УДК 530.1 (075.8)

В.М. Сомсиков
Институт ионосферы, Алматы, 050020, Казахстан
vmsoms@rambler.ru

НЕЛИНЕЙНОСТИ В ЭВОЛЮЦИОННЫХ ПРОЦЕССАХ СТРУКТУРИРОВАННОЙ МАТЕРИИ

Аннотация. Изучаются нелинейности, ответственные за эволюцию систем классической механики. Предлагается математическое обоснование необратимости динамики систем. Показывается связь нелинейностей с понятиями нарушения симметрии. Вводится понятие эволюционных нелинейностей, ответственных за необратимые процессы в системах и за нарушение симметрий. Изучаются особенности нелинейностей неравновесных систем, обусловленные иерархичностью строения объектов природы.

Ключевые слова: нелинейность, неравновесность, диссипативность, классическая механика, голономность, нарушение симметрии, необратимость, энтропия, иерархичность.

Введение

Эволюционные процессы возникновения и развития структур в открытых неравновесных системах являются нелинейными. Это связано с их диссипативностью, определяемой приращением энтропии [1]. Поэтому изучение природных эволюционных явлений невозможно без развитого математического аппарата решения систем нелинейных дифференциальных уравнений. Несмотря на значительные усилия по созданию такого аппарата [1-4], методов, позволяющих их решать, сегодня практически не существует. Известен лишь ограниченный круг таких уравнений, для которых удается получить аналитическое решение. Причем для их решения каждый раз применяются частные подходы [5,6].

Как правило, для решения систем нелинейных дифференциальных уравнений их стремятся свести к интегрируемым уравнениям путем замены переменных, используя симметрии задачи. При этом выбор независимых переменных определяется характером симметрии уравнений [5, 6]. Но чаще всего нелинейные уравнения стремятся упростить путем линеаризации. Для этого упрощают модели изучаемых систем или используют упрощающие гипотезы. При таких упрощениях нелинейные эффекты, определяющие эволюцию систем, как правило, теряются. Так использование при построениях канонических формализмов упрощающей гипотезы о голономности связей в системах материальных точек (**МТ**) привело к исключению нелинейных членов, ответственных за диссипативные процессы [7]. В результате описание необратимых процессов эволюции открытых неравновесных систем в рамках формализмов классической механики оказалось невозможным [7, 8].

Развитие компьютерной техники позволило эффективно решать нелинейные уравнения, используя численные методы. Но численные методы удобны, когда решают задачи в рамках известных теорий. Их сложно применять для развития физических теорий, поскольку они практически не раскрывают физическую природу исследуемых явлений.

Трудности аналитического решения нелинейных уравнений привели к развитию качественных методов их анализа. Они, в частности, заключаются в выявлении статистических закономерностей динамики систем, в изучении их фазовых портретов. Эти методы оказались эффективными при изучении динамического хаоса. Также широко используются и развиваются методы бифуркационного анализа, позволяющие изучать особенности нелинейных уравнений и выявлять новые нелинейные эффекты [3, 9,10].

Наличие универсальных законов эволюции систем, вне зависимости от того, являются ли эти системы объектами Вселенной, или это системы атомарного размера [11], указывает на универсальность нелинейных процессов. Это говорит о возможности по-строения универсальных методов решения нелинейных уравнений. Для поиска таких методов может оказаться полезной классификация различных типов нелинейностей в соответствие с природой физического процесса. Такая классификация полезна и для изучения нелинейных процессов эволюции систем в природе, и для развития основ физических теорий эволюционных процессов в открытых неравновесных системах [12]. Классификация нелинейностей и соответствующих им процессов позволяет определить: как упростить соответствующие уравнения, не исключив при этом возможность изучения эффектов, связанных с эволюцией; что будет потеряно в результате упрощения; как развить аналитические и численные методы решений нелинейных уравнений, опираясь на знание природы описываемых ими процессов.

Если отталкиваться от физической природы соответствующих нелинейностей, то естественным критерием разделения нелинейностей на присущи уравнениям динамики систем классической механики типы, является их принадлежность к уравнениям систем с голономными и неголономными связями. В соответствии с этим критерием к первому типу нелинейностей отнесем те, которые свойственны системам с голономными связями. Это будут нелинейности обратимых систем. Ко второму типу отнесем нелинейности, определяющие динамику систем с неголономными связями. Поскольку таким системам присущи необратимые процессы [1, 8], то второй тип нелинейностей будем называть *эволюционными нелинейностями* (**ЭНЛ**).

Основной целью работы является анализ ЭНЛ, отвечающих за необратимую динамику систем. Вначале рассмотрим примеры типичных нелинейностей голономных систем. Затем рассмотрим нелинейности динамических систем с неголономными связями. Определим особенности ЭНЛ. Рассмотрим связь ЭНЛ с необратимой динамикой. Изучим ЭНЛ *неравновесных систем* (**НС**) с учетом иерархичности их структуры.

