МРНТИ 29.01.11

В.М. Сомсиков, А.Б. Андреев, А.И. Мохнаткин, В.И. Капытин
Институт ионосферы, Алматы, 050020, Казахстан,
E-mail: vmsoms@rambler.ru

ДУАЛЬНОЕ ФАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО НЕРАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. Развивается понятие дуального фазового пространства, позволяющего выполнять анализ процессов эволюции неравновесных систем. Дуальное фазовое пространство строится на основе приближения локального термодинамического равновесия, когда неравновесные системы могут быть представлены совокупностью равновесных подсистем. При этом равновесные подсистемы представляют собой достаточно большое количество потенциально взаимодействующих материальных точек. В основу такого представления положен принцип дуализма симметрии. Согласно этому принципу динамика системы определяется как симметриями пространства, в котором она движется, так и внутренними симметриями самой системы. Данный принцип приводит к необходимости разделения энергии системы на ее энергию движения в пространстве и внутреннюю энергию. В соответствии с принципом дуализма симметрии дуальное фазовое пространство состоит из двух ортогональных подпространств: подпространство макропеременных, определяющих движение равновесных подсистем, и подпространства микропеременных, определяющих динамику материальных точек относительно центра масс каждой из подсистем. Предложенное фазовое пространство позволяет исследовать процессы установления равновесия в неравновесных система на основе детерминированного механизма необратимости структурированных частиц. Получены аналитические условия, характеризующие процесс установления равновесия в консервативной неравновесной системе.

Ключевые слова: динамические системы, фазовое пространство, необратимость, механика структурированных частиц.

Введение

В результате детерминированного решения проблемы необратимости было начато развитие механики структурированных частиц (**СЧ**) [1]. В качестве СЧ в данной механике используются равновесные системы из достаточно большого количества потенциально взаимодействующих материальных точек (**МТ**). Механика СЧ позволяет изучать эволюцию неравновесных систем (**НС**) в достаточно широких пределах приближения локального термодинамического равновесия. В этом приближении НС может быть задана совокупностью перемещающихся относительно друг друга СЧ. Если замкнуть НС, то она придёт в состояние равновесия, определяемое стремлением к нулю энергий относительных движений СЧ [1].

В настоящее время анализ процессов эволюции выполняется на основе методов неравновесной термодинамики, кинетических уравнений, методов анализа динамического хаоса [2-4]. Среди этих методов также используется метод, основанный на понятии фазового пространства. Он дает возможность выполнять анализ динамики гамильтоновых систем, а также диссипативных НС.

Детерминированное решение проблемы необратимости показало, что при изучении НС принципиальным является разделение энергии СЧ на два типа: энергия движения СЧ и ее внутренняя энергия. Разделение выполняется в макро- и микропеременных, определяющих относительную динамику СЧ и динамику МТ относительно центра масс (**ЦМ**) СЧ соответственно. В соответствии с этим для анализа НС было предложено использовать дуальное фазовое пространство. Оно состоит их *S* – пространства, определяющего движение СЧ в НС, и дополняющего его *D* – пространство, определяющее движение МТ в СЧ. Объединенное пространство было названо *SD*- пространством.

Здесь предлагается физическое обоснование необходимости использования дуального фазового пространства для анализа процессов эволюции в НС.

Фазовое пространство для гамильтоновых систем

В исследованиях эволюции различных систем очень полезным является понятие фазового пространства. К примеру, это понятие используется в статистической физике, в кинетике. Оно также используется для анализа динамики гамильтоновых систем [2-4]. Если гамильтонова система имеет n степеней свободы, то положение точки в фазовом пространстве определяется $2n$ координатами $\boldsymbol{q}$ и импульсами $\boldsymbol{p}$. Движение этой точки в фазовом пространстве происходит по фазовой траектории, которая характеризует динамику системы. Для сложных систем, например, при анализе динамического хаоса **(*q, p*)**, используется метод отображения Пуанкаре. Этот метод позволяет исследовать поведение аттракторов, к которым стремятся фазовые траектории [2].

