

УДК 532.529.2:551.466.6

Ю.Д. Чашечкин¹, Я.В. Загуменный²¹Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Россия, Москва
chakin@ipmnet.ru²Институт гидромеханики НАНУ, Украина, Киев
zagumennyi@gmail.com

ГИДРОДИНАМИКА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛОСЫ

Аннотация. Разработана методика согласованного анализа динамики и тонкой структуры течений стратифицированных (сильно и слабо) и однородных (потенциально и актуально) жидкостей на основе фундаментальной системы уравнений без использования дополнительных гипотез, констант и связей. На основе программ с открытыми кодами в единой постановке впервые рассчитана картина обтекания полосы в широком диапазоне числа Рейнольдса $1 < Re < 105$. Проанализированы структуры нестационарных полей давления и плотности (и их градиентов), скорости, завихренности, скорости диссипации энергии, возникающих при движении горизонтальной полосы под нулевым углом атаки с постоянной скоростью. Определены силы и моменты, действующие на обтекаемые пластины различной формы. Исследованы процессы образования вихрей в зонах действия больших градиентов давления и плотности в окрестности кромок препятствия и областях взаимодействий компонент, нарушающих стационарность течения. Результаты расчетов качественно согласуются с данными лабораторного моделирования стратифицированных течений, а в пределе актуально однородной жидкости – с расчетами обтекания полуплоскости несжимаемой жидкостью в приближении пограничного слоя.

Ключевые слова: стратифицированная жидкость, горизонтальная полоса, вихри.

Введение

Начиная с пионерских работ Даламбера [1] и Эйлера [2] расчеты картины обтекания препятствий, определения действующих на тело сил и моментов занимают особое место в теоретической и экспериментальной механике жидкостей. Повышенный интерес обусловлен фундаментальностью темы, широтой и важностью практических приложений, в первую очередь военно-технических (расчеты траекторий ядер и снарядов) и транспортных.

По мере развития техники и технологий расширялся список приложений, в частности исследования Стокса по обтеканию сферы и цилиндра были связаны с разработкой маятниковых гравиметров, необходимых для повышения точности навигационных инструментов [3]. В дальнейшем развитие исследований определялось как логикой совершенствования теории обтекания около препятствий с учетом влияния вязкости, формы тела и вихревой природы течений [4, 5], так и новыми приложениями, среди которых все более важное место стали занимать вопросы теории обтекания тел воздухом или водой

применительно к задачам авиации и плавания судов. Особое внимание уделяется изучению обтекания полосы и протяженной плоской поверхности конечной длины – основного элемента несущего крыла.

К началу XX века необходимость применения уравнений неразрывности и Навье-Стокса для описания течений жидкости стала общепризнанной, однако отсутствие рациональных методов их решения в условиях все более растущих потребностей практики, стимулировало появление альтернативных подходов. Среди них широкое распространение получили теории пограничного слоя, основные принципы которых постулировал Л. Прандль в 1904 г. [6], теории вихрей, в развитии которых большую роль сыграли работы Н.Е. Жуковского [7, 8], и турбулентности. Методология применения теорий турбулентности к задачам обтекания тел простой формы предлагались и развивались большим числом авторов [9, 10].

Решение задачи обтекания полуплоскости, полученное на начальном этапе развития теории в предположении постоянства давления по нормали к обтекаемой поверх-

ности [11], более ста лет используется для сравнения с экспериментом и тестирования численных моделей [12, 13].

Асимптотические методы, предложенные для учета краевых эффектов [14], в дальнейшем стали применяться при расчете течений и несжимаемой жидкости и сжимаемого газа в широком диапазоне скоростей в предположении о сложной многоуровневой структуре пограничного слоя на обтекаемой поверхности [15]. Обзор современного состояния теории пограничного слоя приведен в [16].

В экспериментах последних лет на плоской поверхности, обтекаемой жидкостью или газом, зарегистрированы «полосчатые структуры», которые с увеличением скорости трансформируются в сложные трехмерные вихревые системы [17–19]. Для расчета вихревых течений на пластине были разработаны специальные модели и соответствующие численные схемы, воспроизводящие отрыв и последующее примыкание пограничного слоя выбором специальных граничных условий [20].

На современном этапе течения на пластине и полуплоскости также изучаются с целью совершенствования практически реализуемых методов ламинаризации потока [12], анализа механизмов структуризации течения и уточнения природы турбулентности [17].

В последние годы исследования обтекания пластины однородной жидкостью дополнились теоретическими и экспериментальными исследованиями эффектов стратификации, обусловленной естественным расслоением неоднородных жидкостей в полях массовых сил. Для визуализации картин течений был адаптирован обширный арсенал высокочувствительных оптических методов, ранее разработанных для наблюдения течений в аэродинамических трубах, в первую очередь теневых, прямых теневых и шпирен-интерферометрических [21]. Интерпретация наблюдений проводится с учетом функциональной связи плотности и коэффициента оптического преломления, которые во многих средах связаны линейным соотношением. Сравнительно большие вариации плотности и ее градиента позволяют одновре-

менно регистрировать и сильные, и слабые возмущения.

Оптические методы позволили изучить общую картину течения около пластин, расположенных вдоль и поперек потока, выделить основные структурные компоненты – опережающее возмущение, присоединенные внутренние волны, вихри и спутный след, проследить эволюцию тонкой структуры при изменении условий экспериментов [22]. Была показана высокая степень воспроизводимости всех элементов картины течений при повторении опытов.

Особое внимание было уделено визуализации поля внутренних волн и тонкой структуры течения в широком диапазоне параметров задачи [23], характер которой оказалась зависящим от относительной толщины препятствия.

В следе за тонкой пластиной наблюдались регулярные поперечные полосчатые структуры, которые с увеличением скорости трансформировались в компактные разделенные кластеры и далее в систему вихревых диполей, типичных для двумерных спутных течений [24].

В следе за высоким препятствием, в зависимости от значений параметров, наблюдались стационарные и нестационарные донные вихри с размером порядка высоты тела, а также тонкие вихри в следе и на краевых прослойках [25].

Учет эффектов стратификации в системе уравнений существенно расширяет возможности теоретического анализа и позволяет анализировать динамику и структуру течений около пластины на основе различных моделей.

Расчет стратифицированных течений при малых скоростях пластины был проведен методами теории сингулярных возмущений с численной визуализацией рассчитанных полей.

Полное решение линеаризованной задачи обтекания полосы содержит два типа функций – регулярно возмущенные, описывающие слабо затухающие внутренние волны, и сингулярно возмущенные, характеризующие высокоградиентные прослойки в окрестности и на больших удалениях от препятствия. Численная визуализация аналитических решений системы фундаментальных

уравнений позволила установить связь структуры полей внутренних волн с краевыми сингулярностями на кромках пластины [26].

Расчеты картин установления полей внутренних волн около полосы, начинающей движение из состояния покоя, проведенный методами теории турбулентности [27, 28] также удовлетворительно согласуются с данными опытов. Однако данная методика не позволяет визуализировать тонкую структуру течений. В этой связи особый интерес представляет расчет обтекания препятствий без введения дополнительных гипотез и связей на основе фундаментальной системы уравнений механики жидкостей, адаптированной применительно к изучаемому течению. При этом определяются поля физических параметров, допускающих прямое сравнение с опытом.

Анализ общих свойств решений фундаментальной системы с учетом условия совместности, обоснование выбора начальных и граничных условий даны в [29]. Общее решение содержит два типа функций, описывающих крупно- и тонкоструктурные компоненты течений, которые, вследствие эффектов нелинейности, непосредственно взаимодействуют между собой [30].

При этом необходимо учитывать, что даже в покоящейся неравновесной среде течения, компенсирующие дефицит вещества, вызванный прерыванием молекулярного переноса стратифицирующего компонента, образуются даже около неподвижного непроницаемого препятствия. Полный расчет течений, индуцированных диффузией на полосе в непрерывно стратифицированной среде, выполнен в [31], сравнение с экспериментом – в [32].

Лабораторные опыты показали, что тонкоструктурные элементы течений, индуцированных диффузией на неподвижном препятствии, не исчезают с началом движения. Они утончаются и трансформируются в высокоградиентные, медленно эволюционирующие прослойки, разделяющие внутренние волны, вихри и спутный след [22]. Необходимость одновременного расчета внутренних волн и наблюдаемых в опытах тонкоструктурных компонент предъявляет высокие требования к математическим моделям, описы-

вающим течения с учетом эффектов стратификации, нелинейности и диффузии.

Уже первая попытка построения решений задач обтекания полосы в новой постановке показала [33], что развитие компьютерных систем и программирования переводит математическое моделирование течений на новый уровень, сопоставимый, по ряду критериев с лабораторным экспериментом и наблюдениями в природных условиях.

В данной работе впервые приведены результаты высокопроизводительных расчетов течений, возникающих при равномерном движении полосы, установленной под нулевым углом атаки, и в стратифицированной, и однородной вязкой несжимаемой жидкости. В единой постановке исследуется динамика установления и структура течения при начале движения горизонтальной полосы с постоянной скоростью в своей плоскости в широком диапазоне параметров, включающем течения, индуцированные диффузией на неподвижном препятствии, волновой, вихревой и нестационарный вихревой (переходный) режимы. Основное внимание уделено сравнительному анализу структуры полей различных физических величин, определению физических механизмов нестационарности и оценке влияния формы полосы на характеристики течения в нестационарном вихревом режиме.

Постановка задачи

Рассматривается двумерная задача обтекания равномерно движущейся полосы в несжимаемой жидкости двух видов – стратифицированной и однородной.

Отдельно анализируются течения *сильно стратифицированной* жидкости (СЖ), типичной для лабораторных экспериментов, и *слабо стратифицированной* (СлСЖ), характерной для природных систем – океана и атмосферы. Также независимо анализируются возмущения в *потенциально однородной жидкости* (ПОЖ), когда инерционными эффектами, обусловленные переменностью плотности среды, можно пренебречь, но небольшой градиент плотности сохраняет исходную постановку, а также в *актуально* однородной среде (АОЖ, $\rho = \text{const}$) – основном объекте изучения в современной теоретической гидромеханике.

Течения развиваются в поле однородной силы тяжести с ускорением свободного падения $\mathbf{g} = (0, 0, g)$. Невозмущенные экспоненциальные распределения плотности $\rho_0(z)$ характеризуются масштабами $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$, частотами $N = \sqrt{g/\Lambda}$ и периодами плавучести $T_b = 2\pi/N$, значения которых приведены в Табл. 1.

Изучаются двумерные течения, возникающие при равномерном движении горизонтальной пластины длиной $L = 10$ см и толщиной $h = 0.5$ или 0.05 см, имеющей традиционную форму прямоугольника с прямыми кромками, нормальными к горизонтальной плоскости движения, и острыми краями, так и обтекаемого профиля – со скругленной передней кромкой и сужающейся хвостовой частью. Используется две правые системы координат – лабораторная, связанная с жидкостью (ось Oz направлена вертикально вверх, и присоединенная (собственная), центр которой размещается в середине пластины.

Геометрия симметричной пластины, приведенная на рис. 1, характеризуется не-

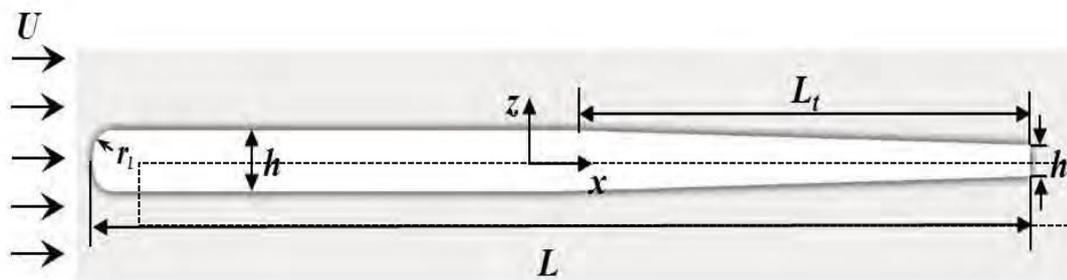


Рисунок 1 – Геометрия обтекаемого препятствия (пунктиром обозначен габарит).

Задача решалась численно в рамках единой постановки в широком диапазоне скоростей обтекания пластины $U \in [U_1, U_2]$. Течения, индуцированные диффузией на неподвижной пластине ($U=0$) были детально изучены в [31, 32]. При этом на горизонтальной пластине, формируются вихревые ячейки и протяженные высокоградиентные прослойки, примыкающие к острым кромкам. Картина внутренних волн рассчитана при умеренных скоростях тела в линейной по-

сколькими безразмерными параметрами. Нормированный на половину толщины пластины радиус скругления передней кромки $\tilde{r}_l = 2r_l/h$ определяет качество сглаженности ее острых краев. Коэффициент остроты $\xi = L/h$ определяется отношением габаритной длины к толщине тела; коэффициент наполненности – отношением площадей тела S_b и габарита Lh (для изучаемой формы $\zeta = \frac{L_t}{L} + \frac{L-L_t}{L} \frac{h+h_t}{2h}$, где L_t – длина сужающейся части пластины, h_t – высота задней кромки пластины).

