

**В.М. Сомсиков**

*Институт ионосферы, Алматы, Казахстан*

[ymsoms@rambler.ru](mailto:ymsoms@rambler.ru)

## О РАСШИРЕНИИ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ПРИ УЧЕТЕ СТРУКТУРИРОВАННОСТИ ТЕЛ

**Аннотация.** *Предлагается краткое изложение механики структурированных тел. В отличие от механики Ньютона она позволяет описывать процессы возникновения, эволюции неравновесных систем. Механика структурированных тел строится на основе того, что любое тело в общем случае является открытой неравновесной системой, а любая такая система в приближении локального термодинамического равновесия представима совокупностью равновесных подсистем. В качестве такой равновесной подсистемы используется система потенциально взаимодействующих материальных точек (МТ) - структурированная частица (СЧ). Уравнение движения СЧ выводится из дуального выражения энергии, состоящей из энергии движения СЧ и ее внутренней энергии при условии выполнения законов Ньютона для МТ. Его необратимость позволяет ввести в классическую механику понятие динамической энтропии. Объясняется природа отличия механики СЧ от механики МТ.*

**Ключевые слова:** *классическая механика, необратимость, нарушение симметрии, энтропия.*

### Введение

Одной из основных задач физики является описание процессов возникновения и развития систем. Все эти процессы необратимы и диссипативны. Но в соответствии с формализмами классической механики, динамика систем обратима. Это одно из самых серьезных противоречий между существующей физической картиной мира и реальностью [1-6]. Попытки разрешить ее, не привлекая чуждые детерминизму классической механике идеи, начиная от Больцмана и до последних лет, не давали желаемого результата, порождая порой взаимоисключающие идеи и трудности в физике в целом. Например, это создало непреодолимое препятствие на пути обоснования термодинамики и статистической физики [7,8]. Большие трудности возникают при обосновании гидродинамики, в частности, эмпирического уравнения Навье–Стокса, при решении задач многих тел, [9,10]. Это также привело к проблемам квантовой механики, например, обусловленных

принципом суперпозиции решений [6, 11,12]. Перечень таких примеров можно продолжать очень долго. Все это послужило основанием причислить проблему необратимости к одной из основных проблем современности [1].

Общепринятое объяснение механизма необратимости в своей основе опирается на свойство экспоненциальной неустойчивости гамильтоновых систем и гипотезу о существовании в них флуктуаций [2]. Суть объяснения заключается в следующем. Теорема Пуанкаре об обратимости гамильтоновых систем утверждает, что существует хотя и очень большое, но конечное время, в течение которого система вновь пройдет сколь угодно близко около исходной точки фазового пространства [2,5]. Но если усреднить по сколь угодно малой окрестности точки фазового пространства, в которой находится система, то из-за экспоненциальной неустойчивости она уже не вернется в исходное состояние. Такому усреднению эквивалентны сколь угодно

малые флуктуации в системе. Приняв гипотезу о существовании в природных системах флуктуаций, с неизбежностью приходим к необратимости в экспоненциально неустойчивых по Ляпунову гамильтоновых системах. Но гипотеза о флуктуациях чужда классической механике. Более того, необходимость использования такой гипотезы означает существование ограничений детерминированного описания мира.

Анализ огромного числа попыток найти объяснение второго закона термодинамики, в конце концов, привело к мысли [3], что решение проблемы необратимости в рамках существующих формализмов классической механики отсутствует. Это может означать, либо то, что классическая механика неполна и в ней, в принципе, нет ей объяснения, либо то, что формализмы классической механики требуют расширения, например, путем снятия каких-то ограничений, при которых они строились.

Оказалось, что если учесть структурность реальных тел и отказаться от гипотезы о голономности связей, используемой при построении формализмов классической механики, то в рамках законов Ньютона существует объяснение необратимости [17-21]. Именно благодаря наличию у систем структуры, они обладают внутренней энергией, которая изменяется за счет работы внешних сил. Это объясняется тем, что необратимость динамики связана с трансформацией энергии движения во внутреннюю энергию тела. Поэтому диссипативную механику следует строить на основе уравнения движения систем, а не материальных точек (МТ). При этом необходимо исходить из того, что движение тел определяется принципом дуализма симметрии (ПДС). Суть принципа в том, что характер динамики и эволюции систем определяется как симметриями пространства, так и симметриями системы.

Нарушение симметрии времени означает разрушение инварианта, соответствующего трансляционной группы

симметрии, то есть нарушение закона сохранения энергии движения тела. Это нарушение связано с трансформацией энергии движения в другие типы энергии. То есть имеется инвариантная величина, куда энергия движения вложена, как ее составная часть. Для структурированного тела такой инвариантной величиной является сумма энергии движения и внутренней энергии. Поэтому включив в описание динамики системы внутреннюю энергию, куда исчезает энергия движения, мы как раз и получаем возможность описать процесс нарушения симметрии. Как будет показано, энергия движения системы трансформируется во внутреннюю энергию при ее движении в неоднородных полях сил. Возможность описать процесс нарушения симметрии времени для динамики систем появляется, если опираться на ПДС.

Нарушение симметрии обусловлено нелинейным преобразованием энергии движения во внутреннюю энергию. А гипотеза о голономности связей, используемая при получении уравнения Лагранжа [13], исключает возможность описания такого преобразования. Поэтому необходимо найти такой путь вывода уравнения движения системы, который позволяет исключить использование этой гипотезы. Как будет показано, для этого можно использовать тот факт, что любое тело представимо совокупностью равновесных подсистем, а их движение определяется траекторией центра масс (ЦМ). В качестве таких подсистем возьмем структурированную частицу (СЧ), где СЧ – равновесная система, состоящая из большого числа потенциально взаимодействующих МТ. Это позволит нам опираться на законы Ньютона для МТ при получении уравнения движения СЧ. Кроме того, это позволит выводить уравнение движения СЧ из дуального закона сохранения энергии, представленной в соответствии с ПДС в виде суммы энергии движения и внутренней энергии [20,21].

