

Б.Ж. Медетов, А.Ж. Наурзбаева, Н. Албанбай, А.Б. Манапбаева

Казахский Национальный университет им. Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ СИГНАЛОВ КЛАСТЕРА СВЯЗАННЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

**Аннотация.** В работе приводятся результаты экспериментального исследования поведения кластера, состоящего из двух связанных автоколебательных систем. В результате данных исследований установлено, что в рассматриваемом кластере физически может рождаться двухчастотная бифуркация Хопфа.

**Ключевые слова:** система, нейрон, кластер, автоколебательная система, двухчастотная бифуркация Хопфа, модель нейрона Фитц Хью – Нагумо

### Введение

В работе [1] были рассмотрены теоретические аспекты поведения кластера, состоящего из двух связанных автоколебательных систем, где в качестве автоколебательной системы принималась модель нейрона Фитц Хью – Нагумо [2]. Известно, что нейроны бывают двух типов: возбуждающих и тормозящих. И в рассматриваемом случае, когда два разных типов нейрона связаны между собой и образуют кластер, их динамику, согласно модели нейрона Фитц Хью – Нагумо, можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 - x_1^3/3 - y_1 + \gamma_1 x_2 \\ \frac{dy_1}{dt} &= \varepsilon_1(x_1 + a_1) \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_2 - x_2^3/3 - y_2 + \gamma_2 x_1 \\ \frac{dy_2}{dt} &= \varepsilon_2(x_2 + a_2) \end{aligned} \quad (1),$$

где, лишь переменные  $x_{1,2}$  – потенциал мембраны и  $y_{1,2}$  – концентрация ионов внутри клетки соответствующих нейронов имеют физиологический смысл, а остальные параметры являются некоторыми эмпирическими константами. Параметры  $\gamma_{1,2}$  означают силу связи между нейронами, при этом параметр  $\gamma_1$  имеет положительный знак, а  $\gamma_2$  отрицательный, тем самым мы задаем, что первый нейрон действует на второй как возбуждающий, а второй на первый как тормозящий. У реальных нейронов параметр  $\varepsilon_{1,2}$  обычно имеет малое положительное значение, т.е.  $0 < \varepsilon_{1,2} \ll 1$ .

В результате теоретических [1] и численных [3] исследований поведения системы вблизи границы потери устойчивости равновесия было установлено, что в рассматриваемом кластере возможно возникновение особого типа бифуркации Хопфа. Особенность данного типа бифуркации заключается в том, что в кластере одновременно рождаются два предельных цикла с частотами, отличающимися друг от друга примерно в 30 раз! Для подтверждения данных результатов требовалось проведение физического эксперимента.

### Физический эксперимент

Подобный эксперимент довольно легко можно осуществить с помощью электроники, к тому же, он будет иметь также большое практическое значение, например, при создании искусственного интеллекта в робототехнике. Перед тем как приступить к непосредственной реализации физического эксперимента часто требуется провести компьютерное моделирование с тем, чтобы выбрать наилучший вариант будущей электронной схемы. Для этой цели было использовано программное обеспечение «Multisim», специально разработанное для компьютерного моделирования электронных схем. На рисунке 1 приложения показана модельная схема, собранная в среде «Multisim», которая решает систему дифференциальных уравнений (1). А на рисунке 2 приложения показаны временные реализации обоих режимов бифуркации Хопфа и их соответствующие

фазовые портреты, полученные по данным компьютерного моделирования [4]. По данным фазовым портретам видим, что в зависимости от начальных условий система выходит на два различных предельных цикла, как и предсказывалось в результате теоретических исследований.

После того как были получены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие правильность выводов теории, была собрана электронная схема физической модели для проведения экспериментальных измерений. В данном эксперименте запись данных и их предварительная обработка осуществлялась с помощью программного обеспечения LabVIEW.

