

ВКЛАД ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

А.Е. Давлетов

Казахский Государственный Университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Республика Казахстан

На основе предложенного ранее потенциала взаимодействия [1] изучены корреляционные функции и вклады пылевой компоненты в термодинамические свойства неидеальной плазмы. Обнаружено формирование дальнего порядка в системе и определен его характерный размер. Рассчитаны корреляционная энергия и вклад в уравнение состояния.

Введение

В последнее время бурно развиваются исследования так называемой пылевой плазмы, то есть плазмы с наличием макрочастиц, называемых пылинками. Пылинки могут приобретать большой электрический заряд и, тем самым, энергия их взаимодействия может быть очень большой. Это обычно приводит к образованию так называемого плазменного кристалла, то есть пылинки образуют некий аналог кристаллической решетки. Пылевая плазма широко распространена в космосе в газопылевых туманностях, встречается в пристеночной области токамаков, появляется при травлении микросхем полупроводниках. Хотя пока что пылевая плазма и не находит широкого практического применения, она интересна тем, что поведением частиц можно наблюдать непосредственно, что позволяет напрямую проверить теоретические концепции, разработанные для сильносвязанных систем.

Безразмерные параметры плазмы

Рассмотрим систему, состоящую из пылевых частиц с электрическим зарядом $-Z_d e$ и концентрацией n_d , которые погружены в однокомпонентную плазму ионов с зарядом e и концентрацией n . Электроны плазмы составляют однородную заряженную среду, на фоне которой происходят изучаемые явления.

Параметр неидеальности пылевых частиц определяется выражением

$$\Gamma_d = \frac{Z_d^2 e^2}{a_d k_B T}, \tag{1}$$

где $a_d = (3/4\pi n_d)^{1/3}$ – среднее расстояние между пылевыми частицами, k_B – постоянная Больцмана, T – температура среды, Z_d – зарядовое число пылевых частиц. Параметр неидеальности (1) представляет собой отношение средней кулоновской энергии взаимодействия пылевых частиц к их средней тепловой энергии и в типичной пылевой плазме меняется от нескольких десятков до нескольких сотен и даже тысяч, что свидетельствует о большой роли взаимодействия между частицами.

Еще один важный безразмерный параметр, необходимый для описания системы, называется параметром экранирования и определяется так

$$\kappa = \frac{a_d}{\lambda_D}, \tag{5.2}$$

где $\lambda_D = (k_B T / 4\pi n e^2)^{1/2}$ – дебаевский радиус экранирования электронов.

Для идеальной однокомпонентной пылевой плазмы параметры (1) и (2) достаточны для описания состояния пылевой компоненты. Основной идеей последующего изложения является то, что нормальная компонента плазмы может находиться в слабо-неидеальном состоянии. Поэтому необходимо введение еще одного параметра неидеальности

$$\Gamma = \frac{e^2}{a k_B T}, \tag{3}$$

где $a = (3/4\pi n)^{1/3}$ – среднее расстояние между ионами.

С чисто теоретической точки зрения введенные параметры (1), (2), (3) полностью характеризуют состояние пылевой плазменной среды.

Остается открытым вопрос о том, в каких ситуациях неидеальность самой плазменной среды может играть существенную роль. Недавние эксперименты с криогенной пылевой плазмой показали, что в таких условиях формирование так называемого плазменного кристалла, то есть дальнего порядка в расположении пылевых частиц, значительно облегчается. Криогенная пылевая плазма представляет собой обычную установку для высокочастотного разряда, в которой буферный газ охлаждается посредством жидкого азота или даже гелия. Хотя параметры плазмы не были строго определены экспериментально, представляется вполне разумными следующие стандартные оценки: концентрация ионов $n = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, температура буферного газа $T = 3\text{К}$. Тогда выражение (3) дает для параметра связи $\Gamma \approx 2$, а, значит, плазменная среда действительно может находиться в неидеальном состоянии.