Цель работы состоит в кратком описании процесса построения механики СЧ. Для этого поясним, как на основе ПДС решается проблема необратимости, как

снимаются ограничения классической механики, возникающие в связи с использованием в ней упрощенных моделей бесструктурных тел и гипотезы о голономности связей. Покажем, как в рамках законов классической механики объяснить нарушение симметрии времени, как в механику можно ввести понятие энтропии. Рассмотрим, как строить механику неравновесных систем (НС), которые в наиболее общем случае являются моделями реальных тел. Объясним, как и почему гипотеза о голономности связей, используемая при выводе уравнения Лагранжа, исключает возможность описания необратимой динамики. Рассмотрим отличия механики СЧ от механики МТ. Объясним, почему возникновение систем происходит только благодаря наличию внутренней энергии их элементов.

### Вывод уравнения движения СЧ

В приближении локального равновесия НС представляют собой совокупность перемещающихся относительно друг друга взаимодействующих СЧ [7,8, 15]. Поэтому для описания динамики НС вместо уравнений движения для МТ, следует использовать уравнение движения СЧ. Покажем, как получить уравнение движения СЧ из уравнения его энергии при условии, что движение каждой МТ подчиняется законам Ньютона [19].

В соответствие с ПДС энергия СЧ является суммой энергий движения СЧ в поле внешних сил и внутренней энергии, определяемой взаимодействием всех МТ. Энергия движения СЧ состоит из кинетической энергии движения ее ЦМ и той составляющей энергии внешнего поля, которая определяет потенциальную энергию движения ЦМ СЧ. Внутренняя энергия СЧ равна сумме кинетических энергий движения МТ относительно ЦМ, потенциальных энергий их взаимодействия. Чтобы представить полную энергию СЧ в виде суммы энергии движения и внутренней энергии, ее следует записать в независимых микро и макропеременных. Микропеременные

определяют движение МТ относительно ЦМ СЧ, а макропеременные определяют движение ЦМ СЧ. Согласно второму закону Ньютона, ускорение СЧ пропорционально сумме сил, приложенных ко всем МТ. Точкой приложения сил является ЦМ СЧ. Сумма внешних сил, действующих на каждую МТ, определяет изменение энергии движения СЧ. Работа, совершаемая полем внешних сил по перемещению СЧ, идет на изменение, как ее внутренней энергии, так и энергии движения. Т.е. она больше или равна работе, которая тратится на перемещение ЦМ СЧ. Действительно, изменение скорости ЦМ обусловлено суммой сил, приложенных к каждой МТ. Эта сумма не может быть больше суммы модулей сил, так как имеет место очевидное

неравенство:  $\left| \sum_{i=1}^N F_i \right| \leq \sum_{i=1}^N |F_i|$ . Равенство выполняется только тогда, когда все МТ движутся с равными скоростями. Это возможно тогда, когда СЧ является абсолютно твердым телом, когда внешнее поле однородно. Отсюда полная работа по замкнутому контуру, затраченная на перемещение СЧ, в общем случае не равна нулю, так как часть ее пойдет на изменение внутренней энергии.

Из закона сохранения импульса следует, что сумма сил взаимодействия МТ, принадлежащих СЧ, равна нулю. Поэтому движения МТ относительно ЦМ СЧ, определяющие внутреннюю энергию, не изменяют энергию движения СЧ. Изменение внутренней энергии связано только с той частью работы внешних сил, которая меняет энергию относительных движений МТ. Энергия СЧ в дуальном представлении имеет вид [19-21]:

$$E_N = E_N^{ins} + E_N^s = T_N^{tr} + E_N^{ins} + U^{env},$$

где  $T_N^{tr} = M_N V_N^2 / 2$ ;  $M_N = mN$ ;  $m$  - массы МТ, принятые здесь равными единице;  $N$  - число МТ в СЧ;  $R_N = (\sum_{i=1}^N r_i) / N$ ,  $V_N = \dot{R}_N$  - координаты и скорости ЦМ системы;  $r_i = R_N + \tilde{r}_i$ ,  $v_i = V_N + \tilde{v}_i$  - координаты и скорости МТ в лабораторной системе координат;  $\tilde{v}_i, \tilde{r}_i$  -

скорости и координаты  $i$ -й МТ относительно ЦМ;  $E_N^{ins} = T_N^{ins} + U_N$ ;  $T_N^{ins} = \sum_{i=1}^N m\tilde{v}_i^2/2$  - кинетическая часть внутренней энергии тела;  $U_N(r_{ij}) = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N U_{ij}(r_{ij})$  потенциальная энергия взаимодействий МТ,  $r_{ij} = r_i - r_j$  расстояние между  $i$  и  $j$  МТ;  $U^{env}$  - потенциальная энергия внешнего поля, в общем случае зависящая от микро и макропеременных. Потенциальная энергия внешнего поля дает вклад в изменение, как внутренней энергии, так и энергии движения. Члены, определяющие внешнее поле сил, нелинейные и переменные в них не разделяются. Закон сохранения энергии системы формулируется так: вдоль траектории движения системы сохраняется сумма энергии движения и внутренней энергии.

Дифференцируя (1) по времени, получим [19]:

$$V_N M_N \dot{V}_N + \dot{E}_N^{ins} = -V_N F^{env} - \Phi^{env}, \quad (2)$$

где  $\dot{E}_N^{ins} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i (m\dot{\tilde{v}}_i + F(\tilde{r}_i)_i)$ ;  $F(\tilde{r}_i)_i$  - сила, действующая на  $i$ -ю МТ;

$$F^{env} = \sum_{i=1}^N F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i);$$

$$\Phi^{env} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i); F_i^{env} = \partial U^{env} / \partial \tilde{r}_i.$$

Первый член в правой части (2) определяет изменение энергии движения ЦМ СЧ, а второй член - изменение внутренней энергии СЧ. Член  $\Phi^{env}$  равен нулю, если внешняя сила однородна. Это следует из того, что  $\sum_{i=1}^N \tilde{v}_i = 0$ . Т.е в однородном поле внешних сил внутренняя энергия не изменяется.