В расчетах был рассмотрен следующий набор значений геометрических параметров: $\tilde{r}_l = 0.004, 0.04, 0.4, 0.8, 1$; $\xi = 20, 200$; $\zeta = 1, 0.88, 0.82, 0.77$. Следующая пара значений $\tilde{r}_l = 0.004, \zeta = 1$ соответствует базовому случаю прямоугольной пластины с прямой передней кромкой (с точностью до линейного размера ячейки расчетной сетки в численном моделировании).

становке в [26], в моделях турбулентного течения – в [27, 28].

В данной работе основное внимание уделено режиму движения со скоростью $U_2 = 80$ см/с, когда определенное по длине пластины $L = 10$ см и вязкости $\nu = 1$ cSt, число Рейнольдса $Re = UL/\nu = 8 \cdot 10^4$, соответствует переходному режиму [11]. Расчеты выполнены для воды и раствора поваренной соли, плотность которого ρ меняется в диа-

пазоне $0.998 < \rho < 1.200 \text{ г/см}^3$, стандартное значение $\rho = 1 \text{ г/см}^3$.

Математическое моделирование задачи проводится на основе фундаментальной системы уравнений механики неоднородных несжимаемых многокомпонентных жидкостей, включающей уравнения состояния среды (которая характеризуется невозмущенным распределением солёности $\rho_0(S_0(z))$, плотность на горизонте центра пластины ρ_{00}), неразрывности, Навье-Стокса в приближении Буссинеска, диффузии стратифицирующей компоненты [9]

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00} (\exp(-z/\Lambda) + s), \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - s \cdot \mathbf{g}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь s – возмущение солёности (стратифицирующего компонента), включающее коэффициент солевого сжатия, $\mathbf{v} = (v_x, 0, v_z)$ – индуцированная скорость, P – давление за вычетом гидростатического, $\kappa_s = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$ и $\nu = 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ – коэффициенты диффузии соли и кинематической вязкости раствора, соответственно, t – время, ∇ и Δ – операторы Гамильтона и Лапласа.

В полной постановке в определяющую систему также включается уравнение диффузии визуализирующей примеси, которое в данной работе не анализируется, но в общем случае вводится с целью проверки адекватности наблюдений. Проведенные опыты по визуализации течений показали, что изменение вида визуализирующей примеси, малое количество которой не может влиять на динамику процесса, сопровождается некоторыми систематическими изменениями картины при сохранении качественных особенностей изучаемого течения, т.е. картина поля примеси, особенно в тонких деталях, зависит от ее свойств [29].

Задача решается в два этапа. На первом этапе в покоящуюся стратифицированную среду без возмущения вносится горизонтальная пластина, на которой ставятся физи-

чески обоснованные начальные (прилипания, непротекания на твердых стенках, затухания с удалением от тела) и граничные условия задачи в присоединенной системе координат [31].

На прерывающей поток стратифицированной компоненты пластине образуется компенсационное течение, индуцированное диффузией, которое далее принимается в качестве начального условия задачи обтекания

$$\begin{aligned} \mathbf{v}|_{t \leq 0} &= \mathbf{v}_1(x, z), \quad s|_{t \leq 0} = s_1(x, z), \\ P|_{t \leq 0} &= P_1(x, z), \quad v_x|_{\Sigma} = v_z|_{\Sigma} = 0, \quad (2) \\ \left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Sigma} &= \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad \mathbf{v}|_{x, z \rightarrow \infty} = (U, 0, 0), \end{aligned}$$

где U – скорость равномерного набегающего стратифицированного потока на бесконечности, \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности препятствия Σ . Индекс «1» в формулах (2) обозначает такое установившееся течение, которое описывается системой (1) с граничными условиями (2) [29–32].

Система уравнений и граничные условия (1) – (2) характеризуется набором параметров, имеющих размерность длины (Λ, L, h) и времени ($T_b, T_U^L = L/U$), а также размерными диссипативными коэффициентами (ν, κ_s), составляющими основу семейства малых динамических масштабов длины.

К числу больших динамических масштабов относятся длины присоединенных внутренних волн $\lambda = UT_b$ и вязкий волной масштаб

$$\Lambda_\nu = \sqrt[3]{g\nu/N} = \sqrt[3]{\Lambda(\delta_N^v)^2}. \quad \text{Тонкую структуру течения характеризуют универсальные микромасштабы}$$

$\delta_N^v = \sqrt{\nu/N}$, $\delta_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s/N}$, задаваемые диссипативными коэффициентами и частотой плавучести [29] (аналогами масштаба Стокса на осциллирующей поверхности $\delta_\omega^v = \sqrt{\nu/\omega}$ [9]). Еще одна пара – масштабы Прандтля и Пекле – определяется диссипативными коэффициентами

и скоростью препятствия $\delta_U^v = \nu/U$ и $\delta_U^{\kappa_s} = \kappa_s/U$. Значения микромасштабов за-

дачи для различных жидкостей также приведены в Табл. 1.

Отношения собственных масштабов задачи задают характерные безразмерные комбинации, которые включают как традиционные для гидродинамики числа Рейнольдса

$$Re_U = UL/\nu = L/\delta_U \gg 1, \text{ внутреннего Фруда}$$

$$Fr = U \sqrt{L} / \sqrt{g}, \text{ Пекле } Pe_U = L / \delta_{KS} \gg Re_U, \text{ ко-}$$

эффициент остроты $\xi_p = L/h$ или наполненности формы $\zeta = S_b/Lh$, где S_b – площадь поперечного сечения препятствия, так и специфические для стратифицированных течений.

В число дополнительных безразмерных отношений входит шкала масштабов

$$C = \Lambda/L - \text{отношением масштаба плавучести}$$

$$\Lambda \text{ к размеру препятствия } L, \text{ аналог обратного числа Атвуда } At^{-1} = (\rho_1 + \rho_2)/(\rho_1 - \rho_2)$$

для непрерывно стратифицированных сред.

Большие масштабы задают размер расчетной области, которая должна содержать изучаемые структурные элементы – опережающие возмущения, след, волны, вихри, а микромасштабы определяют размер ячейки и шага по времени. При малых скоростях пластины U критическими являются микромасштабы шкалы Стокса, при больших – Прандтля.

Численное моделирование задачи

Численное решение системы уравнений (1) с граничными условиями (2) проводилось на базе пакета OpenFOAM [34] с открытым исходным кодом, в котором построен собственный решатель stratifiedFoam, численно реализующий математическую модель с использованием метода конечных объемов. Пакет, разработанный для расчета трехмерных задач, позволяет моделировать задачи и в двумерной постановке путем размещения одной расчетной ячейки в третьем измерении и задании «пустых» граничных условий (empty boundary conditions) на боковых границах расчетной области.

Для учета эффектов стратификации и диффузии стандартный решатель isoFoam нестационарного уравнения Навье-Стокса для однородной жидкости, был дополнен но-

выми переменными (плотность ρ и возмущение солёности S) и соответствующими уравнениями для их расчета, а также новыми вспомогательными параметрами (частотой и масштабом плавучести N, Λ , коэффициентом

диффузии S , ускорением свободного падения g и др.). В уравнение Навье-Стокса для вертикальной компоненты скорости добавлены члены, учитывающие действие сил плавучести, в уравнение диффузии – слагаемые, характеризующие фоновую стратификацию. Граничные условия непротекания для нормального градиента возмущения солёности и концентрации визуализирующей примеси, задаваемые на всей непроницаемой поверхности препятствия, реализованы численно с использованием оригинальных программных кодов на основе расширенных утилит и библиотек пакета OpenFOAM.

Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема с ограничителем, которая вносит минимальную численную диффузию и обеспечивает отсутствие осцилляций решения. Для дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад, которая обеспечивает хорошее разрешение физического процесса во времени.

С целью оптимизации скорости вычислений генерация сетки проводилась на основе расширенных утилит пакета OpenFOAM, позволяющих выделять и локально измельчать подобласти расчетной сетки с учетом масштабов задачи и сокращать общее количество расчетных ячеек (до 10^6) при сохранении высокой пространственной дискретизации высокоградиентных областей течения. Пространственные размеры ячеек расчетной сетки выбирались из условия адекватного разрешения тонкоструктурных элементов течения, связанных с эффектами стратификации и диффузии, что накладывает существенные ограничения на минимальный шаг по пространству: в высокоградиентных областях течения на минимальном линейном

масштабе $\delta_U^{KS} = 1.7 \cdot 10^{-5}$ (см. таблицу 1) должны уместиться, по крайней мере, несколько расчетных ячеек.

Так, при моделировании задачи обтекания пластины, когда тонкоструктурные эле-

менты течения локализуются, как правило, в окрестности кромок пластины и в области ближнего спутного следа, пространственный шаг в указанных областях течения составляет порядка $5 \cdot 10^{-6}$ см, что позволяет достаточно хорошо разрешить минимальный масштаб задачи. Структурированность и ортогональность генерируемой расчетной сетки обеспечивает высокую скорость сходимости и устойчивость вычислительных алгоритмов, что, в целом, существенно повышает скорость вычислений и снижает ошибку округления за счет уменьшения общего количества матричных операций.

Контроль точности вычислений осуществляется заданием допустимого отклонения (tolerance) при решении полученной системы линейных алгебраических уравнений с помощью итерационных солверов PCG и PBiCG, использующих методы сопряженных и бисопряженных градиентов с предобуславливанием на основе процедур DIC и DILU.

Устанавливаемая точность вычислений для расчета поля давления составляла 10^{-6} , а для всех остальных физических величин – 10^{-10} .

Устойчивость нестационарных вычислений обеспечивалась выбором шага временной дискретизации из условия Куранта:

$Co = |v| \Delta t / \Delta r \leq 1$, где Δr – размер ячейки расчетной сетки, $|v|$ – абсолютная величина локальной скорости течения. Дополнительный контроль обеспечивался сравнением независимых расчетов для различных типов жидкости.

Критерием прекращения вычислений служил выход рассчитываемых интегральных динамических характеристик течений или их статистических оценок на установившийся временной режим.

Расчеты выполнялись в параллельном режиме на базе вычислительных ресурсов суперкомпьютерного комплекса НИВЦ МГУ и технологической платформы UniHUB, предоставляющей прямой доступ на вычислительный сегмент кластера МСЦ РАН. Использование метода параллельных вычисле-

ний позволяет практически на порядок увеличить скорость расчетов задач в двумерной постановке и, как следует из специально проведенных тестовых расчетов, в существенно большей степени повысить эффективность вычислений в трехмерной постановке.

Результаты расчетов

Начальное состояние неравновесной стратифицированной среды около непроницаемого препятствия характеризуется системой индуцированных диффузией циркуляционных течений [31, 32].

Характерная картина полей вертикальной компоненты скорости около неподвижной горизонтальной непроницаемой пластины в экспоненциально стратифицированной среде показана на Рис. 2, а ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$).

Максимальное значение скорости течения достигается в окрестности углов пластины и составляет около $4 \cdot \text{мкм/с}$, длины прилегающих к кромкам горизонтальных прослоек более чем четыре раза превышают длину пластины. С уменьшением градиента плотности среды растет высота ячеек и одновременно падает интенсивность циркуляции жидкости. Для слабых стратификаций

(ПОЖ) скорость циркуляционного движения жидкости становится пренебрежимо малой, а в приближении однородной среды (АОЖ) такой вид течений отсутствует.

С началом движения горизонтальной пластины в стратифицированной жидкости картина полей кардинально меняется: формируются опережающие возмущения, присоединенные внутренние волны и спутный след [22-25, 33]. Характерные картины течения, приведенные на Рис. 2, б – г, иллюстрируют эволюцию поля вертикальной компоненты скорости в плоскости с ростом скорости пластины (рассматривается установившееся течение после окончания быстрых переходных процессов, связанных с началом движения тела).

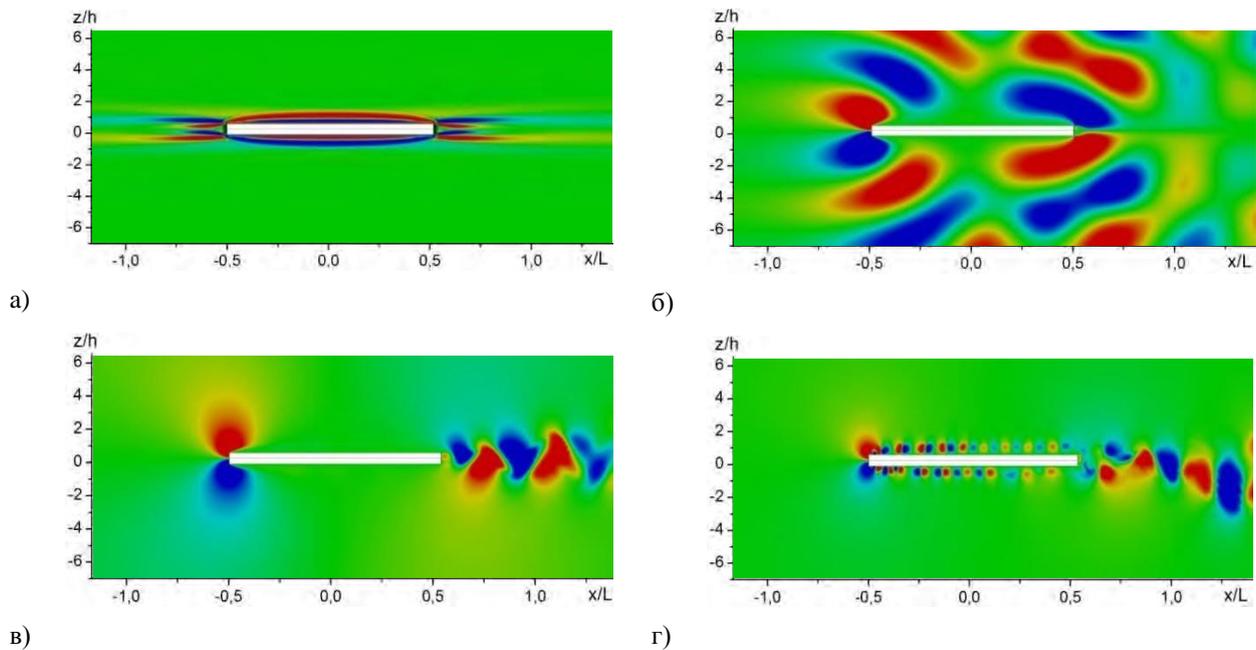


Рисунок 2 – Поле вертикальной компоненты скорости около горизонтальной прямоугольной пластины в непрерывно стратифицированной среде ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi = 20$, $\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$): а – в течении, индуцированном диффузией, $U = 0$; б – в) – при равномерном движении со скоростью $U = 1.0, 5.0, 80 \text{ см/с}$, $Re = 1000, 5000, 80000$; $Fr = U / NL_x = 0.1, 0.5, 6.7$; $\lambda = UT_b = 5.2, 26, 418 \text{ см}$.