Модель взаимодействия пылинок

Для получения потенциала взаимодействия пылевых частиц воспользуемся приближением диэлектрической среды (ПДС) означаящем, что пара пылевых частиц помещена в плазменную среду, которая осуществляет экранировку. Тогда потенциал взаимодействия примет вид

$$\Phi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{\tilde{\varphi}(k)}{\varepsilon(k,0)} \exp(ikr) dk. \quad (4)$$

Здесь $\tilde{\varphi}(k) = 4\pi Z_d^2 e^2 / k^2$ – Фурье-образ потенциала взаимодействия пылевых частиц в вакууме, а $\varepsilon(k,0)$ – статическая диэлектрическая функция плазменной среды.

В каждом конкретном случае потенциал взаимодействия зависит от выбора статической диэлектрической функции, которая

в свою очередь определяется физическими условиями в плазменной среде. Например, если плазма может быть рассмотрена как идеальная, то статическая диэлектрическая функция выбирается в приближении хаотических фаз (ПХФ)

$$\varepsilon_{RPA}(k,0) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_D^2}. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (4) приводит к обычному потенциалу Дебая-Хюккеля, широко используемому при моделировании свойств пылевой плазмы

$$\Phi(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right). \quad (6)$$

В случае если плазменная среда является неидеальной необходимо использование поправок на локальные поля (ПЛП) [1]

$$\varepsilon_{LFC}(k,0) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_D^2 - G(k)}. \quad (7)$$

Здесь $G(k)$ называется функцией локальных полей и имеет вид (смотрите раздел)

$$G(k) = 1 + \frac{k_B T \tilde{C}(k)}{\tilde{\varphi}(k)}, \quad (8)$$

где $\tilde{C}(k)$ представляет собой Фурье-образ прямой корреляционной функции $C(r)$. Для ее получения воспользуемся системой уравнений Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении [1].

На рисунке 1 приведена радиальная функция распределения однокомпонентной

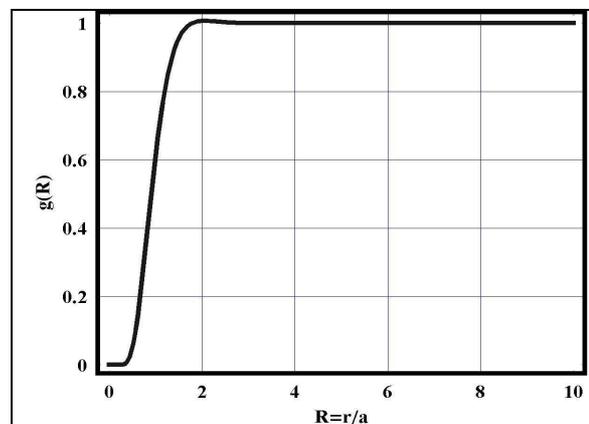


Рис. 1 Радиальная функция распределения однокомпонентной плазмы при $\Gamma = 3$.

плазмы, полученная из решения уравнения Орнштейна-Цернике. Она имеет немонотонный вид, характерный для жидкостей с наличием одного максимума.

На рисунке 2 построена функция локальных полей однокомпонентной плазмы при параметре связи $\Gamma = 3$. При малых волновых числах k , соответствующих большим расстояниям между пылевыми частицами, поправка на локальное поле практически равна нулю, что соответствует наличию нормальной экранировки поля. В то же время для больших волновых чисел $G(k) \rightarrow 1$ и локальное поле практически не сказывается на потенциале взаимодействия, который должен оставаться кулоновским.

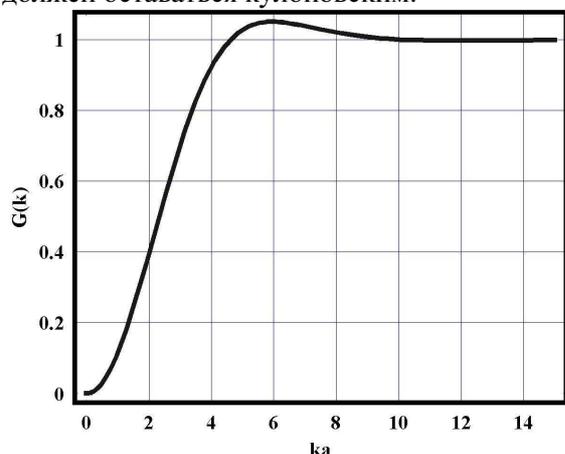


Рис. 2. Функция локальных полей однокомпонентной плазмы при $\Gamma = 3$.