Из (2) стандартным образом находим уравнение движения СЧ [19, 21]:

$$M_N \dot{V}_N = -F^{env} + \alpha_N V_N, \quad (3)$$

где  $\alpha_N = (\Phi^{env} + \dot{E}_N^{ins}) / V_N^2$  - коэффициент, определяющий изменение внутренней энергии.

Первый член в правой части (3) это потенциальная сила, приложенная к ЦМ и меняющая кинетическую энергию СЧ. Второй член нелинейный. Он зависит как от микро, так и от макропеременных и

обуславливает изменение внутренней энергии СЧ.

Следует подчеркнуть, что при получении уравнения (3) нам не потребовалась гипотеза о голономности связей. Это позволило сохранить в правой части (3) нелинейный член, определяющий изменение внутренней энергии. Очевидно, что этот член делает отличной симметрию уравнения (3) от симметрии уравнения движения Ньютона. Силы, ответственные за изменение внутренней энергии, не совершают работы по перемещению СЧ. Но их можно определить через величину изменения внутренней энергии.

Пусть имеет место неравенство  $R \gg \tilde{r}_i$ . Тогда силу  $F^{env}$  можно разложить по малому параметру. Сохраняя в разложении члены нулевого и первого порядка малости, запишем:

$F_i^{env} \approx F_i^{env}|_R + (\tilde{r}_i \cdot \nabla) F_i^{env}|_R$ . Принимая во внимание, что  $\sum_{i=1}^N \tilde{v}_i = \sum_{i=1}^N \tilde{r}_i = 0$  и  $\sum_{i=1}^N F_{i0}^{env} = N F_{i0}^{env} = F_0^{env}$ , будем иметь из уравнения (2) [19]:

$$V_N (M_N \dot{V}_N) + \dot{E}_N^{ins} \approx -V_N F_0^{env} - \sum_{i=1}^N (\tilde{r}_i \cdot \nabla) F_i^{env}|_R \tilde{v}_i. \quad (4)$$

Второй член в правой части (4), определяет изменение внутренней энергии. Он билинейный, зависит от микро и макропеременных и пропорционален разности сил, действующих на различные области СЧ. Как правило, его величина значительно меньше величины первого члена правой части (4). Изменение внутренней энергии СЧ имеет место лишь в том случае, если характерный масштаб неоднородности поля внешних сил соизмерим с характерным масштабом СЧ.

Работа внешних сил идет как на изменение энергии движения, так и на изменение внутренней энергии. Поскольку внутренняя энергия не зависит от энергии движения, то положение СЧ в пространстве неоднозначно определяется значением поля сил в точке, в которой находится ЦМ СЧ. Это свидетельствует о нарушении симметрии времени движения СЧ. Если же изменением внутренней энергии СЧ незначительно и им можно

пренебречь, то уравнение (3) переходит в обратимое уравнение Ньютона.

Поскольку СЧ равновесна, то ее динамика не зависит от индивидуальных параметров хаотически движущихся МТ. Отсюда следует, что ее движение будет определяться внешним полем сил и величиной внутренней энергии. Этот факт можно использовать при интегрировании уравнения движения СЧ, так как он позволяет выполнять усреднения по плотности МТ в СЧ.

Необратимость трансформации энергии движения во внутреннюю энергию, позволяет ввести понятие энтропии. Определим ее как относительное изменение внутренней энергии системы. Так как она определяется динамическими законами, то назовем ее динамической энтропией (Д-энтропия). В соответствии с определением, Д-энтропия СЧ может быть задана следующей формулой [19]:

$$\Delta S^d = \sum_{L=1}^R \left\{ N_L \sum_{k=1}^{N_L} \left[ \int \sum_s F_{ks}^L v_k dt \right] / E_L \right\} \quad (10)$$

$E_L$  - внутренняя энергия  $L$  -СЧ;  $N_L$  - число частиц в  $L$  -СЧ;  $L = 1, 2, 3 \dots R$  - количество СЧ;  $s$  - внешние МТ, взаимодействующие с  $k$ -й МТ  $L$  -СЧ;  $F_{ks}^L$  - сила, действующая на  $k$ -ю МТ СЧ со стороны  $s$ -ой МТ другой СЧ;  $v_k$  - скорость  $k$ -й МТ.

Из выражения (5) следует, что НС приходит в равновесие, когда вся энергия относительных движений СЧ перейдет в их внутреннюю энергию. Этот вывод находится в полном соответствии и со статистической природой установления равновесия [8]. Так как скорость увеличения внутренней энергии СЧ, пропорциональна градиенту внешних к ней сил, то она уменьшается по мере уменьшения энергии относительных движений СЧ.

Подчеркнем, что Д-энтропия для малого количества частиц в системе может быть отрицательной. И только для большого количества МТ она переходит в энтропию Клаузиуса [7,8]. Но хотя в таком случае внутренняя энергия может

переходить в энергию движения, это все равно не означает обратимость времени.

Эти выводы о поведении Д-энтропии в системах находят веские подтверждения в численных расчетах. С целью их проверки были выполнены расчеты прохождения системы МТ через потенциальный барьер [22].