Пучку фазовых траекторий в заданный момент времени соответствует элемент фазового объема. Для его изменения со временем можно записать [2,3]:

$$\int_{\Delta_0} dp_0 dq_0 = \int_{\Delta_t} dp_t\, dq_t \qquad (1)$$

Здесь q_0, p_0 - координаты и импульсы элементов системы, заполняющие элемент фазового объема Δ_0 в начальный момент времени; q_t, p_t - координаты и импульсы этих МТ, а Δ_t фазовый объем, занимаемый системой спустя время t. Фазовые траектории в течение времени t непрерывно переходят из объема Δ_0 в фазовый объём Δ_t. Согласно каноническому уравнению Лиувилля имеем: $\Delta_0 = \Delta_t$. Это значит, что фазовый объем консервативных гамильтоновых систем сохраняется, меняется только его форма [2].

Анализ динамического хаоса с помощью фазового пространства позволил выявить характер фазового перемешивания гамильтоновых систем, определяемого положительным экспоненциальным показателем Ляпунова, предельные циклы отображения Пуанкаре и соответствующие им неподвижные точки, изучить сценарий развития динамического хаоса и т.п. [2]. Но вопрос о природе необратимости так и остался открытым.

Консервативные системы вдали от равновесия не являются гамильтоновыми. Для исследования релаксационных и других необратимых процессов в таких системах использование обычного фазового пространства затруднено, так как в таком **(*q, p*)** пространстве сложно установить характер приближения системы к равновесному состоянию. Это объясняется тем, что в НС каждая МТ вносит вклад как в энергию движения СЧ, так и в ее внутреннюю энергию, отвечающую за хаотическое движение. И хотя динамика НС диссипативна и необратима, полная энергия сохраняется. Поэтому в лабораторной системе координат невозможно установить, какая часть динамики системы связана с ее упорядоченным движением, а какая часть отвечает за хаотическое движение. Понятия таких движений приведены в [1]. Для того, чтобы разделить эти типы движения, была предложена модификация фазового пространства, которая позволяет разделить эти типы движения и, таким образом, анализировать необратимые диссипативные процессы [10]. Ниже приведем более подробное обоснование необходимости такого разделения энергий и покажем, как его можно выполнить.

Дуальное фазовое пространство для неравновесных систем

Пусть НС представлена совокупностью СЧ, обладающих внутренней энергией и энергией движения. То есть, энергия каждой МТ, входящей в СЧ, вносит вклад в энергию хаотического движения, обуславливающую внутреннюю энергию СЧ, и в энергию ее движения. Со временем НС уравновешивается, что характеризуется отсутствием энергии относительного движения СЧ [1, 3]. То есть, имеет место условие:

$$\left(\sum_{i=1}^{R} E_i^{tr} / E_i^{ins}\right)_{t\to\infty} \to 0 \qquad (2),$$

где $i = 1,2,3...R$, R –число СЧ, входящих в НС, E_i^{tr}, E_i^{ins} - энергия относительного движения и внутренняя энергия i -той СЧ.

Условие (2) характеризует степень неравновесности НС в каждый момент времени. Установление равновесия в консервативной НС происходит при сохранении полной энергии системы:

$\sum_{i=1}^{R}(E_i^{tr}+E_i^{ins})=const$ [1]. Отсюда возникает идея построить такое фазовое пространство, которое позволит анализировать процессы установления равновесия. Для этого будем исходить из того факта, что энергия НС состоит из двух частей, соответствующих внутренней энергии и энергии движения.