Вычисления по схеме, приведенной выше, проводились численно и результаты представлены графически на рисунках 3-6. Видно, что неидеальность плазменной среды ведет к появлению минимума на кривой потенциала, то есть кулоновское отталкивание пылевых частиц на малых расстояниях сменяется притяжением на больших. Подобное притяжение может приводить как к образованию пылевых комплексов, так и к формированию ближнего и дальнего порядка в системе. Рисунки демонстрируют, что по сравнению с потенциалом Дебая-Хюккеля (6) предложенное выражение практически совпадает с ним при малых значениях парамет-

ра связи пылевой компоненты. При больших значениях параметра связи пылевой компоненты уже наблюдается существенное различие, обусловленное появлением минимума, глубина которого в соответствии с (4) прямо пропорциональна Γ_d . Таким образом можно заключить, что возможность появления минимума заложена не в пылевой компоненте, а в самой плазменной среде, осуществляющей посредническую роль, приводящую к экранировке взаимодействия пылинок.

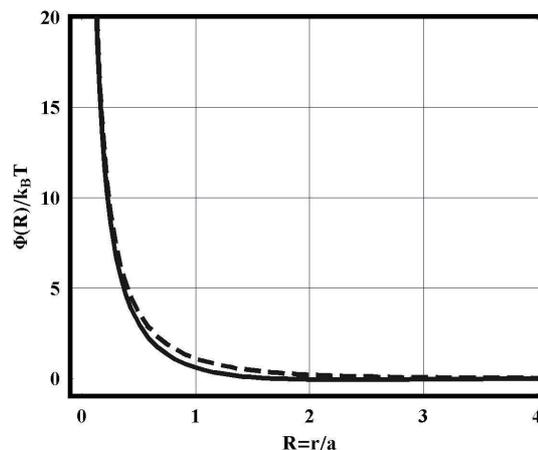


Рис. 3. Безразмерный потенциал взаимодействия частиц пылевой плазмы при $\kappa = 1$, $\Gamma = 3$ и $\Gamma_d = 3$. Сплошная линия: формулы (4), (7); пунктирная линия: потенциал Дебая-Хюккеля (6).

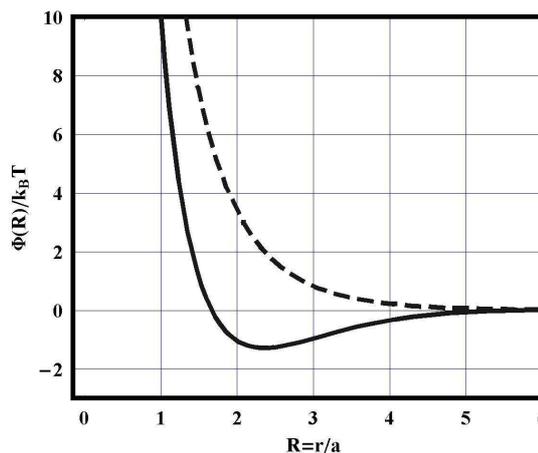


Рисунок 4. Безразмерный потенциал взаимодействия частиц пылевой плазмы при $\kappa = 1$, $\Gamma = 3$ и $\Gamma_d = 50$. Сплошная линия: формулы (4), (7); пунктирная линия: потенциал Дебая-Хюккеля (6).

