не существенен, т.е. μ^- $n_e\mu_e$ e, но, поскольку μ^- μ_e значит n^- n_e;

во-вторых, значения коэффициентов диффузии (подвижности) отрицательных и положительных ионов близки по величине. Кроме того, на всех характеристиках имеется отчетливо выраженный линейный участок в области небольших положительных потенциалов, а ионные ветви обнаруживают характерный излом.

2. Разработана кинетическая модель плазмы UF_6 и проведен численный расчет ионного состава плазмы. Из результатов расчетов следует, что основными положительными ионами являются ионы UF_6^+ отрицательными UF_6^- отношение концентрации электронов к суммарной концентрации отрицательных ионов составляет величину поряд-ка 10^{-4} для уравнений мощности 100 и 500 кВт, т.е. Концентрация n_e определяется скоростями ионизации и прилипания к молекулам UF_6 UF_6. Концентрация UF_6^+ и UF_6^- пропорциональна $\sqrt{\Phi}$ $\sim\sqrt{\Phi}$, электронов. Концентрация положительных ионов, определенная из экспериментальных зондовых характеристик удовлетворительно согласуется с расчетом.

3. Интерпретация ВАХ различными методами позволила впервые определить коэффициенты диффузии (подвижности) ионов в плазме гексафторида урана, образованной в центре активной зоны реактора. Экспериментальное значение для приведенной подвижности и значение подвижности, определенное по выражению μ_0=13.876/(αM)$^{1/2}$ для случая лишь поляризационного взаимодействия близки между собой.

Литература:[1.] *Davis R.N., Davis J.F., Sohneider R.T.*Nuclear pumping lasers,induced by pulsed reactors// Trans. Amer. Nucl.Soc.-1976.-Vol. 23.-P.520-523. **; [2.]** *Дмитриевский В.А.,.Воинов Е.М ,Тетельбаум С.Д.*Применение гесафторида урана в ядерных энергетических установках .//Атомная энергия.-1970.-Т.29, №.4.- С.45-52. **; [3.]** *Bektursunova R., Kunakov S.*Singular Perturbation Model of Electric Probe in Slightly Ionised Plasmas with Negative Ions.// Plasma Physics Reports 25.-1999.-21c. **; [4.]** *Бектурсунова, Р. .Кунаков С* Методы сингулярных возмущений в слабо ионизованной плазме с отрицательными ионами. // Физика Плазмы.1999.- Т.25,№10.-С.1-5.

Принято в печать 21.02.2009

УДК533.9.01

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ЗОНДА В ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ , ОБРАЗОВАННОЙ ПРОДУКТАМИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

С.К. Кунаков
Алматинский Технологический Университет,
sandybeck@kunakov.kz,2909981

ASYMPTOTIC THEORY OF ELECTROSTATIC PROBE IN PLASMA CREATED BY NUCLEAR PRODUCTS ,POSSESSING NEGATIVE IONS**.**

Kunakov S.K.

The asymptotic theory of nuclear induced plasma, containing negative ions is presented .The cases of small, intermediary, and high potentials of the electrostatic probe in plasma are investigated. In this investigation the formation of small physical parameters and their influence on the formation of the probe ion electrical current is studied.

ЭЛЕКТРОСТАТИКАЛЫК ПЛАЗМАНЫҢ ЗОНД ДИАГНОСТИКАСЫН АСИМПТОТИКАЛЫК ТЕОРИЯСЫ

С.К. Кунаков

Гексафторид уранның зонд асимптотикалык теориясы салымы бұрын ұсынылған реакцияларнын негізінде зерттелген. Жүйеде алыстық ретінің қалыптасуы байқалған және оның сипаттау шамасы анықталған. Сонымен қатар кинетикалык реакцияснын концентрация мен энергия және теңдеудің күйіне беретін салымы асимтотикалык теориясымен есептелген.