Поскольку НС можно представить совокупностью движущихся относительно друг друга СЧ, то состояниям НС по аналогии, как это делается для гамильтоновых систем, можно поставить в соответствие точки в фазовом пространстве $(6R-1)$ измерений, где R – количество СЧ, входящих в НС. То есть, положение каждой СЧ задается тремя координатами и тремя компонентами импульсов их ЦМ. Это пространство задается в макропеременных, определяющих координаты и импульсы СЧ. Оно было названо *S*–*пространством* [1, 10].

При движении СЧ, также изменяется ее внутренняя энергия. Так как внутренняя энергия не зависит от макропеременных, то каждой точке *S* –пространства могут соответствовать состояния с разными значениями внутренней энергии. Эта неоднозначность устраняется, если *S* - пространство дополнить *D*-пространством микропеременных, определяющих внутренние энергии СЧ. Такое дуальное пространство назовем *SD – пространством*. Основным отличием *SD*-пространства от обычного фазового пространства является то, что оно построено путем разделения энергии каждой МТ на две части. Одна часть соответствует вкладу МТ в энергию относительного движения СЧ, а другая часть соответствует вкладу МТ во внутреннюю энергию СЧ.

Таким образом, состояние НС в заданный момент времени определяется двумя точками в *S* и *D* пространствах. То есть, состоянию НС соответствует точка в плоскости, определяемая двумя *S* и *D* векторами. Причем длина *S* - вектора определяется модулем вектора точки *S* – пространства. Модуль этого вектора пропорционален сумме энергий относительного движения СЧ. Длина *D* – вектора определяет соответствующую точку *D* - пространства. Очевидно, что длина *D* – вектора пропорциональна внутренней энергии НС, равной сумме внутренних энергий СЧ.

При движении НС к равновесию, модуль *S* –вектора стремится к нулю, поскольку стремится к нулю энергия относительных движений СЧ, а модуль *D* – вектора растет. Если НС консервативна, то должно выполняться условие:

$$S^2+D^2=const \tag{3}$$

Это условие эквивалентно закону сохранения энергии НС. Условие (3) можно записать так: $ZZ^*=const$, где $Z=D+iS$, i - мнимая единица. Выполнение условия (а) обусловлено тем, что микро- и макропеременные независимы. Так как при любых преобразованиях *S* и *D* векторов сумма энергий движения СЧ и их внутренних энергий сохраняется, то состоянию НС соответствует точка комплексной плоскости, определяемая числом: $Z=D+iS$. Угол между векторами S, D равен: $\varphi=arctg(S/D)$. В равновесном состоянии имеем: $\varphi=0$. Поскольку выполняется условие (3), модуль вектора точки в *SD*-пространстве является инвариантом.

Так как внутренняя энергия и энергия движения определяются независимыми микро – и макропеременными соответственно, то условие (1) необходимо писать в этих переменных. Рассмотрим, как это можно сделать.

Энергия НС суммируется из энергий СЧ. Энергия СЧ может быть представлена суммой энергии ее движения и внутренней энергии, в которые вносит вклад каждая МТ. В этом случае условие (1) можно записать следующим образом:

$$\int_{\Delta_0^S} dq_0^S dp_0^S + \int_{\Delta_0^D} dq_0^D dp_0^D = \int_{\Delta_t^S} dq_t^S dp_t^S + \int_{\Delta_t^D} dq_t^D dp_t^D \tag{4}$$

Здесь q_0^S, p_0^S - координаты и импульсы СЧ, образующие элемент фазового объема Δ_0^S в начальный момент времени; q_0^D, p_0^D - координаты и импульсы МТ относительно ЦМ СЧ, заполняющие элемент фазового объема Δ_0^D в начальный момент времени; q_t^S, p_t^S - координаты и импульсы СЧ, а Δ_t^S фазовый объем, занимаемый ими спустя время t; q_t^D, p_t^D - координаты и импульсы материальнойчастицы относительно центра масс структурированной частицы, заполняющие элемент фазового объема Δ_t^D в момент времени t.