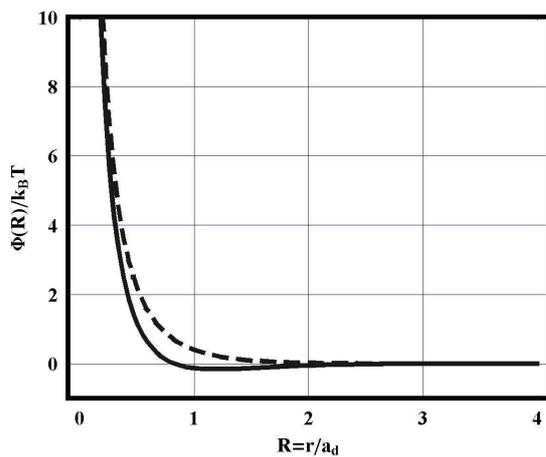


Рис. 5. Безразмерный потенциал взаимодействия частиц пылевой плазмы при $\kappa=1$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=3$. Сплошная линия: формулы (4), (7); пунктирная линия: потенциал Дебая-Хюккеля (6).

Немонотонное поведение потенциала имеет следующее физическое обоснование. Так как экранировка создается плазмой, то появление минимума на потенциальной кривой напрямую связано с физическими условиями в среде. Пусть пылевая частица заряжена отрицательно, тогда она притягивает ионы, которые формируют облако вокруг нее, экранируя поле. Подобная картина остается справедливой как для случая идеальной плазмы, так и для неидеальной плазмы с сильным взаимодействием. Отличие последнего состоит в том, что в ионной системе наблюдается ближний порядок, то есть появляется максимум плотности вероятности найти ионы на определенном расстоянии друг от друга, а значит ионы стремятся расположиться ближе друг к другу. Таким образом, экранирующее облако ионов вокруг пылевой частицы уплотняется, что приводит к немонотонному поведению потенциала взаимодействия пылевых частиц. В соответствии с этим снижение минимума потенциала при уменьшении параметра экранировки \mathcal{K} (сравните рисунки 3,4 и рисунки 5,6) обусловлено уменьшением концентрации ионов (смотрите формулу (2)), участвующих в экранировке поля.

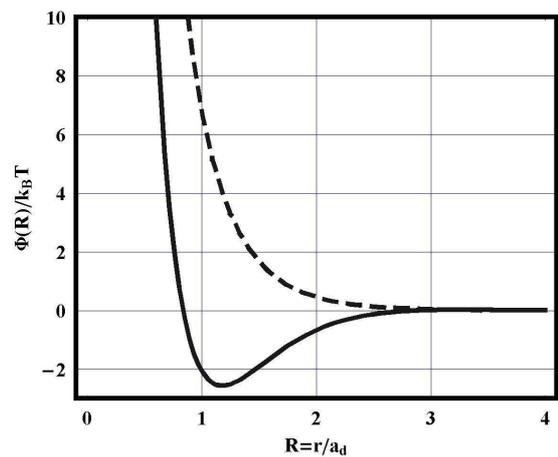


Рис. 6. Безразмерный потенциал взаимодействия частиц пылевой плазмы при $\kappa=2$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=50$. Сплошная линия: формулы (4), (7); пунктирная линия: потенциал Дебая-Хюккеля (6).

Радиальные функции распределения

Так как потенциал взаимодействия частиц пылевой компоненты был определен выше, становится возможным и изучение корреляционных функций пылевых частиц. Для этого опять воспользуемся системой уравнений Орнштейна-Цернике в гиперцепном приближении. Численные результаты для радиальных функций распределения представлены ниже на рисунках 7-10. Видно, что при малых значениях параметра экранирования различие между ПХФ и ПЛП чисто количественное, однако с увеличением параметра экранирования наблюдаются существенные отклонения между ними, обусловленные возникновением притяжения пылевых частиц. Из рисунков 8 и 10 видно, что при достаточно больших значениях параметра неидеальности ($\Gamma_d=50$) наблюдается формирование упорядоченных структур.

Из рисунка 10 можно отчетливо видеть, что с увеличением параметра связи пылевой компоненты возрастает высота первого максимума в радиальной функции распределения. По положению максимумов радиальной функции распределения можно оценить характерный размер образующихся структур, он равен примерно $3.1a_d$.