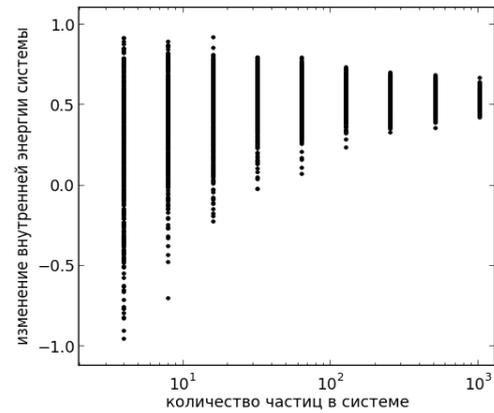


Рис. 2. Поведение величины флуктуации внутренней энергии системы в зависимости от числа МТ.

На рис. 2 представлены результаты поведения Д-энтропии при прохождении системы через потенциальный барьер в зависимости от количества МТ в системе. Прохождение системы рассчитывались 400 раз для различных начальных состояний системы, но при одних и тех же энергиях и количествах частиц.

Из рисунка видно, что Д-энтропия может быть как положительной, так и отрицательной. Но при количестве МТ  $N \geq 64$ , изменение внутренней энергии могут быть только положительными. Т.е. ни один из проведенных численных экспериментов не дал отрицательного значения изменения внутренней энергии. Это означает, что при  $N \geq 64$  динамика системы необратима. Поэтому число  $N \geq 64$  можно назвать **первым** критическим числом системы. При его превышении система становится необратимой. Очевидно, что это число МТ зависит от параметров задачи, например, от ширины барьера.

Д-энтропия НС определяется в соответствии с иерархией энергии. Если НС состоит из хаотически движущихся СЧ,

то  $D$  - энтропия НС равна сумме  $D$  - энтропий хаотически движущихся СЧ и энтропии самой СЧ. Изменение энтропии НС определяется всей иерархической цепью преобразований энергии внешнего поля во внутреннюю энергию НС. Т.е. изменение энтропии НС определяется той частью работы внешнего поля сил, которая идет на изменение энергии хаотического движения СЧ и изменение энтропии каждой СЧ.

### О гипотезе голономности связей в классической механике

Классическая механика, построенная на основе законов Ньютона для МТ, обладает достаточно широкой универсальностью благодаря тому, что любое тело можно задать системой потенциально взаимодействующих МТ. Поэтому законы движения тел следуют из законов движения МТ. Это используется как для получения уравнений Лагранжа, так и для получения уравнения движения СЧ.

Уравнение движения СЧ, как и уравнение Лагранжа, строится, отталкиваясь от уравнения движения Ньютона для МТ. Но при этом уравнение движения СЧ строится на основе выражения энергии для системы МТ, а уравнение Лагранжа выводится на основе принципа Даламбера при условии выполнения гипотезы о голономности связей.

Для получения уравнения движения СЧ, ее энергия представляется в дуальном виде в независимых макро и микропеременных. Такое построение уравнения движения СЧ продиктовано тем, что все тела в природе обладают структурой, а значит, двумя типами энергии. Причем траектория движения тел определяется траекторией их ЦМ.

Оба пути описания динамики, как с помощью уравнения Лагранжа, так и с помощью уравнения движения СЧ, не противоречат классической механике. Но, как оказалось, симметрии уравнений движения СЧ принципиально отличается от симметрий уравнений Лагранжа. Действительно, если рассматривать

замкнутую НС, то энергия относительных движений СЧ, из которых состоит НС, не сохраняется, так как она трансформируется в их внутреннюю энергию. А уравнение Лагранжа инвариантно относительно времени. То есть, исходя из формализмов классической механики, движение систем обратимо, а исходя из уравнения движения СЧ оно необратимо. Поскольку уравнение Лагранжа и уравнение движения СЧ построены в рамках классической механики, то причину противоречия следует искать в различии ограничений, при которых эти уравнения были получены. Покажем, что возможность учета нелинейной трансформации энергии движения систем в их внутреннюю энергию исключает гипотеза о голономности связей, используемая при выводе уравнения Лагранжа. Т.е. эта гипотеза исключает возможность описания диссипативных процессов.

Кратко напомним, как выводятся уравнения Лагранжа в классической механике [3,4].

Уравнения Лагранжа для системы из  $N$  МТ выводятся из принципа Даламбера при условии, что работа сил реакции обусловленных кинематическими связями, равна нулю. Согласно этому принципу имеет место следующее равенство [4, 14]:

$$\sum_{i=1}^R [F_i - \dot{p}_i] \delta r_i = 0 \quad (11)$$

Здесь  $F_i$  - активная сила, действующая на  $i$ -ю МТ системы;  $\dot{p}_i$  - инерциальная сила со стороны  $i$ -й МТ;  $\delta r_i$  - виртуальное перемещение;  $i = 1, 2, \dots, R$  - количество МТ в системе.

Чтобы проинтегрировать (11), следует перейти к независимым обобщенным переменным. Выполнив в (11) необходимые преобразования для перехода к независимым переменным, получим [4]:

$$\sum_{i=1}^R \delta \omega_i = \sum_{i=1}^R \left\{ \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right] - Q_i \right\} \delta q_i = 0 \quad (12)$$

Здесь  $t$  - время;  $T$  - кинетическая энергия всех МТ системы;  $q_i$  - обобщенные

независимые переменные;  $\delta q_l$  - виртуальное перемещение;  $Q_l$  - действующие на МТ силы.

Чтобы из (12) прийти к каноническому уравнению Лагранжа, используется гипотеза о голономности связей. В этом случае вариация  $\delta q_l$  не зависит от вариации  $\delta q_k$ . Т.е. гипотеза о голономности связей означает:  $\delta \omega_l = 0, \forall l$ . Тогда уравнение (11) преобразуется в систему независимых уравнений:

$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_l} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_l} \right] - Q_l = 0 \quad (13)$$

Пусть, кроме того, имеет место условие:

$$Q_l = - \sum_i \nabla_i V \frac{\partial r_i}{\partial q_l}. \quad (14)$$

Уравнение (13) при выполнении условия (14) можно записать так [4]:

$$\left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_l} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_l} \right] = 0 \quad (15)$$

где  $L = T - V$  так называемая функция Лагранжа.