Эволюция фазового объема идет при выполнении условия: $\Delta_0^S + \Delta_0^D = \Delta_t^S + \Delta_t^D$ (в), которое эквивалентно закону сохранения энергии. Из-за трансформации энергии относительных движений СЧ в их внутреннюю энергию, будем иметь место следующее условие:

$$(\Delta_t^S / \Delta_t^D)_{t\to\infty} \to 0 \qquad (5)$$

Это условие эквивалентно условию (а), определяющему процесс установления равновесия в консервативной НС.

Скорость изменения Δ_t^S определяется Д- энтропией – S^d [9], которая является отношением изменения внутренней энергии системы за счет энергии ее движения, к величине внутренней энергии. В случае НС представленных совокупностью СЧ, можно записать: $\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{R} E_i^{tr} = T\frac{d}{dt}S^d$, где T- температура СЧ.

Если система бездиссипативна, то в этом случае $\frac{d}{dt}S^d$, и S – пространство совпадает с обычным фазовым пространством.

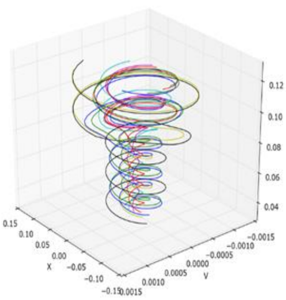

Рисунок 1 – Изменение фазового объема осциллятора в S*D*-пространстве.

В качестве демонстрации возможности использования дуального фазового пространства были приведены расчеты динамики системы в трёхмерном пространстве из *N*=*9* взаимодействующих по закону Гука МТ. Система с начальной энергией движения ЦМ Ец.м.=400 и внутренней энергией Ein=10, проходит через потенциальный барьер Ебар.=350. (Энергия берется в относительных единицах). Для наглядности на рис. 1 изображены разными цветами развернутые во времени фазовые траектории частиц системы из 10 МТ в *D*-пространстве. Видно, что в результате прохождения барьера объем *D*-пространства увеличивается за счет объема *S* – пространства. При этом уравнение 3 используется в качестве контроля правильности расчета.

На рис. 2 представлена фазовая траектория в D- пространстве осциллятора до и после его прохождения через потенциальный барьер. Видно, что его фазовый объем изменяется.

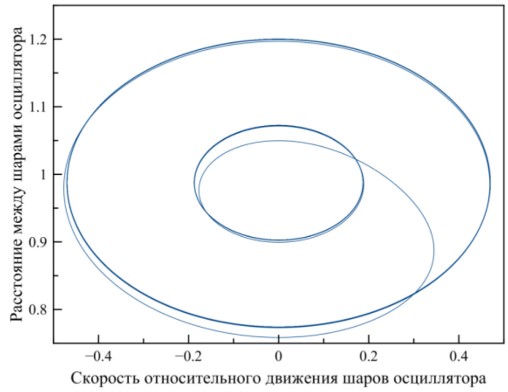

Рисунок 2 – Фазовый объем осциллятора в *D*-пространстве.

Причем в зависимости от первоначального состояния осциллятора это изменение может быть, либо положительным, либо отрицательным. Если же система состоит из достаточного количества МТ, то фазовый объем *D*-пространства будет только увеличиваться.

Если же для изучения динамики подобных систем использовать обычное фазовое пространства, то наблюдаемого эффекта изменения объема D- пространства на нем невозможно обнаружить, поскольку полный фазовый объем систем инвариантен.

Заключение

Как оказалось, для решения проблемы необратимости необходимо опираться на ПДС, согласно которому энергию системы следует представлять в виде суммы энергии движения и внутренней энергии. Необратимость проявляется в том, что энергия движения системы преобразуется в ее внутреннюю энергию. Это означает, что каждая МТ системы участвует в двух типах движения. Если изучать динамику системы в обычном фазовом пространстве, соответствующем лабораторной системе координат, то описать такое разделение энергии невозможно. Поэтому, чтобы графически отобразить эти два различных типа движения, фазовое пространство следует разделить на два независимых подпространства: подпространство макропеременных, которое было названо *S* - пространством, и подпространство микропеременных, которое было названо *D* - пространством. *S* – пространство отображает движение системы, а *D* – пространство отображает движение элементов тела относительно его ЦМ. Объединением этих подпространств является дуальное *SD* – пространство. При отсутствии диссипации, S – пространство совпадает с обычным фазовым пространством, характеризующим гамильтоновы системы.