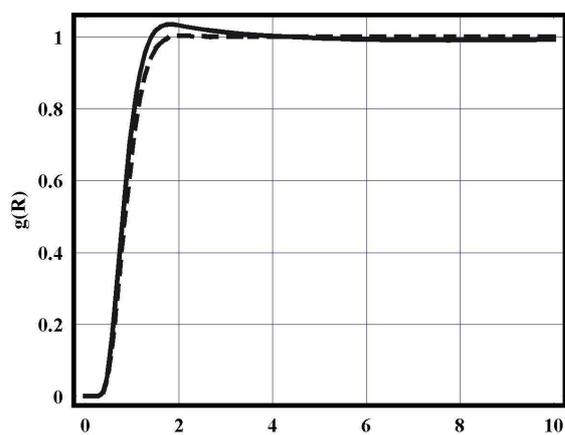


Рис. 7. Радиальная функция распределения частиц пылевой плазмы при $\kappa=1$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=3$. Сплошная линия: настоящая работа; пунктирная линия: теория Дебая-Хюккеля.

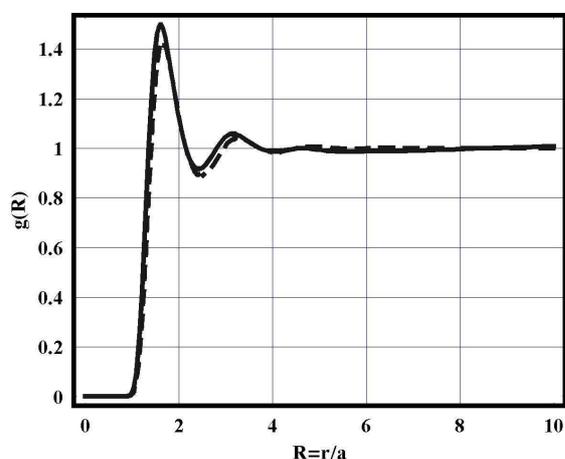


Рис. 8. Радиальная функция распределения частиц пылевой плазмы при $\kappa=1$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=50$. Сплошная линия: настоящая работа; пунктирная линия: теория Дебая-Хюккеля.

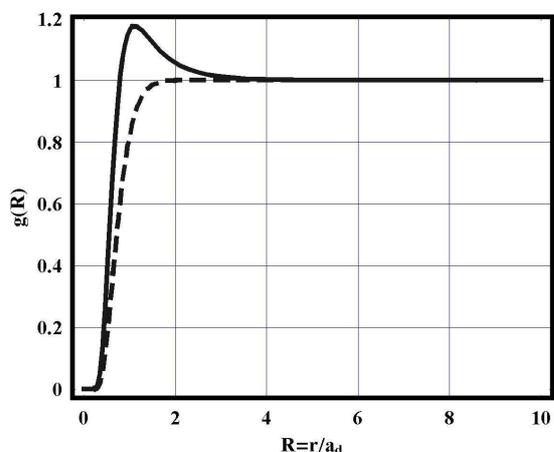


Рис. 9. Радиальная функция распределения частиц пылевой плазмы при $\kappa=2$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=3$. Сплошная линия: настоящая работа;

пунктирная линия: теория Дебая-Хюккеля.

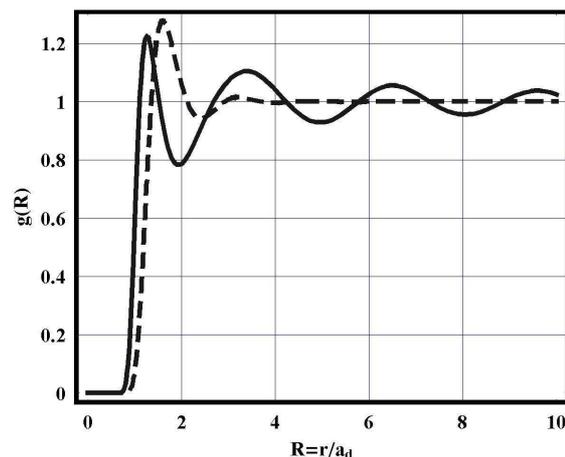


Рис. 10. Радиальная функция распределения частиц пылевой плазмы при $\kappa=2$, $\Gamma=3$ и $\Gamma_d=50$. Сплошная линия: настоящая работа; пунктирная линия: теория Дебая-Хюккеля.