Уравнение (15) называется уравнением Лагранжа. Оно позволяет найти динамику системы через определения динамики каждой МТ.

Таким образом, требование голономности связей исключает возможность описания динамики систем в тех случаях, когда имеется зацепление переменных. Для СЧ это означает пренебрежение вторым членом в правой части уравнения (3), определяющим изменение внутренней энергии. Но именно этот член обуславливает необратимость динамики.

Условие голономности связей эквивалентно условию потенциальности коллективных сил, определяющих движение системы. Это следует из того, что к одному и тому же уравнению Лагранжа можно прийти как вариационным путем, так и путем интегрирования уравнения Даламбера по времени при условии потенциальности

внешних сил. Действительно, интегрируя уравнения Даламбера при фиксированных начальных и конечных значениях траектории системы, будем иметь [3]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta w dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta A, \quad (16)$$

где  $A = \int_{t_1}^{t_2} L dt$  - так называемое действие. При условии потенциальности коллективных сил будем иметь [3]:

$$\delta A = 0 \quad (17)$$

Выражение (17) это принцип наименьшего действия Гамильтона. В соответствие с ним движение системы происходит таким образом, что определенный интеграл  $A$  приобретает стационарное значение по отношению к любым возможным вариациям положения системы при фиксированных начальных и конечных положениях системы.

В общем случае, когда гипотеза о голономности связей не справедлива, или когда не выполняется условие о потенциальности всех коллективных сил, определяющих движение системы, вместо (17) будем иметь:  $\delta A = A^d \neq 0$ , где  $A^d$  член, обусловленный нелинейной трансформацией энергий между степенями свободы системы. В простейшем случае  $A^d$  билинейная функция. Для СЧ  $A^d$  определяется нелинейными членами, задающими трансформацию энергии движения во внутреннюю энергию.

Таким образом, гипотеза о голономности связей, используемая при выводах канонических уравнений Лагранжа и Гамильтона, исключает возможность их использования для описания необратимых процессов. Действительно, для необратимых процессов требование  $\delta \omega_l = 0$  в уравнении (9) невыполнимо. Так, в уравнении движения СЧ в неоднородном поле внешних сил появляются нелинейные члены, обеспечивающие увеличение внутренней энергии за счет энергии движения. Эти члены приводят к зацеплению микро и макропеременных, что эквивалентно условию  $\delta \omega_l \neq 0$  для некоторых  $l$  при том, что  $\sum_{l=1}^R \delta \omega_l = 0$ .

Поясним это на примере задачи двух потенциально взаимодействующих МТ единичной массы в поле внешних сил.

Есть два пути получения уравнения движения системы двух МТ. Первый традиционный. Уравнение движения каждой МТ во внешнем поле имеет вид [13]:

$$\dot{v}_1 = -F_{12} - F_1^0; \dot{v}_2 = -F_{21} - F_2^0; \quad (18)$$

Здесь  $F_1^0, F_2^0$  -силы, действующие на первую и вторую МТ со стороны внешнего поля:  $F_{12}$ -силы взаимодействия МТ.

Сложим и вычтем эти два уравнения. В результате получим.

$$\dot{v}_1 + \dot{v}_2 = -(F_1^0 + F_2^0); \dot{v}_1 - \dot{v}_2 = -2F_{12} - F_{12}^0. \quad (19)$$

где  $F_{12}^0 = F_1^0 - F_2^0$ .

Если в уравнениях (19) перейти к независимым переменным ЦМ и микропеременным, то будем иметь:

$$2\dot{V} = -(F_1^0 + F_2^0); \dot{v}_{12} = -2F_{12} - F_{12}^0. \quad (20)$$

Здесь  $V = (\sum_{i=1}^2 v_i) / 2; \dot{v}_{12} = \dot{v}_1 - \dot{v}_2$ .

Рассмотрим второй путь получения уравнения движения системы. Дифференцируя ее энергию по времени, получим:

$$v_1(\dot{v}_1 + F_{12} + F_1^0) + v_2(\dot{v}_2 + F_{21} + F_2^0) = 0 \quad (21)$$

Группируя члены уравнения (21), получим:

$$(v_1\dot{v}_1 + v_2\dot{v}_2) = -F_{12}v_{12} - v_1F_1^0 - v_2F_2^0 \quad (22)$$

Чтобы сопоставить это уравнение с уравнением (20), перейдем к переменным ЦМ и относительным скоростям МТ. В результате получим:

$$2V\dot{V} + v_{12}\dot{v}_{12} / 2 = -V(F_1^0 + F_2^0) - v_{12}[F_{12} + F_{12}^0] / 2.$$

Это эквивалентно уравнению:

$$V[2\dot{V} + (F_1^0 + F_2^0)] + v_{12}[\dot{v}_{12} + 2F_{12} + F_{12}^0] / 2 = 0. \quad (23)$$

Уравнение (23) эквивалентно уравнениям (20) в трех случаях: когда  $F_{12}^0 = 0$ , когда  $v_{12} = 0$ , и когда внешние силы линейно зависят от координат. Первый случай эквивалентен жестким связям между МТ, второй случай

эквивалентен однородности поля внешних сил. Третий случай связан с линейной зависимостью внешних сил от координат. Только в этих случаях переменные разделяются. В общем же случае в неоднородном поле внешних сил переменные в уравнении (23) зацепляются, что обусловлено наличием во внешних силах членов, одновременно зависящих от микро и макропеременных. В этих случаях гипотеза о голономности связей, используемая для получения уравнения Лагранжа, неприменима.