При малых числах Рейнольдса ($Re < 10^3$, Рис. 2, б) в течении выражены опережающие возмущения и присоединенные внутренние волны, генерируемые краевыми сингулярностями на краях препятствия, как и в линеаризованном рассмотрении [24]. В типично интерференционной картине внутренние волны длиной $\lambda = 5.2 \text{ см}$ образуются в противофазе около передней и задней кромок, в центре пластины происходит взаимное гашение волновых возмущений.

Максимальное значение вертикальной компоненты скорости достигается на расстоянии $\Delta x = 0.06 \text{ см}$ от передней кромки пластины и составляет 0.56 см/с , в то время более слабый экстремум $v_z = 0.14 \text{ см/с}$ фиксируется на расстоянии $\Delta x = 0.7 \text{ см}$ от задней кромки. Максимумы горизонтальной компоненты скорости v_x превышают более чем в 1.5 раза скорость внешнего потока и локализуются вдоль линии максимальных возмущений, расположенной под углом около 35° к горизонту.

При умеренных числах Рейнольдса ($Re = 5000$, Рис. 2, в) внутренние волны имеют большую длину $\lambda_i = 26 \text{ см}$, и фазовые поверхности выходят за границы области визуализации решения. Здесь доминирующими элементами становятся компактные вихревые структуры, порождаемые на передних краях, где избыточное давление торможения перед телом переходит в разрежения в областях больших вертикальных скоростей дивергентного течения, и одновременно формируются большие возмущения градиента плотности.

Экстремальные значения возмущений вертикальной компоненты скорости $v_z \approx \pm 4 \text{ см/с}$ фиксируются на расстоянии 0.05 см от острых краев передней кромки пластины, тогда как существенно меньшие значения $v_z \leq 1.4 \text{ см/с}$ наблюдаются в спутном следе в областях локализации вихревых структур. Максимальные возмущения v_x , превышающие скорость внешнего потока не более чем

на 10%, достигаются вблизи передней кромки пластины и в вихревых структурах спутного следа.

Прикладной интерес представляет визуализация картины течения при больших числах Рейнольдса, когда реализуются сложные переходные процессы. При $Re = 80000$ в окрестности передних кромок наряду с крупными одновременно образуются мелкие вихри (Рис. 2, *з*), которые активно взаимодействующие между собой, тонкими компонентами течений [29, 30] и даже присоединенными внутренними волнами, длина которых существенно превышает размеры области наблюдения [22, 25]. Множественные взаимодействия разномасштабных по времени и пространству компонент проявляются в нестационарности течения даже при фиксированных граничных условиях.

Нестационарность возникающих вихревых структур при $U = 80$ см/с иллюстрирует последовательная выборка картин поля завихренности ($\Omega_y = \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}$) в течение 0.06 с, приведенная на Рис. 3 как для случая прямоугольной ($\tilde{r}_l = 0.004$, $\xi = 20$, $\zeta = 1$ – левый столбец), так и скругленной с острой задней кромкой ($\tilde{r}_l = 1$, $\xi = 20$, $\zeta = 0.77$ – правый столбец) пластин. В изображениях полей отрицательным значениям завихренности (с *циклоническим вращением против часовой стрелки*) соответствуют оттенки синего цвета, а положительным значениям (*антициклоническое вращение*) – красного). Вихри частично дрейфуют из области формирования у передней кромки, и, как можно видеть в подготовленном фильме, независимо переносятся потоком вдоль верхней и нижней кромок с фазовой скоростью $C_p \approx 0.6U$ и встречаются в следе позади пластины. К области отрыва (задней кромке) они приходят рассогласованно. Изменчивость положения и интенсивности сходящихся вихревых систем вызывает от-

клонения оси следа от горизонтали и осцилляции положения всего спутного течения.

Типичный размер ядра вихревого шнура, в котором жидкость над пластиной совершает антициклоническое вращение, и, наоборот, циклоническое – под ней, составляет $\lambda_p \approx 0.35$ см. С приближением к задней кромке пластины форма вихревых элементов несколько искажается, вытягиваясь в направлении внешнего потока, при этом расстояние между центрами соседних вихревых структур практически не изменяется и составляет $d_p \approx 1$ см. В следе за пластиной размер вихревых структур увеличивается до величины $\lambda_w \approx 0.54$ см, при этом возрастает расстояние между центрами соседних вихрей: $d_w \approx 2.4$ см. Средняя локальная частота вихреобразования вдоль сторон пластины может быть вычислена по формуле: $\omega_{p,w} = C_{p,w} / d_{p,w}$ и в области около поверхности пластины составляет $\omega_p \approx 52$ Гц, а в спутном следе $\omega_w \approx 22$ Гц.

Вихревые структуры, дрейфующие вдоль сторон пластины со скругленной передней кромкой, имеют приблизительно в 1.5 раза меньшие масштабы, а их центры локализируются значительно ближе к поверхности пластины (правый столбец на Рис. 3). В отличие от случая пластины с острыми краями, когда вихри генерируются непосредственно у передней кромки, в данном случае область формирования вихревых структур смещена вниз по потоку на расстояние порядка двух толщин пластины. Дрейфующие вдоль сторон пластины вихри сохраняют свою идентичность на расстоянии от области генерации не более половины длины пластины и далее их влияние вниз по потоку проявляется лишь в виде затухающих волновых возмущений сдвигового слоя.

Прямоугольная пластина с острыми краями
($\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$)

Скругленная пластина с заостренной хвостовой частью ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$)

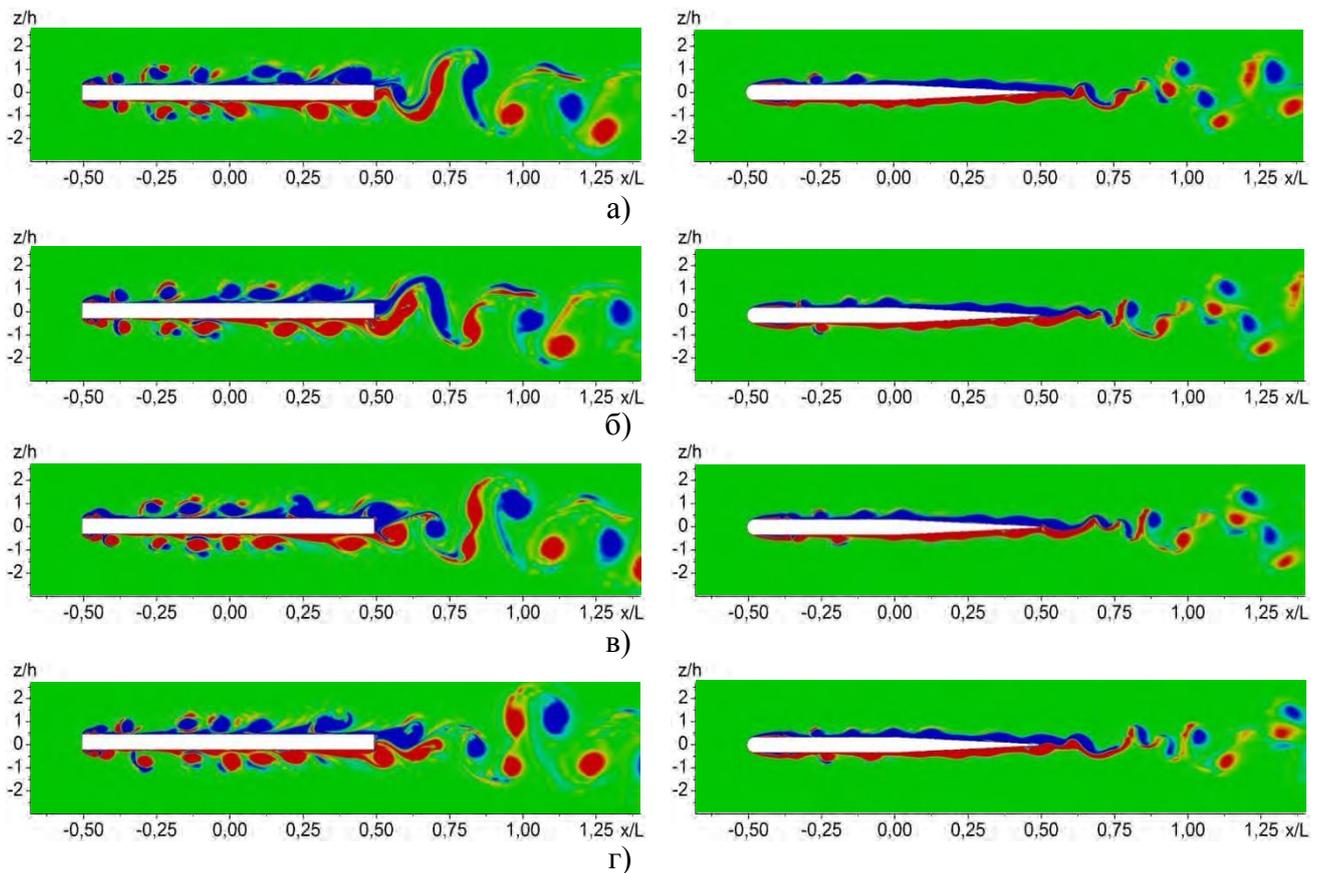


Рисунок 3 – Временная изменчивость поля завихренности в стратифицированном течении на горизонтальной пластине ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi = 20$, $U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 80\,000$, $Fr = 6.7$): $a - \varepsilon) - t = 7.5, 7.52, 7.54, 7.56 \text{ с}$.

Вихревые структуры, дрейфующие вдоль сторон пластины со скругленной передней кромкой, имеют приблизительно в 1.5 раза меньшие масштабы, а их центры локализуются значительно ближе к поверхности пластины (правый столбец на Рис. 3). В отличие от случая пластины с острыми краями, когда вихри генерируются непосредственно у передней кромки, в данном случае область формирования вихревых структур смещена вниз по потоку на расстояние порядка двух толщин пластины. Дрейфующие вдоль сторон пластины вихри сохраняют свою идентичность на расстоянии от области генерации не более половины длины пластины и далее их влияние вниз по потоку проявляется лишь в виде затухающих волновых возмущений сдвигового слоя.

Осцилляции течения непосредственно за пластиной со скругленной передней кромкой и зауженной хвостовой частью существенно меньше по амплитуде в сравнении со случаем прямоугольной пластины с острыми краями. Средний диаметр компактных вих-

ревых структур с последовательно чередующимся знаком завихренности в области развитаго спутного следа позади модифицированной пластины в 2–2.5 раза меньше, чем в случае прямоугольной. Вертикальный размер возмущенной области течения около поверхности прямоугольной пластины и в ближнем спутном следе за ней существенно больше, чем за сужающейся пластиной. При этом в области с развитым спутным течением различия менее существенны.

Временная изменчивость давления в потоке, нормированного на величину $P_0 = 0.5\rho U^2$, на различных расстояниях от верхней стороны прямоугольной и модифицированной пластин представлены на Рис. 4. Над поверхностью препятствий давление принимает преимущественно отрицательные значения, что вызвано дивергентным влиянием передней кромки пластины на набегающий поток жидкости и действием вихрей. Качественное сравнение приведенных зависимостей для двух рассматриваемых видов пластин показывает существенное различие

соответствующих кривых особенно в области передней кромки и спутного вихревого следа позади препятствия.

Сложный осциллирующий характер кривых вблизи передней кромки прямоугольной пластины (Рис. 4, *а*) свидетельствует об одновременном формировании в этой области как крупно-, так и мелкомасштабных интенсивных неоднородностей. С увеличением вертикального расстояния от поверхности пластины вариации давления уменьшаются по абсолютной величине, мелкомасштабные компоненты быстро затухают и кривые сглаживаются. В случае пластины с модифицированной геометрией амплитуды осцилляций давления существенно меньше, а средние значения давления в соответствующих точках приблизительно в 2 раза ниже по абсолютной величине, чем над прямоугольной пластиной с острыми кромками.