Однако экспериментальные измерения показали, что при больших значениях параметра  $RC$ , используемого в аналоговом интеграторе, система не выходит на предсказываемые теорией предельные циклы, а на так называемый режим «birsting». Необходимо отметить, что в аналитическом решении системы уравнений (1) изначально отсутствует рождение режима «birsting». На рисунках 3, 4 и 5 приложения 1 показаны временные реализации, полученные из эксперимента при различных значениях параметра  $RC$ , которые, как видим, соответствуют режиму «birsting». А на рисунке 6 приведены временные реализации обоих режимов бифуркации Хопфа, полученные из эксперимента при  $R=1$  кОм и  $C=1$  нФ, которые показывают, что выводы теории в данном случае подтверждаются физическим экспериментом.

Такое «странное» поведение системы в эксперименте объясняется тем, что большое значение  $RC$  параметра уменьшает амплитуду сигнала на выходе интегратора. Соответственно, амплитуда шума и полезного сигнала оказываются соизмеримыми, что уменьшает точность вычислений. Действительно, дополнительные численные исследования показали, что режим «birsting» также можно получить

при численном интегрировании уравнений (1), если уменьшать точность вычислений. На рисунке 7 показан результат численного интегрирования при точности 0,001, а на рисунке 8 показан результат численного интегрирования при точности 0,00001.

### **Заключение**

Большие значения параметра  $RC$  аналогового интегратора, используемого в эксперименте, способствуют понижению точности измерений значений сигналов. Данный вывод подтверждается результатами численных решений системы уравнений (1), проведенных с различными точностями интегрирования. В итоге видим, что физический эксперимент полностью подтверждает выводы теории, т.е. экспериментально обнаружено рождение двухчастотной бифуркации Хопфа в кластере связанных автоколебательных систем.

### **Список литературы**

- 1 Жанабаев З.Ж., Закс М., Медетов Б.Ж. Генерация сигналов кластером связанных двух автоколебательных систем на границе потери устойчивости равновесия. Теория. // – Журнал ПЭОС.– 2012.– вып.14, том 1.
- 2 Jane Cronin. Mathematical aspects of Hodgkin-Huxley neural theory.// Cambridge University Press.– 1987.
- 3 Наурзбаева А.Ж., Медетов Б.Ж., Ыскак А.Е. Численное исследование двухчастотного режима генерации сигналов кластером автоколебательных систем.// Известия НАН РК, серия физическая, 2013.– 2(288)
- 4 Наурзбаева А.Ж., Медетов Б.Ж., Есерханулы Е.. Схемотехническое моделирование «двухчастотной» бифуркации Хопфа.// Известия НАН РК, серия физическая.– 2013.– 2(288)