Дуальное фазовое пространство позволяет характеризовать процесс установления равновесия в неравновесным образом приготовленной системе. Точки *S* – пространства характеризуют движение равновесных подсистем, совокупностью которых можно представить неравновесную систему. Точка в *D*- пространстве характеризует внутренние движения элементов подсистем. Процесс преобразования регулярного движения в хаотическое определяется уменьшением модуля вектора точки *S* – пространства и ростом модуля вектора точки *D*- пространства.

Ортогональность *S* и *D* пространств позволяет ввести комплексное число *Z*, характеризующее точку *SD* – пространства, соответствующую двум *S* и *D* векторам. Характер эволюции системы к равновесию определяется углом: $\varphi = arctg(S/D)$. Стремление этого угла к нулю соответствует стремлению системы к равновесию.

Предложенная модификация фазового пространства особенно может быть полезной при анализе процессов эволюции систем к равновесным состояниям.

Список литературы:

1 Somsikov V. M. To the basics of the physics of evolution. Almaty. 2016. 306 p.

2 Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. М. Наука. 1990. 272 с.

3 Ландау. Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. М. Наука. 1979. 528с.

4 Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамик. Стат. Физика и Кинематика. – М.: Наука, 1977. – 532 с.

5 Zaslavsky G.M. Stochasticity of dynamical systems. M. Science, 1984, 273 p.

6 Somsikov V.M. Principles of Creating of the Structured Particles Mechanics. Journal of material Sciences and Engineering A (1). 2011. c.731-740.

7 Голдстейн Г. Классическая механика. М. Наука. 1975. 416 с.

8 Ланцош К. Вариационные принципы механики. – М.: Мир, 1962. – 408 с.

9 Somsikov V.M. The Dynamical Entropy. International Journal of Sciences. Volume 4 – May 2015 (05). C 30-36.

10 Somsikov V.M. Irreversibility and physics of evolution. Proc. of 10- th Chaotic Modeling and Simulation Internat. Confer. Barcelona, 2017. Proceeding. *Editor* Christos H. Skiadas. P.789-803.

Принята в печать 25.01.2018

В.М. Сомсиков, А.Б. Андреев, А.И. Мохнаткин, В.И. Капытин
Институт ионосферы, Алматы, 050020, Казахстан,
E-mail: *vmsoms@rambler.ru*

ДУАЛЬНОЕ ФАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО НЕРАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. Развивается понятие дуального фазового пространства, позволяющего выполнять анализ процессов эволюции неравновесных систем. Дуальное фазовое пространство строится на основе приближения локального термодинамического равновесия, когда неравновесные системы могут быть представлены совокупностью равновесных подсистем. При этом равновесные подсистемы представляют собой достаточно большое количество потенциально взаимодействующих материальных точек. В основу такого представления положен принцип дуализма симметрии. Согласно этому принципу динамика системы определяется как симметриями пространства, в котором она движется, так и внутренними симметриями самой системы. Данный принцип приводит к необходимости разделения энергии системы на ее энергию движения в пространстве и внутреннюю энергию. В соответствии с принципом дуализма симметрии дуальное фазовое пространство состоит из двух ортогональных подпространств: подпространство макропеременных, определяющих движение равновесных подсистем, и подпространства микропеременных, определяющих динамику материальных точек относительно центра масс каждой из подсистем. Предложенное фазовое пространство позволяет исследовать процессы установления равновесия в неравновесных система на основе детерминированного механизма необратимости структурированных частиц. Получены аналитические условия, характеризующие процесс установления равновесия в консервативной неравновесной системе.