Над центром пластины временные зависимости давления (Рис. 4, *б*) имеют более регулярный характер, отражающий процесс перемещения полностью сформировавшихся вихревых структур. При этом пиковые значения кривых могут существенно различаться по величине, что свидетельствует об изменчивости вертикальных положений центров дрейфующих вихревых структур. В случае прямоугольной пластины наиболее высокие амплитуды фиксируют кривые 2 и 3, на расстоянии приблизительно 0.3 см от поверхности.

Над зауженной к хвосту пластине наибольшими амплитудами обладает кривая 1 ($\Delta z \approx 0.05$ см), что свидетельствует о приближении центров дрейфующих вихрей к поверхности пластины.

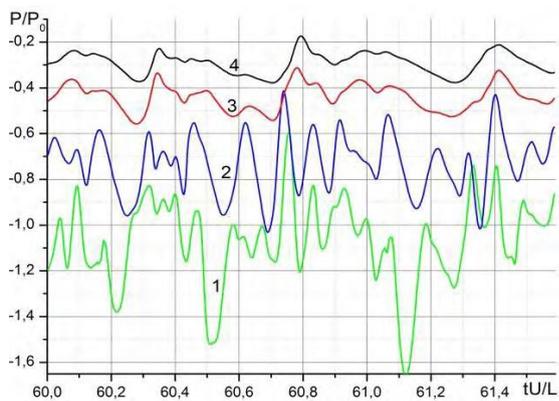
В области спутного следа за прямоугольной пластиной осцилляции давления принимают преимущественно отрицательные значения, а изменчивость положения и интенсивности сходящихся вихревых систем порождает дополнительную волновую моду,

вызывающую отклонения оси следа от горизонтали и колебания всего спутного течения с частотой порядка 5.5 Гц (Рис. 5). Максимальный размах осцилляций давления составляет в безразмерных величинах порядка 1.6, что превышает более чем в 4 раза соответствующие значения для случая модифицированной пластины. Здесь возмущения давления отклоняются и в сторону положительных значений. В то же самое время, осцилляции всего спутного следа выражены в значительно меньшей степени. В данном случае это объясняется слабой интенсивностью и малыми масштабами вихревых структур, формирующихся на сглаженной передней кромке пластины, а также отсутствием интенсивной «раскачки» спутного течения сходящимися вихревыми системами на заостренной задней кромке пластины.

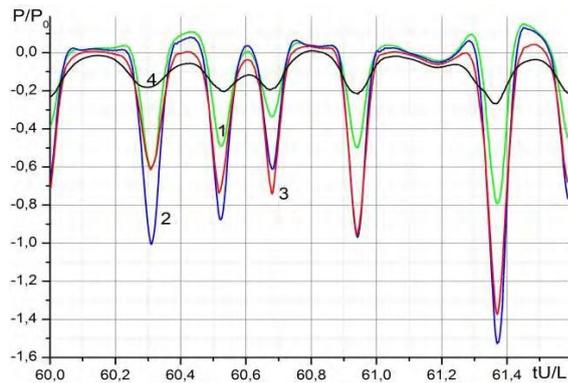
Периодический характер кривых на Рис. 4, 5 позволяет вычислить частоты следования вихрей в различных областях течения – как над поверхностью пластины, так и в следе за ней, путем подсчета количества экстремумов приведенных временных зависимостей во всем интервале времени численного счета после выхода на квазиустановившийся режим. Вычисления показывают, что в данном режиме течения средняя частота осцилляций практически не зависит от качества обтекаемости пластины и в области ее центра составляет $\omega_p \approx 52$ Гц, а в следе за сходом течения с кромок локальные значения частоты варьируются в достаточно широком диапазоне, не превышая предельного значения в $\omega \approx 22$ Гц. Данный результат совпадает с оценками, полученными на основе сравнения отношений фазовой скорости перемещения вихревых структур и расстояния между соседними вихрями в последовательных во времени картинах поля завихренности (см. Рис. 3).

Прямоугольная пластина с острыми краями ($\tilde{r}_1 = 0.004$, $\zeta = 1$)

Скругленная пластина с заостренной хвостовой частью ($\tilde{r}_1 = 1$, $\zeta = 0.77$)



а)



б)

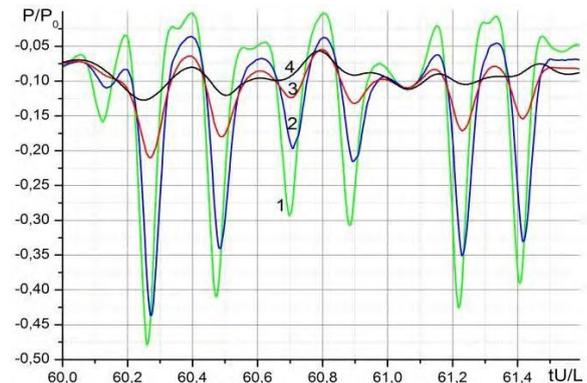
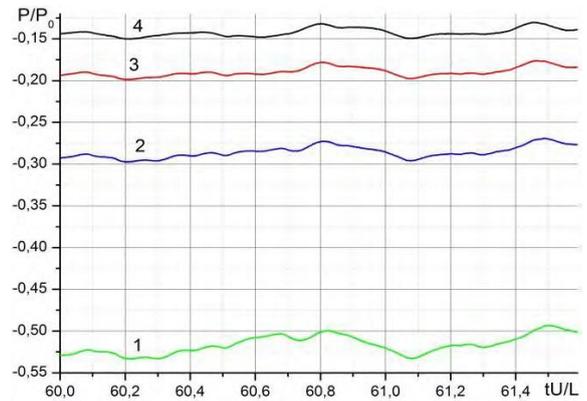
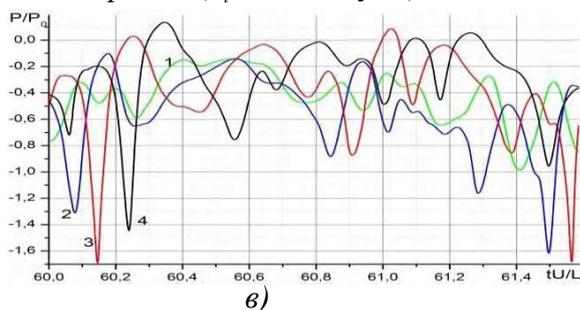


Рисунок 4 – Временная изменчивость давления около пластин ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi = 20$, $U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 80000$, $Fr = 6.7$) на различных горизонтах (кривые 1 – 4 – на расстоянии от верхней стороны пластины $\Delta z = 0.05; 0.25; 0.45; 0.75 \text{ см}$): а) – отстояние 0.3 см от передней кромки, б) – в центре пластины.

Прямоугольная пластина с острыми краями ($\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$)



а)

Скругленная пластина с заостренной хвостовой частью ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$)

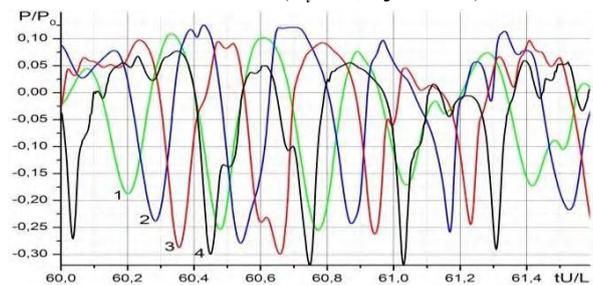


Рисунок 5 – Временная изменчивость давления в центре следа позади пластин ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi = 20$, $U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 80000$, $Fr = 6.7$) на различных расстояниях от задней кромки (кривые 1 – 4 – $\Delta x = 0; 0.4; 0.8; 1.2 \text{ см}$)

Мгновенные картины различных полей в вертикальной плоскости, проходящей через линию тока невозмущенного течения, в сильно стратифицированной ($N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $Fr = 6.7$) и потенциально однородной жид-

костях ($N = 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, $Fr = 8 \cdot 10^5$) приведены на Рис. 6 и 7. При общем подобии структуры нестационарного вихревого течения около равномерно движущейся пластины ($U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 8 \cdot 10^4$) каждое из полей

характеризуется собственной геометрией и масштабами компонент.

В картинах полей в сильно и слабо двух средах, приведенных на рисунках, представлен ряд структурных элементов течения, как крупномасштабных (опережающее возмущение, вихри и внутренние волны), так и тонких, которые в линеаризованной модели течения, описываются, соответственно, регулярно и сингулярно возмущенными функциями [26, 29].

В поле горизонтальной компоненты скорости перед телом в обеих средах слабо выражена подторможенность жидкости, характерная для области блокировки при малых скоростях движения тела [22, 26]. Область дефицита скорости выше и ниже пластины – аналог пограничного слоя с вкрапленными

областями торможения потока в ядрах вихрей (положительным значения поля, окрашенным в красный цвет) окружена слоем высокоскоростной жидкости, образованной сложением скоростей набегающего потока и внешних кромок вихревых структур.

Качественно картины полей в жидкостях с большим и предельно малым градиентами плотности достаточно близки, небольшое различие можно выделить в деталях – 9 вихревых ядер и более выраженный донный вихрь в СЖ против 8 ядер и сильнее осциллирующего следа в ПОЖ. Более гладкую границу области торможения течения можно объяснить влиянием сил плавучести, подавляющим смещения в вертикальной плоскости.

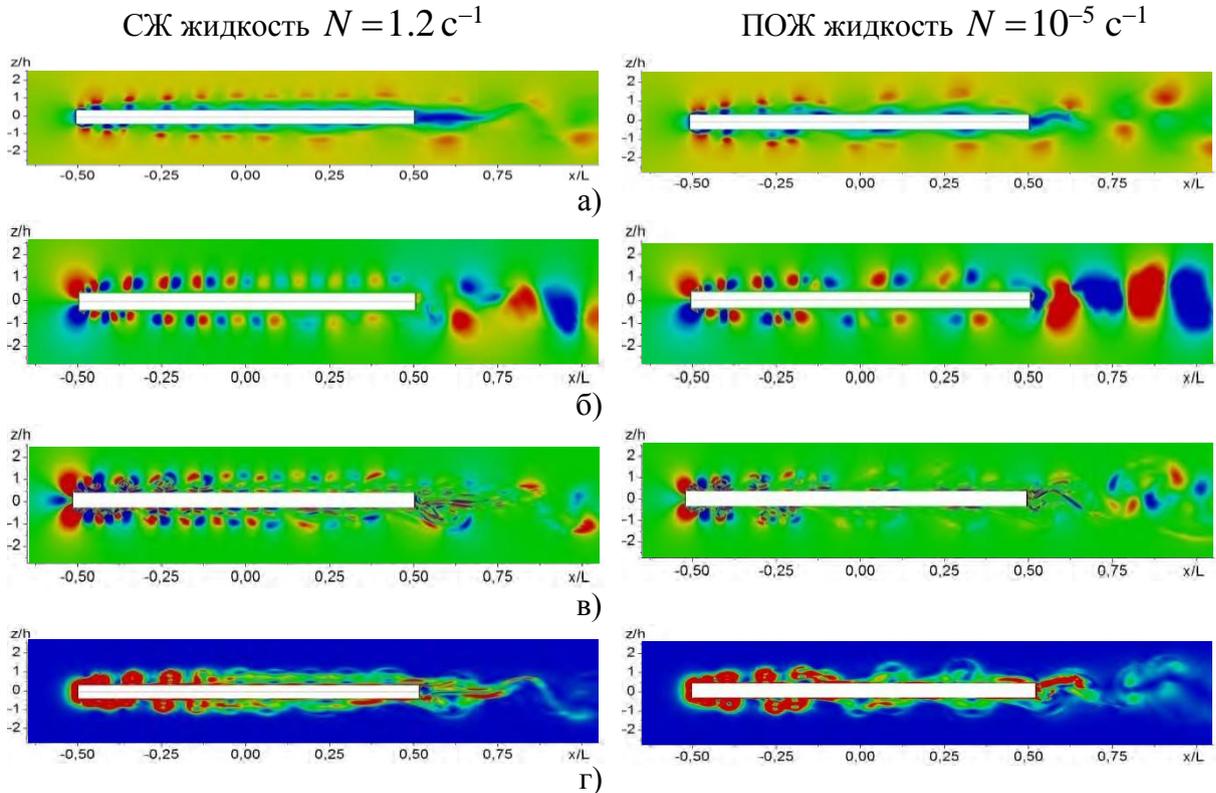


Рисунок 6 – Мгновенные картины полей около пластины ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\xi = 20$, $\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$, $U = 80$ см/с, $Re = 8 \cdot 10^4$) в сильно стратифицированной (левый столбец, $N = 1.2$ с⁻¹, $Fr = 6.7$) и потенциально однородной жидкости (правый столбец, $N = 10^{-5}$ с⁻¹, $Fr = 8 \cdot 10^5$): а, б) – горизонтальная v_x и вертикальная v_z компоненты скорости, в) – темп бароклинной генерации завихренности $\dot{\Omega}_y$, г) – скорость диссипации механической энергии ε .