Таким образом, учет неидеальности плазменной среды привел к существенно новым физическим выводам о том, что формирование ближнего и дальнего порядка в системе с пылевой компонентой возможно при гораздо меньших значениях параметра связи чем считалось ранее. Это подтверждается прямыми экспериментами российских ученых с пылевой плазмой газового разряда при криогенных температурах [2].

Термодинамические вклады

Определим вклады пылевой компоненты в уравнение состояния и корреляционную энергию плазмы.

Вклад в уравнение состояния (давление) плазмы выражается с помощью радиальных функций распределения посредством

$$\Delta P = n_d k_B T - \frac{2\pi}{3} \int_0^\infty n_d^2 \frac{d\Phi(r)}{dr} g(r) r^3 dr, \quad (9)$$

где $P_{id} = n_d k_B T$ – идеальное газовое давление.

На рисунке 11 построена зависимость вклада в давление от пылевой компоненты плазмы в зависимости от безразмерного параметра связи Γ_d . Давление норми-

ровано на идеальное газовое $P_{id} = n_d k_B T$. По сравнению с потенциалом Дебая-Хюккеля предложенная модель взаимодействия частиц приводит к меньшему вкладу в давление плазмы. Это обусловлено тем, что на потенциал взаимодействия является немонотонной функцией расстояния между пылинками, а значит на определенных расстояниях отталкивание сменяется притяжением. Потенциал Дебая-Хюккеля всегда является монотонной функцией расстояния между пылинками и приводит к практически линейному закону роста давления с увеличением параметра связи Γ_d .

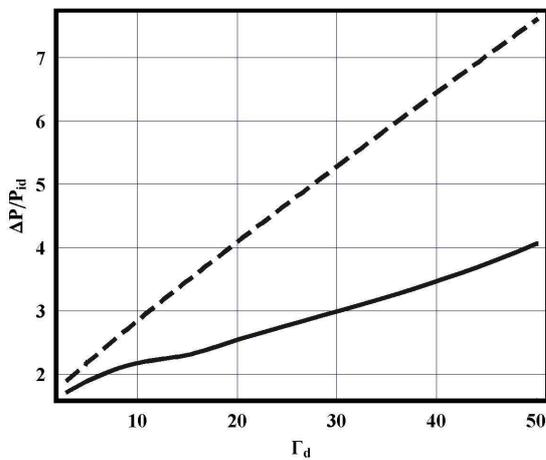


Рис. 11. Зависимость вклада в давление ΔP от пылевой компоненты плазмы в зависимости от безразмерного параметра связи Γ_d при $\kappa=1$ и $\Gamma=3$. Сплошная линия: вычисления по предложенной модели; штриховая линия: вычисления по потенциалу Дебая-Хюккеля.

Поведение, аналогичное поведению уравнения состояния, наблюдается и для корреляционной энергии, которая может быть записана в виде

$$U = 2\pi V \int_0^{\infty} n_d^2 \Phi(r) g(r) r^2 dr, \quad (10)$$

На рисунке 12 построена зависимость вклада в корреляционную энергию от пылевой компоненты плазмы в зависимости от безразмерного параметра связи Γ_d . Корреляционная энергия нормирована на значе-

ние $U_0 = N_d k_B T$. Вычисления с использованием потенциала Дебая-Хюккеля ведут к монотонному росту корреляционной энергии с увеличением параметра связи Γ_d . Вычисления с использованием предложенной модели дают более сложное поведение. При малых параметрах связи корреляционная энергия, как и в случае с потенциалом Дебая-Хюккеля, является положительной величиной. Однако с ростом параметра связи корреляционная энергия становится отрицательной, что опять таки обусловлено наличием минимума на кривой зависимости потенциальной энергии взаимодействия пылевых частиц от расстояния между ними.