*Принято в печать 21.04.2013*

Приложение 1

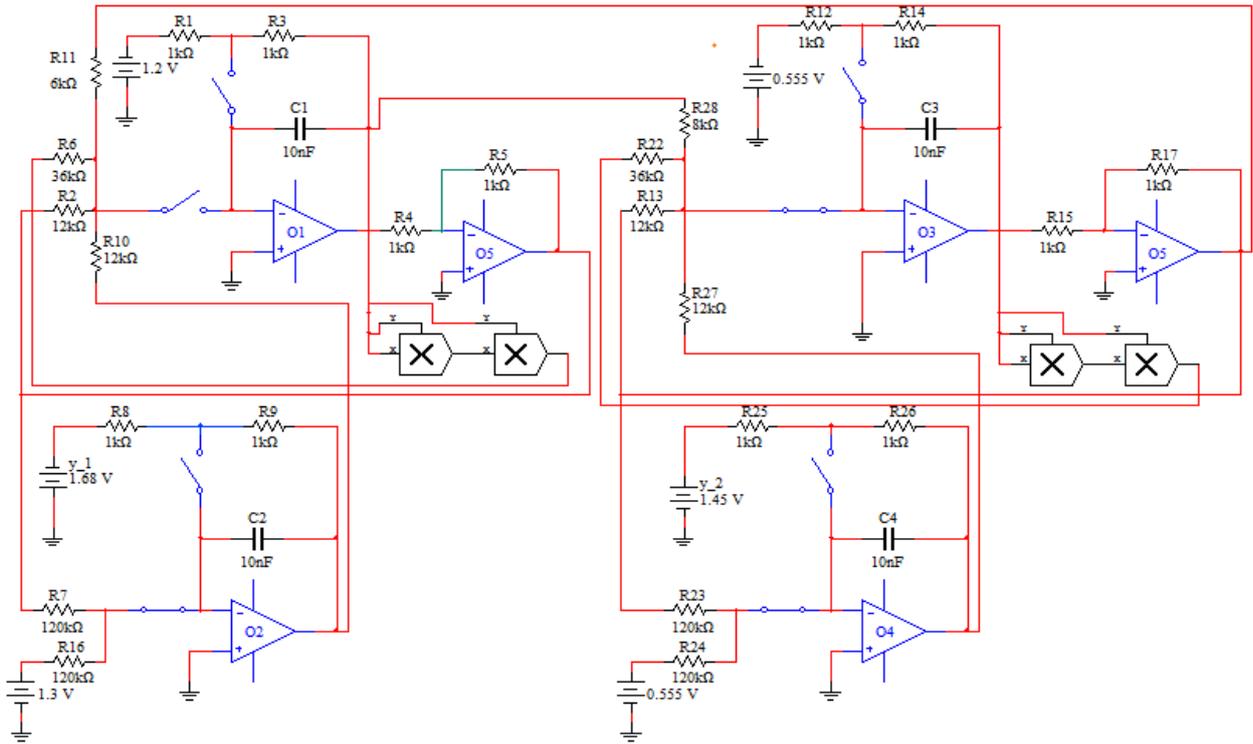


Рисунок 1.– Модель схемы в «Multisim», решающая уравнения динамики кластера, состоящего из двух связанных автоколебательных систем.