В более общем случае  $N$  МТ уравнение (23) будет иметь вид:

$$NV\dot{V} + V\sum_{i=1}^N F_i^0 = -\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^N v_{ij}(\dot{v}_{ij} + F_{ij}^0 + NF_{ij}) \quad (24)$$

Отсюда уравнение движения системы имеет вид:

$$M_N\dot{V}_N = -\sum_{i=1}^N F_i^0 - \frac{V_N}{NV_N^2}\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^N v_{ij}(m\dot{v}_{ij} + F_{ij}^0 + NF_{ij}) \quad (25)$$

Где  $M_N = Nm$ ;  $m$  - масса МТ, равная 1.

Таким образом, условие голономности связей эквивалентно тому, что каждый член суммы уравнения (23) равен нулю. И тогда приходим к уравнениям (19). Но при этом теряется возможность описывать нелинейную трансформацию энергии движения системы в ее внутренней энергии. Действительно, в общем случае уравнение (23) равно нулю, когда каждый член суммы отличен от нуля. В уравнении (23) члены сгруппированы так, что первый член в правой части определяет движение центра масс, а второй член определяет изменение внутренней энергии. Ниже путем численных расчетов будет показано, к каким новым эффектам приводит нелинейная трансформация энергий движения и внутренней энергии осциллятора при движении через потенциальный барьер.

Численные расчеты, подтверждающие ограничения классической механики, определяемые гипотезой о голономности связей.

Когда и насколько существенно то,

что условие голономности связей исключает учет нелинейных членов, отвечающих за нарушение симметрии времени, видно на примере прохождения осциллятора через потенциальный барьер [17]. Осциллятор имеет энергию движения и внутреннюю энергию. Эти два типа энергии задаются в независимых микро и макропеременных. Микропеременные описывают энергию колебания осциллятора, а макропеременные определяют движение его ЦМ.

При прохождении осциллятора через потенциальный барьер в уравнении его движения появляются одновременно зависящие от макро и микропеременных нелинейные члены. В зависимости от фазы, они обуславливают либо увеличение, либо уменьшение кинетической энергии осциллятора во время прохождения в области барьера. Если их вклад в изменение кинетической энергии МТ окажется достаточно большим, так, что будет иметь место условие  $T_i = m_i v_i^2 / 2 \geq U_b$ , где  $T_i$  - кинетическая энергия  $i$ -й МТ, находящейся в области барьера, а  $U_b$  - высота потенциального барьера, то осциллятор пройдет барьер, даже если его начальная энергия движения ЦМ будет ниже высоты барьера.

При всех вычислениях начальная энергия ЦМ ниже высоты барьера на 15 %. Зеленый цвет - прохождение, синий - отражение осциллятора.

На рис. 3, взятом из [17], приведена зависимость прохождения осциллятора от изменения внутренней энергии. Варьировалось начальное положение ЦМ, при фиксированных значениях энергии ЦМ, полуширины и высоты барьера.

Таким образом, наличие неоднородного внешнего поля сил приводит к зацеплению независимых переменных, что эквивалентно неголономности связей. В результате такого зацепления возникает взаимная трансформация двух типов энергии. Тогда при определенных фазовых соотношениях возникает эффект прохождения осциллятора через барьер даже тогда, когда его энергия движения меньше высоты

барьера. Существует также эффект его отражения при энергии движения больше высоты барьера. Причем при плавном изменении фазы происходит чередование полос прохождения и отражения осциллятора. Но если пренебречь неголономностью связей, эти эффекты исчезнут. [17].

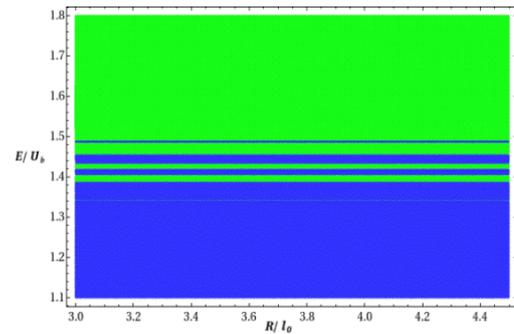


Рис.3. Зависимость прохождения осциллятора от изменения внутренней энергии при постоянстве энергии ЦМ.  $E$  - полная энергия,  $U_0$  - высота барьера.

Интересно, что существовала точка зрения, согласно которой дискретный характер допустимых значений основных величин характерен только для квантовой механики. При этом возможность существования такого характера для классической механики отрицалась. Считалось, что в классической механике всегда бесконечно малое изменение сил соответствует бесконечно малому изменению состояния системы [23]. Приведенный пример показывает, что это не всегда верно.

Таким образом, результаты расчета движения осциллятора через потенциальные барьеры наталкивает на мысль, что квантово-волновой дуализм может быть связан не с тем, что, например, электрон следует рассматривать и как волну, и как частицу. Он может быть связан с тем, что частица взаимодействует с электромагнитными колебаниями, существующими в пространстве так, что это приводит к ее движению, определяемому волновым уравнением Шредингера [11].

Хотя уравнение Лагранжа справедливо только при условии

голономности связей, тем не менее, учет роли неголономных связей в некоторых случаях может быть осуществлен методом неопределенных множителей Лагранжа [4]. С помощью этого метода заданные аналитическим образом неголономные связи преобразуются в дополнительные члены правой части уравнения Лагранжа. Это эквивалентно преобразованию однородных дифференциальных уравнений с неоднородными граничными условиями в неоднородные дифференциальные уравнения с однородными граничными условиями [4]. В том случае, когда голономные связи аналитически не определены, например, когда они обусловлены внутренними свойствами систем, использование метода неопределенных множителей Лагранжа невозможно. В этих случаях приходилось использовать эмпирические подходы к решению динамических задач. Например, силы трения задавали путем добавления к уравнению движения силы, пропорциональной скорости. Но при этом вопросы о природе сил, их взаимосвязи с законами механики, оставались открытыми. То есть требование голономности связей является жестким ограничением для формализмов классической механики, поскольку из-за него практически теряется возможность изучения необратимых процессов.