Ключевые слова: динамические системы, фазовое пространство, необратимость, механика структурированных частиц.

V.M. Somsikov, A.B. Andreev, A.I. Mokhnatkin, V.I. Kapytin
Institute of the Ionosphere, Almaty, 050020, Kazakhstan,
E-mail: vmsoms@rambler.ru

DUAL PHASE SPACE OF A NON-EQUILIBRIUM SYSTEM

Abstract. The notion of a dual phase space that allows analyzing the processes of evolution of nonequilibrium systems is developing. The dual phase space is constructed based on the approximation of local thermodynamic equilibrium, when nonequilibrium systems can be represented by a set of equilibrium subsystems. At the same time, the equilibrium subsystems are a sufficiently large number of potentially interacting material points. This principle is based on the principle of symmetry duality. According to this principle, the dynamics of the system is determined both by the symmetries of the space in which it moves, and by the internal symmetries of the system itself. This principle leads to the need to divide the energy of the system into its energy of movement in space and internal energy. In accordance with the principle of symmetry duality, the dual phase space consists of two orthogonal subspaces: the subspace of the macro variables that determine the motion of the equilibrium subsystems, and the subspace of the micro variables that determine the dynamics of the material points relative to the center of mass of each of the subsystems. The proposed phase space makes it possible to study the processes of establishing equilibrium in a nonequilibrium system based on a deterministic mechanism for the irreversibility of structured particles. Analytic conditions characterizing the process of establishing equilibrium in a conservative nonequilibrium system are obtained.

Keywords: dynamical systems, phase space, irreversibility, mechanics of structured particles.

В.М. Сомиков, А.Б. Андреев, А.И. Мохнаткин, В.И. Капитин
Ионосфера институты, Алматы, 050020, Қазақстан,
E-mail: vmsoms@rambler.ru

ТЕПЕ ТЕҢ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ДУАЛЬДЫ ФАЗАЛЫҚ КЕҢІСТІГІ

Аннотация. Фазалық кеңістік дуальдылығының тұжырымдамасын әзірлеуде, тепе-тең емес жүйелердің эволюциясының процестерін талдауды орындауға мүмкіндік береді. Қос фазалы кеңістік тепе-тең емес жүйелер кіші тепе тең жинағының ұсынылуы мүмкін жергілікті термодинамикалық тепе-теңдіктің жақындастыру негізінде салынды. Тепе-теңдік ішкі жүйесі ықтимал материалдық ұпай өзара жеткілікті үлкен саны болып табылады. Бұл принцип симметриялы дуальдылық қағидасына негізделген. Осы принципке сәйкес, жүйе динамикасының симметриясы жылжытылады, онда кеңістік және жүйенің ішкі симметриясы ретінде анықталады. Бұл принцип жүйенің энергиясын ғарыштық және ішкі қуатты қозғалыстың энергиясына бөлу қажеттілігіне әкеледі. Кіші әрбір масса орталығына қатысты материалдық нүктелер динамикасын анықтаудағы қозғалыс тепе-теңдігін кіші және қосымша кеңістік микро айнымалылықты анықтау қосымша кеңістігі макро айнымалылар: дуальдік симметриялы қос фазалық кеңістік принципіне сәйкес екі ортогональды қосымша кеңістік бар. Ұсынылған фазалық кеңістік бізге қайтымсыз механизмі құрылымдалған бөлшектердің негізделген тепе-тең емес жүйесінде тепе тең процестерді зерттеуге мүмкіндік береді. Консервативті тепе тең емес жүйеде тепе-теңдікті орнату үдерісін сипаттайтын аналитикалық шарттар алынды.

Түйін сөздер: динамикалық жүйелер, фазалық кеңістік, қайтымсыздық, құрылымдық бөлшектердің механикасы.