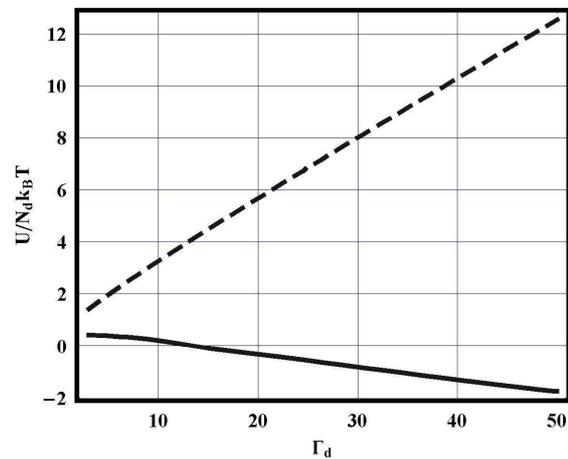


Рис. 12. Зависимость вклада в корреляционную энергию U от пылевой компоненты плазмы в зависимости от безразмерного параметра связи Γ_d при $\kappa=1$ и $\Gamma=3$. Сплошная линия: вычисления по предложенной модели; штриховая линия: вычисления по потенциалу Дебая-Хюккеля.

Выводы

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы:

- предложена псевдопотенциальная модель взаимодействия частиц пылевой плазмы, учитывающая неидеальность самой плазменной среды и предсказано наличие потенциальной ямы. Потенциальная яма соответствует наличию притяжения на определенном расстоянии между пылинками, что может вести к образованию свя-

занных состояний пылевых частиц – пылевых молекул;

- рассчитаны радиальные функции распределения и продемонстрировано, что неидеальность плазменной среды существенно облегчает формирование дальнего порядка и приводит к образованию плазменного кристалла. На кривых радиальных функций распределения появляются характерные максимумы и минимумы, а

высота первого максимума растет с ростом неидеальности во взаимодействии пылевых частиц;

- рассчитаны вклады пылевой компоненты в термодинамические функции плазмы и обнаружено, что предлагаемая модель дает заниженные значения по сравнению со стандартной моделью взаимодействия Дебая-Хюккеля.

Литература: [1] *Ichimaru S., Mitake S., Iyetomi H*// Physics Reports, v.149, 1987, p.91; [2] *Фортвов В.Е. и др.*// Доклады РАН, v.382, 2002, p.50.

Принято в печать 11.03.2009

УДК 530.1 (075.8)

ВКЛАД ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

А.Е. Давлетов

На основе предложенного ранее потенциала взаимодействия [1] изучены корреляционные функции и вклады пылевой компоненты в термодинамические свойства неидеальной плазмы. Обнаружено формирование дальнего порядка в системе и определен его характерный размер. Рассчитаны корреляционная энергия и вклад в уравнение состояния.

ИДЕАЛ ЕМЕС ПЛАЗМАНЫҢ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРГЕ ТОЗАҢДЫҚ КОМПОНЕНТТІНІҢ САЛЫМЫ

А.Е. Давлетов

Корреляцияланған функциялар және идеал емес плазманың термодинамикалық қасиеттерге тозаңдық компонентінің салымы бұрын ұсынылған әсерлесу потенциал [1] негізінде зерттелген. Жүйеде алыстық ретінің қалыптасуы байқалған және оның сипаттау шамасы анықталған. Сонымен қатар корреляцияланған энергия және теңдеудің күйіне беретін салымы есептелген.

DUST COMPONENT CONTRIBUTION TO THERMODYNAMIC PROPERTIES OF NONIDEAL PLASMAS

A. E. Davletov

Starting from the potential model proposed earlier in [1] the correlation functions of the dust component and its contribution to the thermodynamic properties of nonideal plasmas are studied. Found are the long-range order formation and its characteristic length. Correlation energy and contribution to the equation of state are determined.