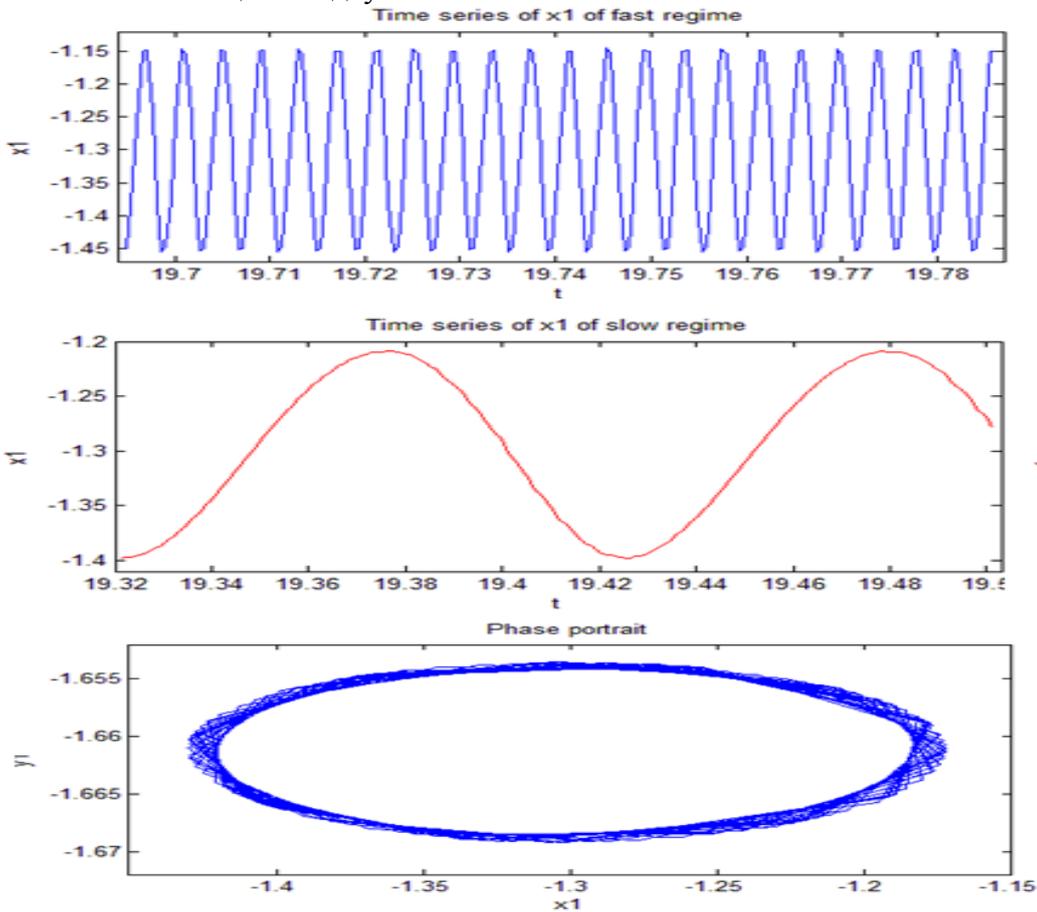


Рисунок 2.– Временные реализации обоих режимов бифуркации Хопфа и их соответствующие фазовые портреты, полученные из компьютерной модели.

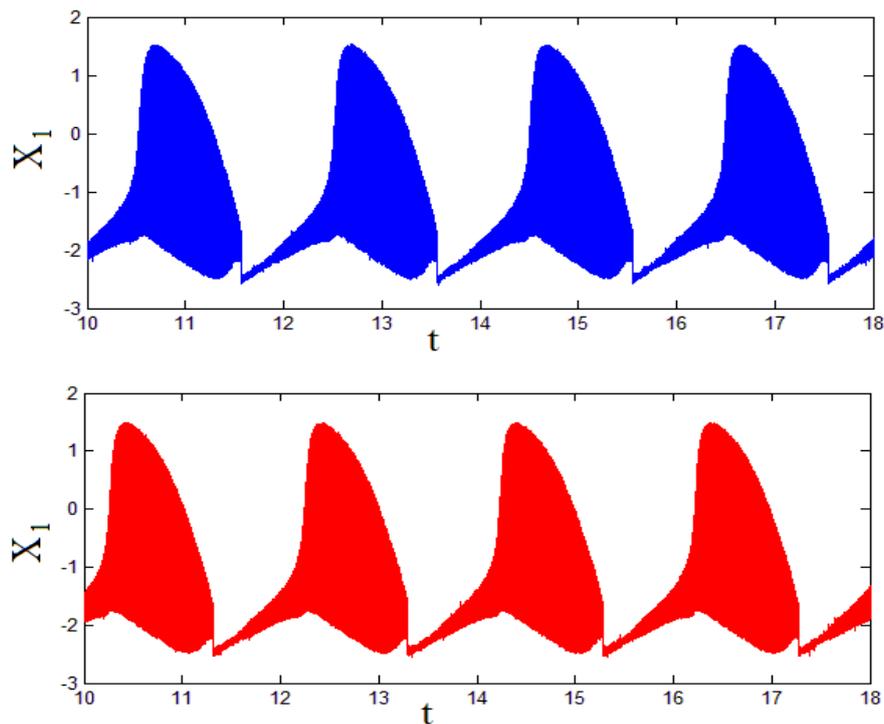


Рисунок 3.– Временные реализации быстрого (верхняя кривая) и медленного (нижняя кривая) режимов при  $R=200$  кОм и  $C=100$  нФ, полученные из эксперимента.