Опираясь на уравнение движения СЧ, выводятся диссипативные уравнения Гамильтона и Лиувилля [17] для НС, которые состоят из СЧ. Правые части этих уравнений содержат нелинейные члены, определяющие преобразование энергии движения СЧ в их внутреннюю энергию. Формально это эквивалентно нарушению закона сохранения энергии движения СЧ. Эти уравнения применимы для описания процесса установления равновесия.

### **Заключение**

Необратимость, а значит возможность описания процессов эволюции и возникновения систем, была потеряна в классической механике при использовании бесструктурных моделей тел и при использовании гипотезы о голономности

связей для вывода уравнения Лагранжа. Это обусловлено тем, что необратимость определяется нелинейными членами взаимодействия различных степеней свободы системы, описание которых невозможно вследствие этой гипотезы. Согласно результатам, полученным при построении механики СЧ, динамика реальных тел определяется принципом дуализма симметрии: симметрией их структуры и симметрией пространства.

Любое тело в самом общем случае может быть представлено открытой НС. В приближении локального термодинамического равновесия НС представимы совокупностью СЧ. Поэтому описание динамических процессов в НС следует строить на основе уравнения движения СЧ. Процесс установления равновесия НС описывается формализмами, построенными на основе уравнения движения СЧ. Они учитывают вклад диссипативных процессов в динамику НС. Диссипативные процессы в НС обусловлены изменениями внутренней энергии СЧ при их взаимодействиях. Энергия относительных движений СЧ нелинейным образом преобразуется в их внутреннюю энергию. Согласно закону сохранения импульса обратное преобразование энергии невозможно. Этим определяется механизм установления равновесия в НС. Поэтому выражение для энергии тел необходимо представлять суммой энергии движения СЧ и их внутренних энергий. В соответствии с дуализмом энергии возникает дуализм сил, меняющих энергию движения и внутреннюю энергию тел. Нарушение симметрии времени связано с трансформацией энергии движения системы в ее внутреннюю энергию. Уравнение движения СЧ следует из дуального выражения энергии. Внутренняя энергия выражается через микропеременные, определяющие движение МТ относительно ЦМ СЧ. Энергия движения СЧ записывается через макропеременные, определяющие движение ЦМ СЧ. Макро и микропеременные независимы. В соответствие с этим внешние силы,

меняющие энергию движения, выражаются через макропеременные, а внешние силы, изменяющие внутреннюю энергию, выражаются через микропеременные. Изменение внутренней энергии возможно тогда, когда характерный масштаб неоднородности поля внешних сил соизмерим с характерными масштабами СЧ. Это изменение определяется нелинейным членом в уравнении движения СЧ, зависящим от микро и макро переменных. Его появление приводит к нарушению симметрии времени.

Необратимость преобразования энергии движения во внутреннюю энергию СЧ позволяет ввести понятие Д-энтропии, как отношение приращения внутренней энергии к ее величине. Определение Д-энтропии следует из законов механики. Д-энтропию можно использовать для обоснования статистически определенных энтропий.

Неприменимость канонических формализмов механики для описания диссипативных процессов связана с тем, что они построены на основе гипотезы о голономности связей, исключающей возможность учета нелинейной взаимной трансформации внутренней энергии и энергии движения системы.

Диссипативность и нарушение симметрии времени - неотъемлемые свойства материи. То, что диссипация невозможна для бесструктурных тел, а образование структур невозможно без диссипативных процессов, говорит о бесконечной делимости материи. Таким образом, уже вследствие законов Ньютона и иерархии фундаментальных сил, материя должна представлять собой иерархию систем. Отсюда следует, что проблемы механики многих тел, физики элементарных частиц, и др. необходимо решать с позиций механики систем. Это следует и из того, что характер взаимодействия тел зависит от их внутренних структур. Поскольку все частицы, включая так называемые элементарные, обладают структурой, то при их взаимодействиях часть энергии уходит во внутреннюю энергию. Поэтому решение проблемы нарушения симметрии

при взаимодействиях частиц требует учета той части энергии, которая уходит на изменение внутренней энергии частиц.

Основными результатами изучения механики СЧ являются не только природа ограничений классической механики и обнаруженная исчезнувшая в результате этих ограничений необратимость. К ним относятся также принцип дуализма симметрии, который определяет динамику систем классической механики, и природа возникновения новой симметрии системы, отсутствующей у ее элементов. Оказалось, что хаотическое движение элементов равновесных систем представляет собой новый тип симметрии. Учет этого обстоятельства позволяет определить физическую сущность энтропии.

Использование расширения классической механики позволит устранить многие противоречия и парадоксы физики эволюции систем.

#### **Список литературы:**

- 1 Гинзбург В.Л. Специальное заседание ред. Коллегии журнала УФН, приуроченное к 90-летию со дня рождения В.Л. Гинзбурга // УФН. 2007. 177 (4). 345;
- 2 Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем // М. Наука, 1984, 273 с.
- 3 Пригожин И. От существующего к возникающему // М. Наука. 1980;
- 4 Lebowitz J.L. Boltzmann's entropy and time's arrow // Phys. Today. 1999. Sept. pp. 32-38.
- 5 Пуанкаре А. Современное состояние математической физики и ее перспективы // УФН. Т.113, вып. 4 1974. с. 663-677;
- 6 Кадомцев Б.Б. Необратимость классическая и квантовая // УФН. 1995. 165, №8. с. 895-973.
- 7 Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, Стат.Физ. и Кинематика // М, Наука, 1977.
- 8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика // М. 1976.583 с.
- 9 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика // Т.6, М., Наука, 1986, 736 с.
- 10 Albouy A, Cabral H.E., Santos A.A. Some Problems on the Classical N-Body Problem // arXiv:1305.3191v1 [math-ph] 14 May 2013.