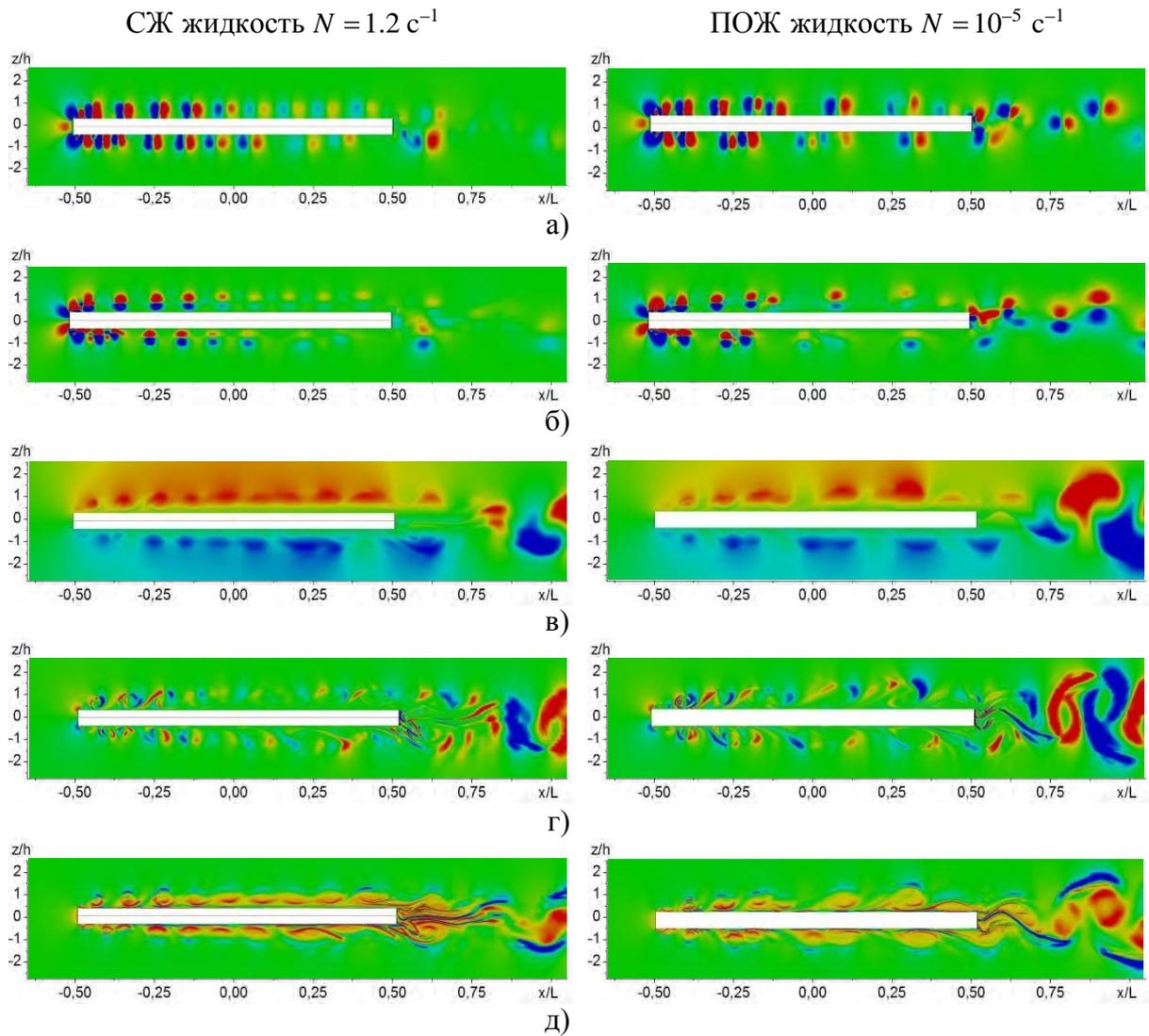


Рисунок 7 – Мгновенные картины полей около пластины ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\xi = 20$, $\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$, $U = 80$ см/с, $Re = 8 \cdot 10^4$) в стратифицированной (левый столбец $N = 1.2$ с $^{-1}$, $Fr = 6.7$) и потенциально однородной жидкости (правый столбец $N = 10^{-5}$ с $^{-1}$, $Fr = 8 \cdot 10^5$): а, б) горизонтальная $\partial P / \partial x$ и вертикальная $\partial P / \partial z$ компоненты градиента давления, в) – возмущение плотности $\rho_d = \rho - \rho_0$; г, д) – горизонтальная $\partial \rho_d / \partial x$ и вертикальная $\partial \rho_d / \partial z$ компоненты градиента плотности.

В картинах вертикальной компоненты скорости опережающее возмущение выражено еще более четко. Последующий анализ видеофильма показал, что асимметрия пятен перед телом в СЖ – следствие нестационарности течения, их форма меняется. В данном изображении, где каждый вихрь представлен парой пятен с противоположным направлением течения, влияние стратификации проявляется более отчетливо.

Темп затухания неоднородностей потока в СЖ более высокий, чем в ПОЖ, вихревая структура следа мелкомасштабная, а внеш-

няя граница – более гладкая. Расщепление и разворот потока около передней кромки, как и его смыкание позади препятствия, приводят к формированию областей с избытком и дефицитом давления, оказывающих влияние на силу сопротивления. В следе выражены крупные вихревые элементы.

Особый интерес представляют поля темпа бароклинной генерации завихренности, значения которого определяются градиентами давления и плотности

$$\Omega = \nabla P \times \nabla (\rho^{-1}).$$

В геометрии данного поля, наиболее сложной

и структурированной в течениях неоднородных жидкостей, около передней кромки выражены области генерации (выше и ниже кромки) и диссипации (перед телом) с размером порядка толщины пластины. Далее структуры истончаются и в дополнение к остаткам вихревых элементов появляются множественные тонкие зоны усиления и распада завихренности, которые постепенно удлиняются.

Позади задней кромки в следе преимущественно представлены тонкие линейчатые структуры, в среднем ориентированные в направлении течения, искажения формы которых обусловлены крупными неоднородностями. В СЖ возмущения обоих знаков выражены по всей длине пластины, в потенциально однородной – только на первой четверти. В следе за телом, в областях взаимодействия вихрей следа с внешним потоком, выражены области как порождения, так и диссипации завихренности. Геометрия данного параметра поясняет динамику формирования тонких структур вихревых течений и механизм расщепления полей на слоистые структуры, наблюдаемые в теневых изображениях течений за полосой [22, 25].

Скорость диссипации механической энергии ε оказывается отличной от нуля в сравнительно узкой зоне блокировки перед телом, где горизонтальный поток разворачивается, обтекая полосу, и достигает максимальных значений в вихревых структурах в

В поле возмущений плотности $\rho_d = \rho - \rho_0$ наиболее четко выражена расширяющаяся с удалением от передней кромки область течения, очерченная нижними кромками пятен частично перемешанной жидкости в вихрях (Рис. 7, в). Выше пластины располагается слой с повышенными значениями, ниже – пониженными, обусловленными переносом жидкости с равновесных горизонтов дрейфующими вихрями. Число компактных элементов в структуре поля плотности в ПОЖ заметно меньше, чем в СЖ. К задней кромке пластины примыкают области со слабо возмущенным распределением плотности.

Картину распределения плотности дополняют поля компонент ее градиента (Рис. 7, з, д). В поле горизонтальной компоненты градиента плотности выражены тонкие про-

первой трети пластины. В среде со слабой стратификацией области диссипации во второй половине пластины оказываются более крупными, чем в сильно СЖ.

Усложнение структуры поля компонент градиентов на Рис. 7 обусловлено свойствами дифференциальных операторов, порождающего две группы пятен для каждого вихревого ядра: одной соответствуют области нарастания, а второй – убывания возмущения. В то же время достоинство полей компонент градиентов – более полная визуализация деталей структуры, позволяющая идентифицировать мелкомасштабные компоненты на фоне более крупных.

В поле горизонтальной компоненты градиента давления $\partial P / \partial x$ выражена временная последовательность пятен разного знака, как и в поле вертикальной компоненты скорости (Рис. 6, а), а в вертикальной $\partial P / \partial z$ (Рис. 7, б) – более редко идущая последовательность вертикально расположенных пар пятен разного цвета. Здесь детально разрешаются элементы течения. В частности, над пластиной на Рис. 7, а насчитывается 10 ядер – на одно больше, чем в поле горизонтальной компоненты скорости. Более полно детально разрешается сложная структура течения около передней кромки. В ПОЖ возмущения вырождаются медленнее, чем в СЖ, заметно меньше и масштаб вихревых структур.

Слойки обоих знаков, локализованные на оболочках вихрей, которые позади тела собираются в компактные пятна. Структуры вертикальной компоненты градиента плотности в ПОЖ преимущественно ориентированы горизонтально и образуют собственную систему спиральных завитков, характерных для вихревых элементов. Локальные картины полей различных физических величин в следе на Рис. 7, в – д существенно отличаются, положения центров выделенных областей, которые они очерчивают, не совпадают между собой.

Особо необходимо отметить отличие геометрии и тонкой структуры полей градиентов давления и плотности, определяющих пространственно-временные вариации кинематического параметра – темпа генера-

ции завихренности течения, и, как следствие, изменчивости самой величины.

Все мгновенные картины течения, как и поля завихренности на рис. 3, непрерывно эволюционируют. В кинематическом описании эволюция структуры поля скоростей обусловлена рождением и распадом новых элементов (вихрей) вследствие несинхронизованных вариаций физических величин термодинамической природы, в частности, градиентов плотности и давления [8].

В динамическом описании рождение новых элементов с собственной кинематикой и пространственно-временным масштабом обусловлено высоким рангом и нелинейностью уравнений фундаментальной системы [29]. Полные решения такой системы даже в линейном приближении содержат несколько функций [26], а в нелинейном описании все разномасштабные компоненты взаимодействуют между собой и порождают новые компоненты [30].

Типичные значения рассчитанных физических переменных с указанием положения их максимальных и минимальных значений в потоке приведены в Табл. 2.

В целом следует подчеркнуть различие структуры полей, обусловленное независимостью физических величин ρ , P , \mathbf{v} , которые определяются фундаментальной системой уравнений. В вихревом течении около пластины в окрестности передней кромки положительные вариации горизонтальной компоненты скорости достигают 80% от невозмущенной скорости потока, и еще больших значений по абсолютной величине достигают отрицательные, причем с ростом стратификации различия увеличиваются.

В данном режиме вариации возмущений вертикальной компоненты скорости, нарастающие с уменьшением стратификации, даже несколько превышают скорость основного невозмущенного течения, что объясняется влиянием стратификации в поле тяготения.

Максимальные вариации плотности и ее градиента, формируемые в результате наложения всех динамических возмущений, нарушающих первоначальную стратификацию, наблюдаются у задней кромки и в следе позади тела. В ПОЖ их величина лежит за пределами чувствительности существующих

методов измерений, однако ресурсы вычислительных машин и методов программирования позволяют проследить геометрию высокоградиентных областей, оценить влияние бароклинности на структуру течений и формирование завихренности.

Особый научный и прикладной интерес представляют результаты расчета поля давления, на которое в традиционном описании накладываются заметные ограничения [6, 11, 15]. Качественно можно отметить, что стратификация оказывает сравнительно слабое влияние на структуру поля, а поперечный размер препятствия – сильное, что и наблюдается в опытах [22, 25].

Во всех случаях в картинах полей на Рис. 8 наблюдаются: повышение давления в опережающем возмущении перед пластиной, пятна сильного разрежения в расходящемся потоке на передней кромке и дефицит давления в областях локализации вихревых элементов. Размер вихрей при прочих равных параметрах зависит от толщины пластины – на тонкой они имеют вид вихревых жгутов, на тонкой – тонких поперечных полосок, подобно наблюдаемым в эксперименте [23].

Временной анализ видеофильмов показал, что компактные поперечные полоски на тонкой пластине с толщиной $\mu_p \sim 0.08$ см и средним расстоянием между соседними структурами (шагом) $\delta_p \sim 0.32$ см, что, соответственно, в 4.5 и 3 раза меньше, чем для случая толстой пластины, перемещаются вниз по потоку со скоростью $c_p \sim 0.45U$ и практически полностью затухают на четверти длины пластины.

Вторая группа поперечных полосок большей толщины $\mu_w \sim 0.17$ см и шагом $\delta_w \sim 0.5$ см образуется за концевой кромкой и затухает на такой же длине в следе. Значения локальной частоты вихреобразования вдоль сторон тонкой пластины и в спутном следе, вычисленные по формуле:

$\omega_{p,w} = c_p / \delta_{p,w}$, составляют в среднем около 112 Гц и 72 Гц, соответственно. Поперечные полосчатые структуры ранее наблюдались в теневой картине стратифицированного течения около тонкой полосы [22, 23].