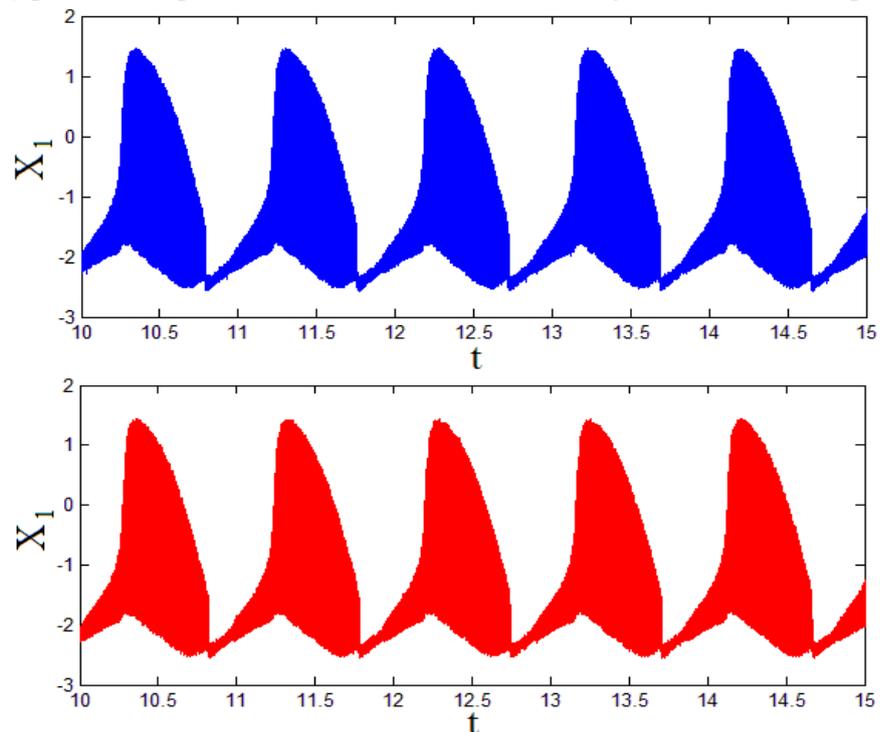


Рисунок 4.– Временные реализации быстрого (верхняя кривая) и медленного (нижняя кривая) режимов при  $R=100$  кОм и  $C=100$  нФ, полученные из эксперимента.

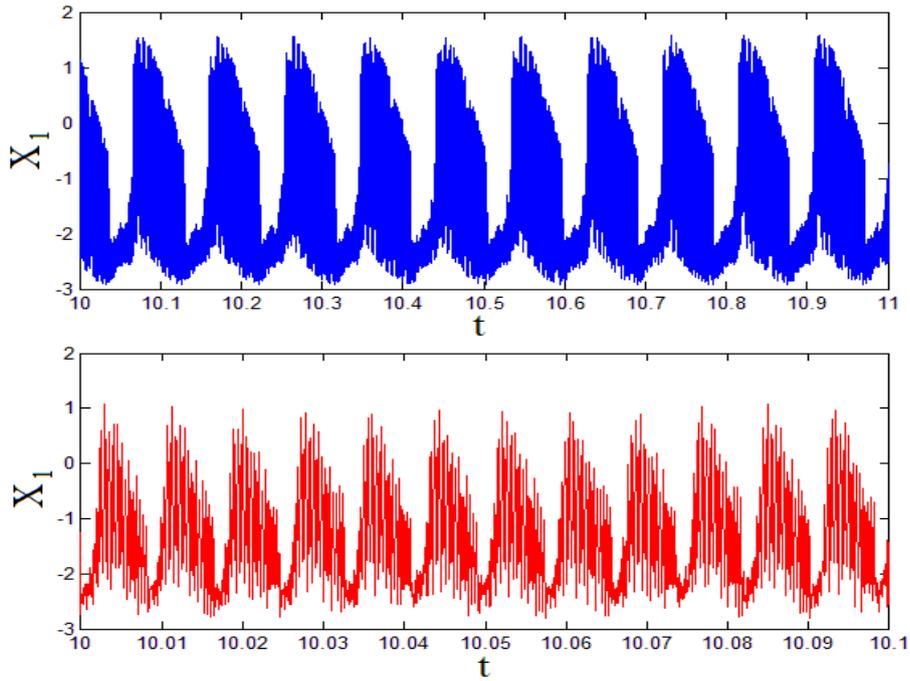


Рисунок 5.– Временные реализации быстрого (верхняя кривая) и медленного (нижняя кривая) режимов при  $R=100$  кОм и  $C=10$  нФ, полученные из эксперимента.