- 11 Шредингер Э. Волновая теория механики атомов и молекул // УФН 7 (3–4), 1927.
- 12 Гринштейн Дж. Зайонц А. Квантовый вызов. Современные исследования оснований квантовой механики // Долгопрудный. Интеллект, 2012, 432 с.
- 13 Голдстейн Г. Классическая механика // М. 1975;
- 14 Lanczos C. The variation principles of mechanics // University of Toronto press. 1962;
- 15 Климонтович Ю.Л. Статистическая теория открытых систем // М. Янус. 1995.
- 16 Любарский Г.Я. Теория групп и ее приложения в физике // М. 1958.
- 17 Somsikov V.M., Denisya V.I. Peculiarities of passage of an oscillator through a potential barrier // Russian Physics Journal, September 2013, Volume 56, 4, p. 463-472;
- 18 Somsikov V.M. The equilibration of an hard-disks system // ИВС. 2004.V 14. 11. p. 4027-4033;
- 19 Somsikov V.M. Thermodynamics and classical mechanics, Journal of physics: Conference series // 23, 2005, p.7-16;
- 20 Somsikov V.M. The restrictions of classical mechanics in the description of dynamics of nonequilibrium systems and the way to get rid of them. New Adv. in Phys // Vol. 2. No 2. September. p. 125-140. 2008;
- 21 Сомсиков В.М. От механики Ньютона к физике эволюции. Монография // Алматы. 2014. 272 с.
- 22 Сомсиков В.М., Андреев А.Б. Особенности перехода к термодинамическому описанию от динамического описания структурированных частиц // ПЭОС т. 1. №4, 2014 с.110-115
- 23 Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики // Т. 2. Физ.Мат.Из-во. М. 1962. 819 с.

*Принято в печать 11.07.14*

## **О РАСШИРЕНИИ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ПРИ УЧЕТЕ СТРУКТУРИРОВАННОСТИ ТЕЛ**

**В.М. Сомсиков**

Институт ионосферы, Алматы, Казахстан  
vmsoms@rambler.ru

**Аннотация.** Предлагается краткое изложение механики структурированных тел. В отличие от механики Ньютона она позволяет описывать процессы возникновения, эволюции неравновесных систем. Механика структурированных тел строится на основе того, что любое тело в общем случае является открытой неравновесной системой, а любая такая система в приближении локального термодинамического равновесия представима совокупностью равновесных подсистем. В качестве такой равновесной подсистемы используется система потенциально взаимодействующих материальных точек (МТ) - структурированная частица (СЧ). Уравнение движения СЧ выводится из дуального выражения энергии, состоящей из энергии движения СЧ и ее внутренней энергии при условии выполнения законов Ньютона для МТ. Его необратимость позволяет ввести в классическую механику понятие динамической энтропии. Объясняется природа отличия механики СЧ от механики МТ.

**Ключевые слова:** классическая механика, нарушение симметрии, необратимость, энтропия.

**V.M. Somsikov**

Institute of Ionosphere, Almaty, Kazakhstan  
vmsoms@rambler.ru

## **ON THE EXTENSION OF CLASSICAL MECHANICS, WHEN STRUCTURING BODY TAKING INTO ACCOUNT**

**Abstract.** A summary of the mechanics of structured bodies is submitted. In contrast to Newtonian mechanics, the mechanics of structured bodies allows us to describe the origin and evolution of nonequilibrium systems. The mechanics of the structured bodies is based on the fact that all bodies in general are an open nonequilibrium systems, and any such system in the approximation of local thermodynamic equilibrium can be represented as a set of equilibrium subsystems. As a model of such of the equilibrium subsystem a system of potentially interacting material points (MP) can be used. We call it structured particle (SP). The motion equation is derived from the SP's dual energy expression, which consist from the sum of the motion energy of SP and its internal energy. The irreversibility of SP dynamics allows us to introduce into the classical mechanic the concept of dynamic entropy. The nature of the differences between from the SP mechanics and MT mechanics is explained.

**Keywords:** Classical Mechanics, broken symmetry, Irreversibility, entropy.

**В.М. Сомсиков**

Ионосфера Институты, Алматы, Қазақстан  
[vmsoms@rambler.ru](mailto:vmsoms@rambler.ru)

## **ЖІКТЕЛГЕН ДЕНЕЛЕРДІ ЕСЕПКЕ АЛУДАҒЫ КЛАССИКАЛЫҚ МЕХАНИКАНЫҢ ҰЛҒАЮЫ ТУРАЛЫ**

**Аннотация.** Жіктелген денелер механикасының қысқаша мазмұндамасы ұсынылып жатыр. Ньютон механикасынан айырмашылығы ол тепе-тең емес жүйелердің пайда болулары мен қалыпты дамулар процесстерін суреттеуге мүмкіндік береді. Жіктелген денелердің механикасы кез келген дене жалпы жағдайда ашық тепе-тең емес жүйе болып табылады, сонымен қатар, локальды термодинамикалық тепе-теңдікке жуықтаудағы тепе-тең ішкі жүйелердің жиынтығымен ұсынылған кез келген мұндай жүйе негізінде құрастырылады. Сондай тепе-тең ішкі жүйелерге потенциалды өзараәсерлесуші материалдық нүктелердің (МН) жүйесі - жіктелген (ЖБ) бөлшектерді қолданып жатыр. ЖБ қозғалыс энергиясы мен оның ішкі энергиясы Ньютон заңдарының орындалу шарты негізіндегі қозғалыстары ЖБ қозғалыс теңдеуін энергияның екі жақты өрнегімен бейнеленеді. Оның қайтымсыздығы классикалық механикадағы динамикалық энтропия ұғымын енгізуге мүмкіндік береді. МН механикасынан ЖБ механикалар айырмашылығының табиғатын түсіндіреді.

**Ключевые слова:** классикалық механика, симметрияның бұзылушылығы, қайтымсыздық, энтропия.