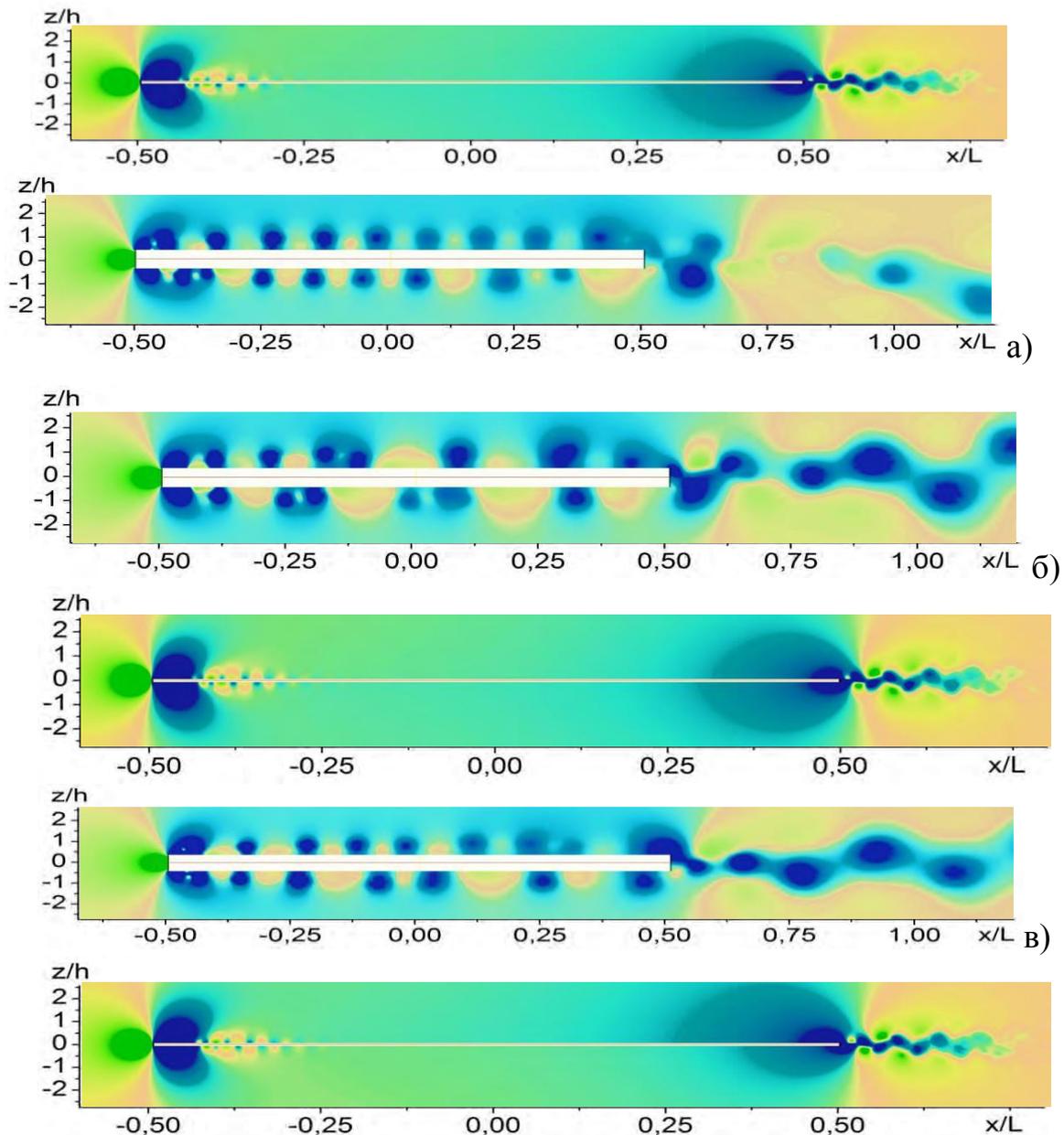


Рисунок 8 – Поля давления около горизонтальных прямоугольных пластин ($L = 10$ см, $h = 0.5$ и 0.05 см ($\xi = 20$ и 200), $\zeta = 1$, $U = 80$ см/с): а, б) – $N = 1.2$; $1 \cdot 10^{-5}$ с $^{-1}$, в) – актуально однородная жидкость $N = 0$.

Мгновенные картины основных физических полей около пластины с закругленной передней кромкой и сужающейся хвостовой частью ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$), обтекаемой потоком сильно стратифицированной жидкости ($N = 1.2$ с $^{-1}$, $Fr = 6.7$), приведены на Рис. 9 для скорости набегающего потока $U = 80$ см/с ($Re = 8 \cdot 10^4$).

При сравнении структур приведенных полей с соответствующим случаем прямоугольной пластины с острыми краями обнаруживается ряд отличительных особенностей, которые характеризуются собственной нестационарной динамикой, геометрией, положением и масштабами формирующихся компонент течения.

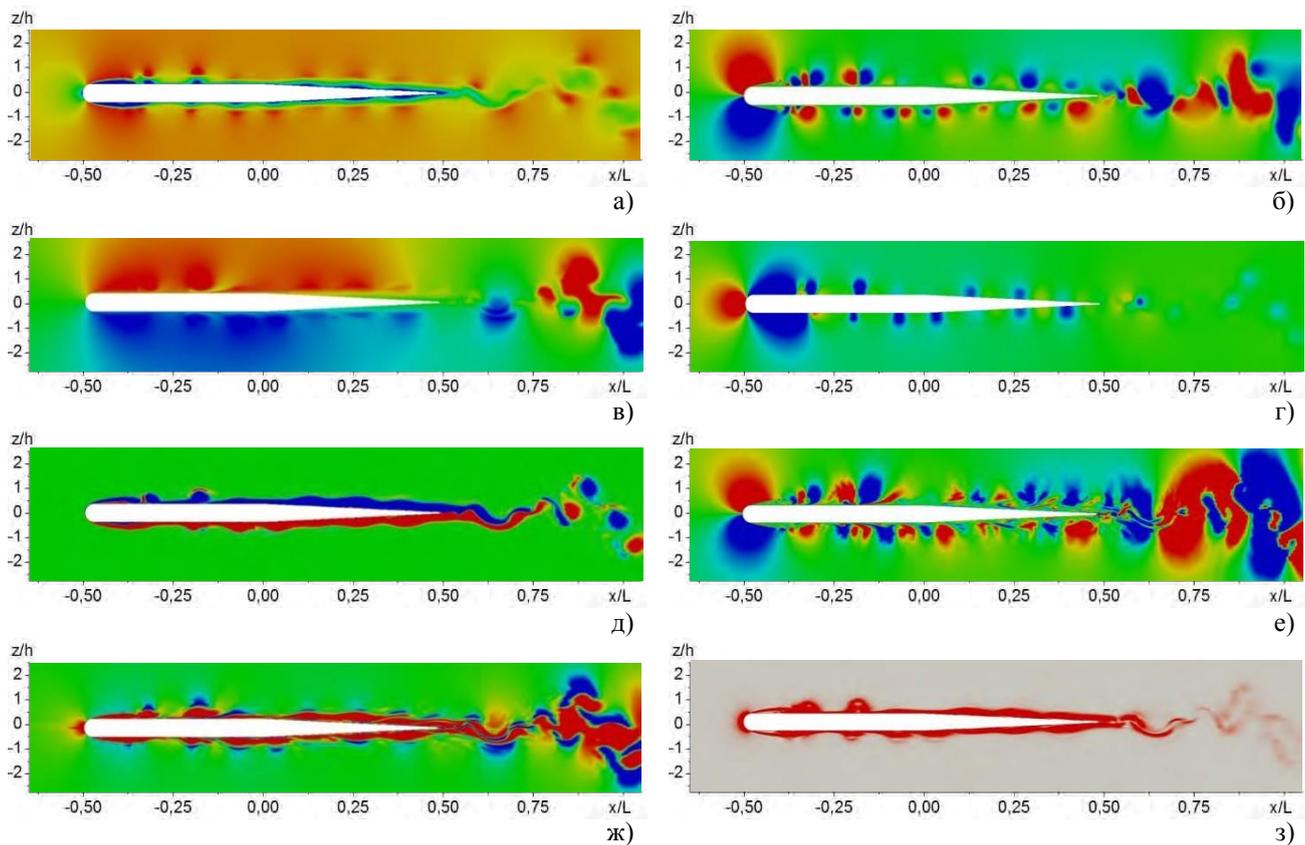


Рисунок 9 – Мгновенные картины полей около горизонтальной пластины ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $\xi = 20$) со скругленной передней и зауженной задней кромками ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$) в стратифицированной жидкости ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $U = 80 \text{ см/с}$, $Re = 8 \cdot 10^4$): а, б) – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости, в) – давление, г) – возмущение плотности, д) – завихренность, е, ж) – горизонтальная и вертикальная компоненты градиента плотности, з) – скорость диссипации механической энергии.

В поле горизонтальной компоненты скорости (Рис. 9, а) подторможенность жидкости перед пластиной с модифицированной геометрией, также как и область дефицита скорости выше и ниже препятствия с вкрапленными областями торможения потока в ядрах вихрей, выражена в значительно меньшей степени, чем около прямоугольной пластины с острыми краями. Отличие объясняется улучшением обтекаемости формы пластины и, следовательно, уменьшением интенсивности генерируемых возмущений в поток.

Картина поля вертикальной компоненты скорости на Рис. 9, б демонстрирует процесс вытеснения жидкости в области передней кромки пластины, который становится менее интенсивным и обширным при скруглении ее острых краев. Область локализации тонкоструктурных элементов течения за передней кромкой, где изначально формируются

дрейфующие вдоль боковых сторон пластины вихревые структуры, смещается далее вниз по потоку.

Сужение хвостовой части пластины приводит к существенному падению интенсивности и масштабов вертикальных перемещений жидкости в спутном следе непосредственно за задней кромкой пластины. Однако с дальнейшим развитием вниз по потоку вихревые возмущения начинают постепенно усиливаться и расти в вертикальном направлении, в след за чем следует фаза хаотизации течения, характеризующаяся достаточно быстрым затуханием возмущений вниз по потоку.

В поле возмущений плотности (Рис. 9, в) область течения на нижних кромках пятен частично перемешанной жидкости в вихрях, которая наиболее четко очерчена около прямоугольной пластины, становится менее выраженной при закруглении передней кромки

и сужении хвостовой части пластины. Эффект формы объясняется снижением интенсивности дрейфующих вихрей и, как следствие, уменьшением градиентов в областях контакта вихревых структур с потоком, где, как правило, происходят наибольшие расщепления концентрации растворенного вещества.

Детальное рассмотрение структуры поля давления (Рис. 9, з) показывает, что область повышенного давления в опережающем возмущении перед скругленной пластиной с зауженной хвостовой частью, как и диаметр локальных пятен разрежения в областях локализации вихревых элементов течения, формирующихся вдоль ее боковых сторон, существенно меньше, чем в случае прямоугольной пластины.

В следе за пластиной вихревая структура течения более упорядочена вследствие уменьшения интенсивности и масштабов вихревых структур, формирующихся на скругленной передней кромке. Существенное сужение области возмущений области спутного следа, компенсируется дальнейшим расширением следа с достаточно быстрым затуханием возмущений вниз по потоку.

В полях горизонтальной и вертикальной компонент градиента плотности, которые представлены на Рис. 9, е, ж, системы спиральных завитков и тонких прослоек, характерных для вихревых элементов, выражены в узкой области непосредственно за задней кромкой скругленной пластины, а также вдоль сужающейся части ее поверхности. В случае прямоугольной пластины данные структуры выражены более масштабно и сосредоточены, главным образом, в широкой

области непосредственно за задней кромкой.

Область отличных от нуля значений скорости диссипации механической энергии ε около модифицированной пластины (Рис. 9, з) существенно меньших размеров, чем около прямоугольной, в особенности над сужающейся частью поверхности и в области спутного вихревого следа.

Распределения давления вдоль центральной горизонтальной плоскости пластины, обтекаемой потоком стратифицированной жидкости, приведены на Рис. 10, как в области опережающего возмущения, так и спутного следа, для четырех различных геометрических модификаций горизонтальной пластины.

Непосредственно в центре передней кромки пластины величина давления не зависит от радиуса скругления ее острых краев и принимает в точности значение скоростного напора жидкости $P_0 = 0.5\rho U^2$.

С удалением от передней кромки величина давления падает, асимптотически стремясь к невозмущенному значению давления во внешнем потоке. Скорость падения давления в области опережающего возмущения различна для всех рассмотренных геометрических модификаций пластины (Рис. 10, а). Так, с увеличением радиуса скругления острых краев кромки падение давления ускоряется вследствие уменьшения площади части поверхности передней кромки, перпендикулярной направлению набегающего потока жидкости.

Заужение пластины в хвостовой части приводит к дополнительному увеличению скорости падения давления, что объясняется уменьшением массы пластины вследствие переменности ее толщины a , следовательно, и объема вытесняемой ею жидкости.

Зависимость давления в опережающем возмущении от расстояния до пластины на горизонте центральной плоскости аппроксимирована набором экспоненциальных функ-

ций вида:
$$P = \sum_{i=1}^N A_i \exp(a_i (1 + \tilde{r}_i)(x + L/2)/\zeta),$$
 $x \in (-\infty, -L/2)$, где $N = 2$ и $A_1 = 1$, $A_2 = 0.23$, $a_1 = 200$, $a_2 = 40$ [33]. С удалением от передней кромки прямоугольной пластины с острыми краями на расстояние $L/20$ теряется менее половины величины максимума избыточного давления, достигаемого непосредственно на кромке.