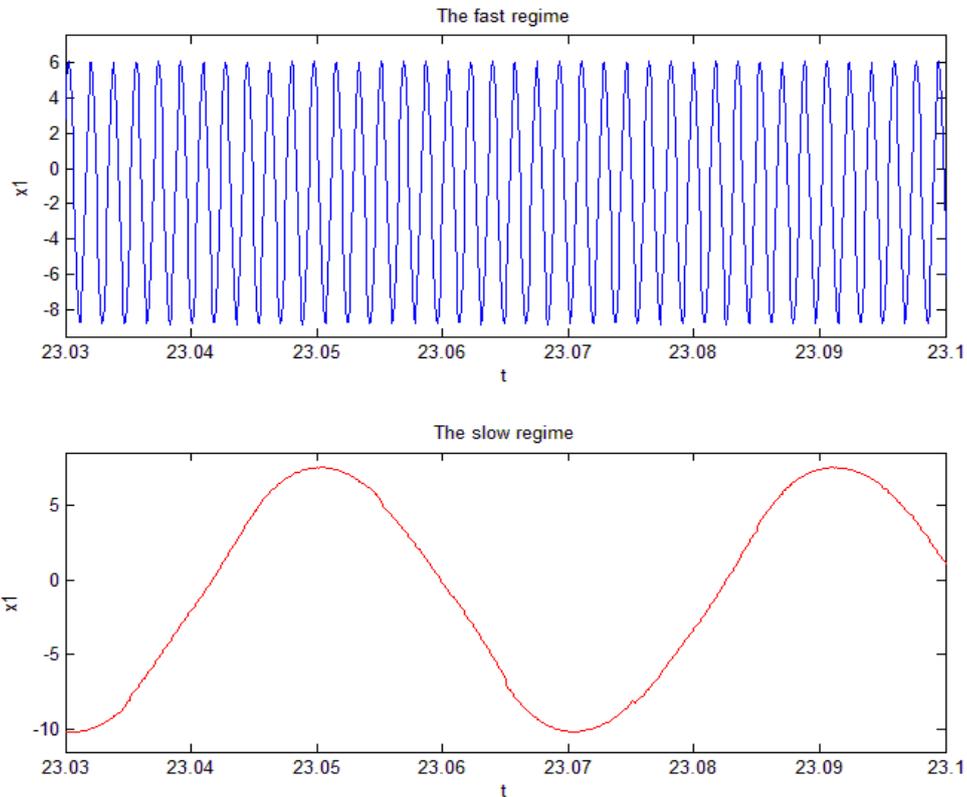


Рисунок 6.– Временные реализации быстрого (верхняя кривая) и медленного (нижняя кривая) режимов при  $R=10$  кОм и  $C=1$  нФ, полученные из эксперимента.

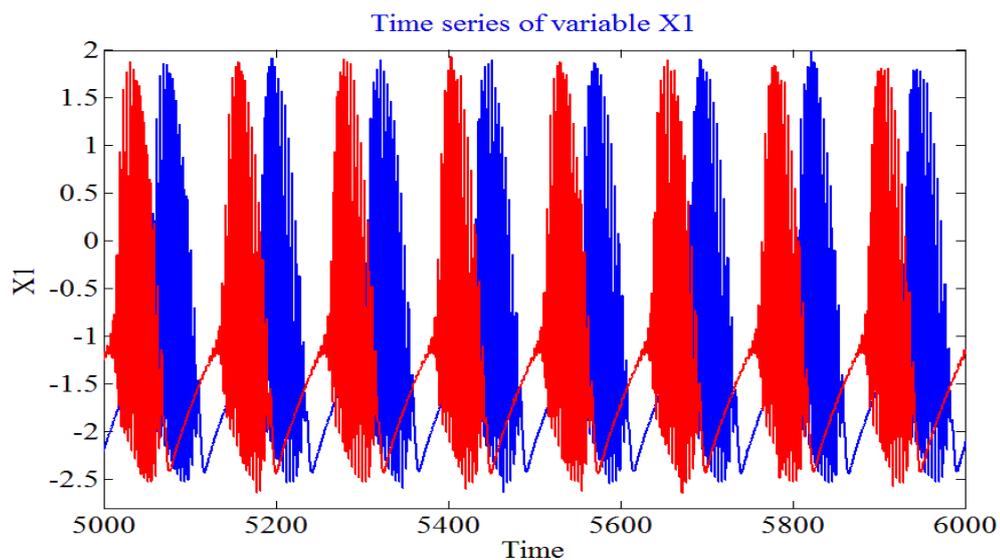


Рисунок 7.— Временные реализации быстрого (синяя кривая) и медленного (красная кривая) режимов при точности численного интегрирования 0,001.