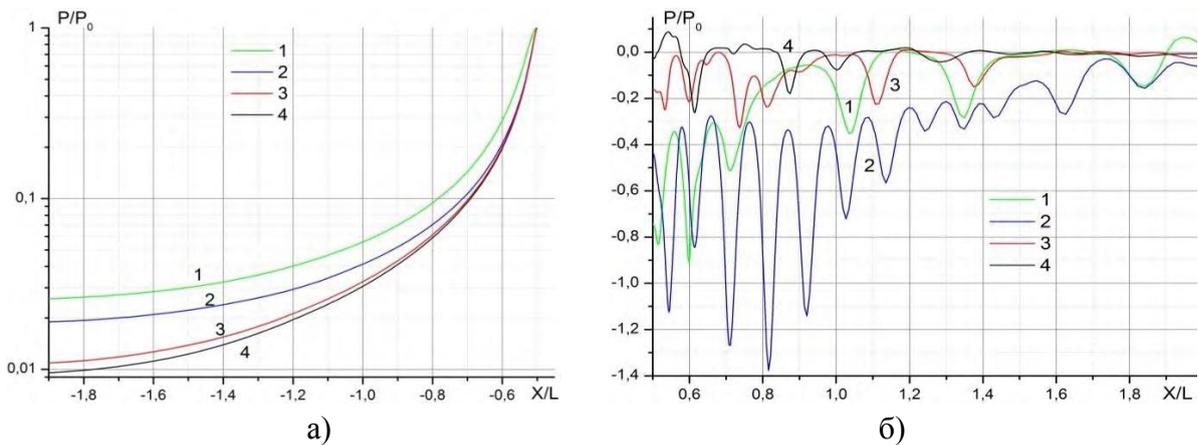


Рисунок 10 – Распределения давления вдоль центральной горизонтальной плоскости пластины ($N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $U = 80 \text{ см/с}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi=20$; 1 – $\tilde{r}_l = 0.004$; $\zeta = 1$; 2 – $\tilde{r}_l = 1$; $\zeta = 1$; 3 – $\tilde{r}_l = 1$; $\zeta = 0.88$; 4 – $\tilde{r}_l = 1$; $\zeta = 0.77$): а, б) – в области опережающего возмущения и спутного следа.

Распределения давления вдоль центральной горизонтальной плоскости пластины в области течения за препятствием отражает вихревую структуру спутного следа (Рис. 10, б). Наименьшие амплитуды осцилляций давления фиксируются позади зауженной пластины, а наибольшие – за пластиной со скругленной передней кромкой и прямыми боковыми сторонами. Последнее обусловлено тем, что вихревая дорожка позади скругленной пластины локализуется преимущественно вдоль ее центральной горизонтальной плоскости, а центры вихрей, формирующихся за пластиной с острой

кромкой, достаточно широко разбросаны в области спутного следа и, как правило, не совпадают с плоскостью, в которой представлены распределения.

На Рис. 11 представлены распределения давления и коэффициента сопротивления трения вдоль верхней стороны обтекаемой горизонтальной пластины для трех вариантов геометрических модификаций пластины. Характер приведенных распределений существенно немонотонен вдоль длины пластины, поскольку отражает типичную вихревую структуру течения.

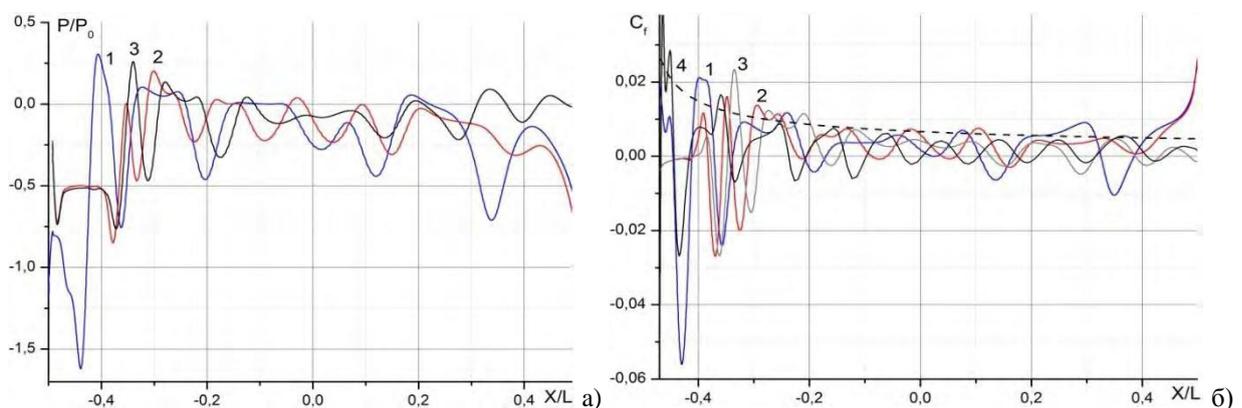


Рисунок 11 – Распределения возмущений давления (а) и коэффициента сопротивления трения (б) вдоль верхней стороны горизонтальной пластины: $N = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $U = 80 \text{ см/с}$, $L = 10 \text{ см}$, $h = 0.5 \text{ см}$, $\xi=10$; кривые 1 – $\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$; 2 – $\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 1$; 3 – $\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$; 4 – $\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$ (АОЖ, $N=0$) (пунктирная кривая – решение Блазиуса для полуплоскости).

Вариации величин давления и коэффициента сопротивления трения оказываются выше для случая пластины с острыми краями, особенно в области ее передней кромки. В случае сужающейся пластины рассматриваемые величины принимают близкие к нулю значения в области задней кромки, при этом на пластине с прямыми боковыми сторонами безразмерное значение давления в данной области падает до -0.7 , а коэффициент сопротивления трения увеличивается практически до значения 0.03 .

Для случая актуально однородной жидкости сравнения интегральных значений коэффициента сопротивления трения на пластине с теорией Блазиуса [5, 6], в которой не учтено влияние острых кромок, а, следовательно, и процессов вихреобразования, показали расхождение результатов в среднем в 3.5 раза. При этом на пластины со скругленной передней кромкой тонкой пластине это число уменьшается до 2.8, на тонкой прямоугольной пластине ($h=0.05$ см) – до 2.3, а при численном моделировании обтекания бесконечно тонкой полуплоскости различия составляют не более 5%.

Интегральные значения коэффициентов полного сопротивления, подъемной силы и момента сил относительно центра пластины, математические выражения для которых могут быть представлены в форме:

$$C_D = \frac{2}{U^2 \Sigma} \int_{\Sigma} \left(-\frac{pn_x}{\rho_0} + v \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) d\Sigma,$$

$$C^L = \frac{2}{U^2 \Sigma} \int_{\Sigma} \left(-\frac{pn_z}{\rho_0} + v \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) d\Sigma,$$

$$C^M = \frac{2}{U^2 \Sigma} \int_{\Sigma} \left(\begin{matrix} 0 \\ pn_z + v \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{matrix} \right) d\Sigma,$$

приведены в таблице 1 для всех рассмотренных геометрических модификаций обтекаемой пластины. Величины C_L и C_M получены суммированием соответствующих локальных значений только по верхней стороне пластины, поскольку для симметричного препятствия суммирование по всей его поверхности дает значение, сравнимое с ошибкой численных вычислений.

Величина коэффициента полного сопротивления уменьшается при скруглении передней кромки и заужении хвостовой части горизонтальной пластины, однако при безразмерном радиусе кривизны $\tilde{r}_l > 0.4$ дальнейшее скругление кромки незначительно влияет на снижение силы сопротивления.

С увеличением радиуса скругления передней кромки и заужением хвостовой части пластины величина коэффициента подъемной силы, действующей на верхнюю сторону обтекаемой пластины, монотонно уменьшается.

Величина коэффициента момента сил, действующего на верхнюю сторону обтекаемой пластины относительно ее центра, принимает отрицательные значения, т.е. стремится развернуть верхнюю сторону горизонтальной пластины по часовой стрелке при ее обтекании слева направо.

Коэффициент момента сил падает по абсолютной величине с увеличением радиуса скругления передней кромки, а при сужении хвостовой части пластины – наоборот, возрастает. Как видно из Рис. 11, а, данный результат объясняется тем, что на части скругленной и наклонной поверхностей пластины давление принимает большие значения, чем на плоской пластине с острыми кромками, что соответствующим образом влияет на значения коэффициентов сил и моментов.

Вычисления по отдельности интегральных сил трения и давления, как по всему контуру, так и непосредственно на передней и задней кромках рассмотренных пластин, позволили выделить силы вязкого трения и сопротивления формы обтекаемого препятствия из общей силы сопротивления.

Так, соотношение сил давления и полной силы сопротивления, проинтегрированных по всему контуру прямоугольной пластины с острыми кромками ($\tilde{r}_l = 0.004$, $\zeta = 1$), а также скругленных пластин с прямыми боковыми сторонами ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 1$) и сужающейся хвостовой частью ($\tilde{r}_l = 1$, $\zeta = 0.77$), составляют 0.92, 0.86 и 0.75, соответственно.

Однако, поскольку придание более обтекаемой формы пластине приводит к снижению полной силы сопротивления при незначительном изменении вязкого сопротивле-

ния, то в процентном соотношении вклад сил давления увеличивается и составляет приблизительно 8.2%, 14% и 25% для соответствующих геометрических модификаций пластины.

Интегральная сила давления на передней кромке, определенной как часть поверхности пластины между центрами дуг скругления верхнего и нижнего острых краев, оказывается меньше полной силы сопротивления приблизительно на 1.5% для прямоугольной и почти на 4% для скругленной пластин.

На задней кромке скругленной пластины с прямыми боковыми сторонами интегральная сила давления возрастает в 1.34 раза по сравнению со случаем прямоугольной пластины, а при зауженной хвостовой части падает практически на два порядка, при этом интегральные значения сил давления и полного сопротивления на этом участке поверхности пластин практически совпадают.

Обсуждение результатов. Представленные результаты вычислений – первое продолжение ранее выполненных в той же математической постановке на основе фундаментальной системы уравнений расчетов течений, индуцированных диффузией в непрерывно стратифицированной среде на неподвижной горизонтальной пластине [31, 32], генерации внутренних волн движущейся полосой в линейной [26] и расчета поля давлений в полной нелинейной постановке [33] без привлечения дополнительных гипотез, связей и параметров. Многомасштабность структуры течения предъявляет высокие требования к выбору кодов и технических ресурсов вычислительных систем.

Разработанный подход позволяет проследить влияние всех параметров задачи (размеров и формы тела, скорости потока, величины стратификации) в широком диапазоне изменчивости. Результаты расчетов в естественных переменных позволяют проведение сравнений с экспериментами и аналитическими исследованиями.

Возможность проводить в одинаковой постановке расчеты для четырех видов жидкостей – сильно и слабо стратифицированных, потенциально и актуально однородных расширяет возможности контроля точности непосредственно в ходе выполнения расчетов и дополняет традиционное требование

дискретного выполнения законов сохранения с наперед заданной точностью.

Масштабный анализ фундаментальной системы уравнений, начальных и граничных условий конкретной задачи позволяет сформулировать адекватные критерии выбора размеров сетки, оптимизации процедуры разбиения на блоки при сохранении устойчивости счета.

Высокоразрешающие численные расчеты подтвердили основные выводы линеаризованной теории обтекания препятствий о сосуществовании в потоке крупных и тонкоструктурных компонент как в непосредственной окрестности, так и на значительном удалении от тела.

Расчеты стратифицированных течений подтвердили важность учета взаимовлияния неколлинеарных полей в областях с большими значениями градиентов давления и плотности, определяющего картину распределения темпа роста или диссипации завихренности

$$\Omega = \nabla P \times \nabla (\rho^{-1})$$

Нестационарность течения при постоянстве граничных условиях обусловлено взаимодействием между собой и внешним течением одновременного формирующихся крупно- и тонкоструктурных элементов, которые характеризуются собственными для каждого поля геометрией, пространственно-временными масштабами, степенью выраженности и скоростью затухания. Основная генерация завихренности происходит в окрестности передней кромки в зоне максимальной дивергенции течения.

Слияние независимых вихревых систем в ближнем следе сопровождается понижением характерной частоты следования вихрей. Во всем течении остаются выраженными процессы и генерации, и распада завихренности, интенсивность которых определяет форма тела при прочих равных условиях.

В приближении однородной жидкости макроструктура вихревого течения качественно оказывается подобной наблюдаемой в стратифицированных средах, однако приближение постоянства плотности затрудняет определение физических механизмов формирования завихренности.

Результаты расчетов качественно согласуются с результатами визуализации страти-

фицированного течения за тонкой пластиной, ориентированной в направлении или установленной поперек потока [22, 24, 25].

Выводы

На основе программ с открытыми кодами впервые разработана методика построения полного двумерного решения фундаментальной системы уравнений механики несжимаемых стратифицированных (сильно и слабо) и однородных (потенциально и актуально) жидкостей, позволяющая анализировать динамику и тонкую структуру течений в задаче обтекания полосы в широком диапазоне числе Рейнольдса $1 < Re < 10^5$.

Проанализированы картины нестационарных полей скорости, давления, плотности (и их градиентов), завихренности, скорости диссипации энергии, возникающих при обтекании равномерно движущейся горизонтальной полосы под нулевым углом атаки, и определены действующие силы моменты.

Определены механизмы формирования вихрей в областях больших градиентов давления и плотности в окрестности кромок препятствия и прослежена динамика их взаимодействия с набегающим потоком, нарушающего стационарность течения.

Полученные результаты расчетов качественно согласуются с данными лабораторного моделирования стратифицированных течений, а в пределе актуально однородной жидкости – с расчетами обтекания полуплоскости несжимаемой жидкостью в приближении пограничного слоя.

Обтекание полосы в общей постановке – сложный физический процесс, требующий дополнительного детального экспериментального и теоретического изучения с учетом эффектов диффузии, теплопроводности и сжимаемости среды, с контролем критериев наблюдаемости и разрешимости всех разномасштабных компонент течений с учетом индивидуальных пространственно-временных передаточных характеристик измерительных инструментов.

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, РФФИ (проект 15-01-

09235) и ОЭММПУ РАН (Программа IV-4-12 "Динамика формирования и взаимодействия волн и вихрей в сплошных средах") с использованием сервисов технологической платформы UniHub и суперкомпьютерного комплекса НИВЦ МГУ. Авторы благодарны чл.-корр. РАН С.Л. Чернышеву за поддержку работы и стимулирующие обсуждения.

Список литературы

- 1 D'Alembert J.-L. *Traité de l'équilibre et de mouvement des fluids*. Paris: David. 1744. 458 p. 164 fig. <http://dalembert.academie-sciences.fr/bibliographie.php>
- 2 Euler, L. - Robins, B. *Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers nebst einer Untersuchung über den Unterscheid des Widerstands der Luft in schnellen und langsamen Bewegungen*. Aus d. Engl. übers. u. mit Anm. v. L. Euler. Berlin, Haude, 1745. 720 S.
- 3 Stokes G.G. *On the effect of the internal friction on the Motion of Pendulums* // *Trans. Cambridge Phil. Soc.* 1851. V. 9, p.8 – 106.
- 4 Кирхгоф Г. *Лекции по механике*. М.: Изд. АН СССР. 1962. 402 с. (первое оригинальное издание - 1876 г.).
- 5 Лэмб Г. *Гидродинамика*. М.-Л.-д: ГИТТЛ. 1947. 928 с. (первое оригинальное издание - 1879 г.).
- 6 Prandtl L. *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung* // *III International Congress of Mathematicians*. Heidelberg, Germany. s. 484-491. 1904. (*Gesammelte Abhandlungen zur Mechanik, Hydro- und Aerodynamik*, 3 vols., Göttingen, 1961).
- 7 Жуковский Н.Е. *Теоретические основы воздухоплавания*. М.: ГНТИ. 1925. 228 с.
- 8 Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.. *Теоретическая гидромеханика*. ч. 1. М.: ГИТТЛ 1963. 584 с.
- 9 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика*. Т. VI. *Гидродинамика*. М.: Наука. 1986. 736 с.
- 10 Бондарев Е.Н., Дубасов В.Т., Рыжов Ю.А., Свирщевский С.Б., Семенчиков Н.В. *Аэрогидромеханика*. М.: Машиностроение. 1993. 608 с.
- 11 Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя*, М.: Наука, 1969. 742с.
- 12 Hanson R.E., Buckley H.P., Lavoie P. *Aerodynamic optimization of the flat plate lead-*

ing edge for experimental studies of laminar and transitional boundary layers // *Experiments in Fluids*. 2012. V. 53, No. 4. P. 863–871.

13 Khapko T., Duguet Y., Kreilos T., Schlatter P., Eckhardt B., Henningson D.S. Complexity of localised coherent structures in a boundary-layer flow // *Eur. Phys. J. E*. 2014. V. 37, No. 4. P. 1-12.

14 Goldstein S. On laminar boundary-layer flow near a position of separation // *Q. J. Mech. Appl. Math.* 1948. V. P. 43–69.

15 Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.:Физматлит. 2004. 455с.

16 Braun S., Scheichl S. On recent developments in marginal separation theory // *Phil. Trans. R. Soc.* 2014. V. A 372. No. 2020: 20130343.

17 Liu C, Yan Y., Lu P. Physics of turbulence generation and sustenance in a boundary layer // *Computers & Fluids*. 2014. V. 102. P. 353–384.

18 Грек Г.Р., Козлов В.В., Чернорай В.Г. Гидродинамическая неустойчивость пограничных слоев и отрывных течений // В книге «Успехи механики». № 1. 2006. С. 52–89.

19 Sattarzadeh S. S., Fransson J. H. M. Experimental investigation on the steady and unsteady disturbances in a flat plate boundary layer // *Physics of Fluids*, 2014, V. 26, 124103.

20 Гайфуллин А.М., Зубцов А.В. Обтекание пластины с подвижной поверхностью // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2009. № 4. С. 73–78.

21 Chashechkin Yu.D. Schlieren Visualization of a Stratified Flow around a Cylinder // *J. Of Visualization*. 1999. V.1 No. 4. P. 345-354.

22 Chashechkin Yu.D., Mitkin V.V. A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // *J. of Visualization*. 2004. V. 7. No. 2. P. 127-134.

23 Чашечкин Ю.Д., Миткин В.В., Бардаков Р.Н. Полосчатые структуры в стратифицированном течении около горизонтальной пластины // *Доклады АН*, 2006, Т. 409. № 6. С. 774-778.

24 Бардаков Р.Н., Миткин В.В., Чашечкин Ю.Д. Тонкая структура стратифицированного течения около пластины // *Журнал ПМТФ*. 2007. Т. 48. № 6. С. 77-91.

25 Прохоров В.Е., Чашечкин Ю.Д. Визуализация и акустическая регистрация тонкой структуры стратифицированного течения за вертикальной пластиной // *Известия АН. Механика жидкости и газа*. 2013. № 6. С. 15-28.

26 Бардаков Р.Н., Чашечкин Ю.Д. Расчет и визуализация двумерных присоединенных внутренних волн в вязкой экспоненциально стратифицированной жидкости // *Известия РАН, Физика атмосферы и океана*. 2004. Том 40. № 4. С. 470-482.

27 Houcine H., Chashechkin Yu. D., Fraunie Ph., Fernando H., Gharbi A., and Lili T. Numerical modeling of the generation of internal waves by uniform stratified flow over a thin vertical barrier // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2012. V. 68. P. 451–466.

28 Houcine h., Redondo J.M., Mahjoub O.N, Gharbi A., Chashechkin Yu.D., Fraunie Ph. Numerical and laboratory experiments of stably stratified flow around an obstacle // *Proceedings of the 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI) in e-book format*. 20-25 July 2014. Barcelona. Spain. E. Oñate, J. Oliver and A. Huerta (Eds). <http://www.wccm-eccm-ecfd2014.org/frontal/Ebook.asp>.

29 Чашечкин Ю.Д. Дифференциальная механика жидкостей: согласованные аналитические, численные и лабораторные модели стратифицированных течений // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2014. № 6. С. 7 - 95.

30 Кистович Ю.В., Чашечкин Ю.Д. Новый механизм нелинейной генерации внутренних волн // *Доклады АН*. 2002 Т. 382. № 6. С. 772-776.

31 Загуменный Я.В., Чашечкин Ю.Д. Тонкая структура нестационарного течения, индуцированного диффузией на неподвижной пластине // *Известия РАН: Механика жидкости и газа*. 2013. № 3. С. 100–117. 3

32 Chashechkin Yu., Zagumennyi Ia. Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces // *Physica Scripta*. 2013. T155, paper 014010. doi:10.1088/0031-8949/2013/T155/014010.

33 Чашечкин Ю.Д., Загуменный Я.В. Структура поля давления на пластине в переходном режиме течения // *Доклады АН*. 2015. Т.461. № 1. С. 39-44.

34 Открытые вычислительные ресурсы.
 URLs: <http://www.openfoam.com>,
<http://www.paraview.org>, <http://www.salome-platform.org>.

Принято в печать 15.10. 2015

Приложение

Таблица 1.

Параметр		Жидкости			
		Стратифицированные		Однородные	
		сильно, СЖ	слабо, СлСЖ	Потенциально ПОЖ	Актуально АОЖ
Частота N , c^{-1}		1	0.02	10^{-5}	0
Линейные масштабы, см	δ_N^v	0.1 см	0.7 см	31.6 см	∞
	δ_U^v	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-4}$	$1.25 \cdot 10^{-4}$
	δ_N^{KS}	$3.7 \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^{-2}$	1.2	
	δ_U^{KS}	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$	–

Таблица 2.

Тип жидкости		СЖ		ПОЖ		локализация
поле	размерность	минимум	максимум	минимум	максимум	
U_x	м/с	-1.07	1.83	-1.058	1.502	LE, VS
U_z	м/с	-0.89	0.98	-0.995	0.914	LE, VS
P	Па	-1276	322	-1108	333	LE, VS
$\partial P / \partial x$	Па/м	$-2.8 \cdot 10^6$	$1.12 \cdot 10^6$	$-2.3 \cdot 10^6$	$0.91 \cdot 10^6$	LE, VS
$\partial P / \partial z$	Па/м	$-2.5 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^6$	$-2.1 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^6$	LE, VS
ρ_d	кг/м ³	-2.6	3.8	$-1.68 \cdot 10^{-10}$	$1.8 \cdot 10^{-10}$	WE, IF
$\partial \rho_d / \partial x$	кг/м ⁴	-1900	2700	$-2.7 \cdot 10^{-10}$	$-3.4 \cdot 10^{-10}$	TE
$\partial \rho_d / \partial z$	кг/м ⁴	-3100	1450	$-2.53 \cdot 10^{-10}$	$-1.58 \cdot 10^{-10}$	IF
$\dot{\Omega}_y$	c^{-2}	$-2.9 \cdot 10^8$	$5.5 \cdot 10^8$	-0.028	0.036	LE, TE, IF
ε	кг/м \cdot с ⁻³	0	$1.1 \cdot 10^6$	0	$0.94 \cdot 10^6$	LE, VS

Обозначения: IF – высокоградиентные прослойки (Interfaces), LE – передняя кромка (Leading edge), TE – задняя кромка (Trailing edge), VS, – вихри (Vortices), WE – след (Wake).

Таблица 3.

геометрия		C_d	C_L	C_M
\tilde{r}	ζ			
0.004	1	0.0322	0.0935	-0.0136
0.04	1	0.0311	0.0912	-0.0128
0.4	1	0.0254	0.0844	-0.0106
0.8	1	0.0252	0.0783	-0.0092
1	1	0.0251	0.0752	-0.0083
1	0.88	0.0125	0.0743	-0.0126
1	0.82	0.0110	0.0721	-0.0145
1	0.77	0.0104	0.0693	-0.0162

Юлий Дмитриевич Чашечкин¹, Ярослав Викторович Загуменный²

¹ А.Ю.Ишлинский атындағы механика мәселелері институты РАН, Ресей, Мәскеу қ.

² Гидромеханика институты НАНУ, Украина, Киев қ.

КӨЛДЕНЕҢ ЖОЛАҚ ГИДРОДИНАМИКАСЫ

Кіріспе. Жұқа қабатты ағындарын (күшті және әлсіз) және біртекті (әлеуетті және нақты) кез келген қосымша гипотезаларды пайдаланбай тұрақты іргелі жүйелер теңдеулері бойынша сұйықтықтарды динамикасы мен құрылымын келісілген талдау әдістемесі жасалынды. Рейнольдс сандарының $1 < Re < 10^5$ кең ауқымды ағынында үлгі жолақтың алғаш рет бірегей бейнесі ашық кодтау бағдарламалық құрал негізінде есептелінді. Стационарлы емес өрістің нөлдік бұрышпен көлденең жолақ қозғалысынан туындайтын тұрақты жылдамдықтан пайда болған қысымы мен тығыздығына (және олардың градиенті), жылдамдығына, құйындылығына және энергияның шашырау жылдамдықтарына талдау жасалынды. қатаң пластиналарының түрлі фигураларына әрекет етуші күштер мен моменттер анықталынды. стационарлы ағымды бұзатын өзара әсерлесетін компонент және көршілестік жиек кедергілер аймақтарының қысым мен тығыздығы үлкен градиент үшін құйынның қалыптастыру процестері зерттелінді. Есептеу нәтижелері қабатты ағындарының зертханалық модельдеу деректерімен сапалы түрде келіседі және сұйықтықтың біртекті шегі болып - ораманың шекаралық қабатына жақындаған жартылай-сығылмайтын сұйықтықпен есептеулері табылады.

Кілт сөздер: қабатты сұйық, көлденең жолақ, құйынды

J. D. Chashechkin¹, Y. V. Zagumennyi²

¹Institute of Mechanics. A.Yu.Ishlinsklogo Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

²Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraine

¹e-mail: chakin@ipmnet.ru, yulidch@gmail.com, ² e-mail: zagumennyi@gmail.com

HYDRODYNAMICS OF HORIZONTAL STRIPE

Abstract. The technique of consistent analysis of the dynamics and structure of strong and weak stratified and potential and actual homogeneous fluids flows is developed on basis of the fundamental equations set without introducing any additional hypotheses, constants and relations. Using the open source software flow pattern around a plate is calculated for the first time in a general formulation in a wide range of Reynolds numbers $1 < Re < 10^5$. Structures of unsteady fields of pressure and density (as well as their gradients), velocity, vorticity and energy dissipation rate, which arise around a horizontal plate moving with a constant velocity are analysed. Forces and moments acting on the plate are calculated for cases of its different geometrical modifications. The processes of vortex formation that violate stationarity of the flow are investigated in the regions of high pressure and density gradients in the vicinity of the plate edges and in the areas of interacting flow components,. The calculation results are in a qualitative agreement with the data of laboratory modeling of stratified flows and the calculations of boundary layer flow of incompressible fluid over half-plane in the limit of actual homogeneous fluid.

Key words: stratified fluid, horizontal stripe, vortexes