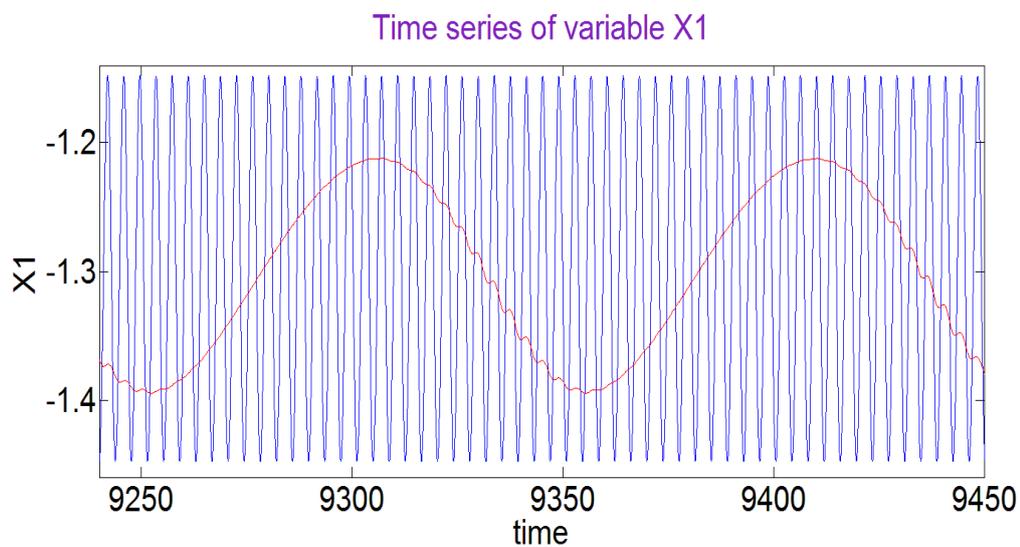


Рисунок 8.— Временные реализации быстрого (синяя кривая) и медленного (красная кривая) режимов при точности численного интегрирования 0,00001.

**Б.Ж.Медетов, А.Ж. Наурзбаева, Н. Албанбай, А.Б. Манапбаева**  
*Казахский Национальный университет им. Аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан*

### **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ СИГНАЛОВ КЛАСТЕРА СВЯЗАННЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

В работе приводятся результаты экспериментального исследования поведения кластера, состоящего из двух связанных автоколебательных систем. В результате данных исследований установлено, что в рассматриваемом кластере физически может рождаться двухчастотная бифуркация Хопфа.

**Б.Ж.Медетов, А.Ж. Наурзбаева, Н. Албанбай, А.Б. Манапбаева**  
*ал-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы қ., Қазақстан*

### **ӨЗАРА БАЙЛАНЫСҚАН АВТОТЕРБЕЛМЕЛІ ЖҮЙЕЛЕР КЛАСТЕРІНІҢ СИГНАЛДАРЫН ЭКСПЕРИМЕНТАЛДЫҚ ӨЛШЕУ**

Берілген жұмыста өзара байланысқан екі автотербелмелі жүйелерден құралған кластердің динамикасын эксперименталды зерттеу нәтижелері келтірілген. Осы аталған зерттеулер нәтижесінде, қарастырылып отырған кластерде қос жиілікті Хопф бифуркациясының шын мәнінде пайда болатындығы көрсетілді.

**B. Medetov, A. Naurzbaeva, N. Albanbai, A. Manapbaeva**  
*Al-Farabi Kazazakh National Universiti, Almaty., Kazakhstan*

### **EXPERIMENTAL MEASUREMENT OF SIGNALS OF RELATED OSCILLATING SYSTEMS CLUSTER**

The paper presents the results of experimental studies of the behavior of the cluster, consisting of two coupled oscillating systems. As a result of these studies found that, in this cluster may be born physically dual-frequency Hopf bifurcation.