Работа построена в рамках механики структурированных частиц (**СЧ),** где СЧ - равновесная система, состоящая из достаточно большого количества потенциально взаимодействующих МТ. Суть механики СЧ в том, что она строится, опираясь на модели тел, элементами которых являются СЧ. Классическая же механика строится на моделях тел, элементами которых являются МТ. Замена МТ на систему привело к качественному расширению механики. Оно, в частности, состоит в том, что механика СЧ позволяет изучать необратимые процессы в НС в рамках законов классической механики [7,19,21].

Общность результатов изучения ЭНЛ состоит в том, что практически любое тело с достаточной точностью может быть представлено совокупностью СЧ.

Простейшие типичные примеры нелинейностей в физике

С проблемами нелинейности приходится сталкиваться уже при изучении самых простых физических систем. Например, задача о колебаниях маятника в поле тяжести. Общее уравнение маятника имеет вид [13,14]:

$$\ddot{x} + a\sin x = 0 \qquad (1)$$

Это уравнение, по своей сути, является уравнением движения Ньютона для МТ. Изучение его решения привело к открытию так называемого динамического хаоса [8, 9, 13]. Вблизи сепаратрисы решение уравнения (1) нелинейно. Нелинейность связана с силой, разложение которой в ряд имеет вид:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}, x \in \mathbb{C} \qquad (2)$$

Как правило, решения дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы, представляют собой достаточно гладкие аналитические функции. Такие функции в заданной точке фазового пространства можно представить в виде ряда Фурье. То есть, они могут быть заданы набором гармоник. Для линейного уравнения сумма гармонических решений является решением. Для нелинейного уравнения условие аддитивности решений не выполняется. В результате «зацепления» гармоник возникает дробление периодов и масштабов. При этом энергия одной гармоники трансформируется в энергии других гармоник при условии сохранения суммарной энергии гармоник. Это приводит к возникновению динамического хаоса. Такой хаос имеет детерминированную природу, так как определяется детерминированными динамическими уравнениями. Как правило, динамический хаос возникает в результате бифуркаций. Причем его возникновение подчиняется универсальным законам перехода от регулярного движения к хаосу [1, 11, 13]. Определяющим фактором для уравнения (1) является то, что даже в случае хаотичности решения оно обратимо. Это означает, что соответствующие этому уравнению, нелинейные процессы дробления гармоник не являются диссипативными. То есть, они не приводят к возникновению аттракторов.

Типичным примером нелинейного процесса в сплошной среде является опрокидывания морской волны при ее накатывании на берег. Это явление описывается консервативными нелинейными уравнениями гидродинамики. Опрокидывание возникает тогда, когда амплитуда волны становится сравнимой с глубиной из-за увеличения характерного параметра (l / l_0), где l амплитуда волны, а l_0 глубина. При уменьшении глубины усиливается роль нелинейных процессов дробления гармоник. Пропорциональная зависимость скорости соответствующей гармоники от ее амплитуды, приводит к опережению гребня волны ее основания и волна опрокидывается. Здесь наблюдается перекачка энергии крупномасштабных гармоник в энергию более мелких масштабов [15]. Этот пример характерен для консервативных систем с изменяющимися граничными условиями. Решение подобных задач ищется в рамках канонических формализмов классической механики.

Огромное многообразие ЭНЛ наблюдается в плазме [16]. Типичным примером нелинейности, является процесс распространения достаточно мощной радиоволны в ионосферной плазме. Здесь определяющим параметром задачи является отношение E / E_0, где E - напряженность радиоволны, а E_0 - характерная величина электрического поля плазмы. При $E / E_0 \geq 1$, электромагнитная волна, проходя через плазму, изменяет ее параметры (плотность, температуру, давление и др.) на столько, что эти изменения сказываются на прохождении самой радиоволны. В этом случае нелинейность обусловлена взаимозависимостью параметров среды распространения электромагнитной волны, в частности, диэлектрической проницаемости плазмы, от интенсивности волны [16]. Это пример неконсервативной системы. Здесь энергия волны не сохраняется. Она идет на изменение параметров плазмы.

Нелинейности систем с голономными и неголономными связями

Возможность интегрирования уравнений динамики систем классической механики определяется не только свойствами самой системы, но и характером связей, которые накладываются на систему. Связи делятся на голономные и неголономные.

Голономными являются связи, которые можно выразить через полный дифференциал пространственных переменных. При наличии голономных связей, как правило, можно перейти к новой системе независимых координат, в которых задача сводится к независимым уравнениям. Это существенно упрощает задачу и, как правило, позволяет ее проинтегрировать [17]. Голономные системы нередко описываются линейными уравнениями. Их динамика однозначно отображается в инвариантном фазовом пространстве [1, 8, 9].

Динамика систем с голономными связями описывается уравнениями Лагранжа и Гамильтона [17]. Нелинейности в таких системах, обуславливают дробление масштабов, характеризующих динамику каждого в отдельности элемента. Использование гипотезы о голономности связей при выводах канонических уравнений классической механики исключает возможность описания необратимых процессов в рамках этих формализмов [7]. То есть, *канонические формализмы классической механики неприменимы для изучения нелинейных процессов, ответственных за эволюцию, характерной чертой которой являются диссипация и наличие аттракторов*. Системы невзаимодействующих осцилляторов, каждый из которых описывается уравнением (1) являются простым примером гамильтоновых систем.

Неголономные связи нельзя выразить через полный дифференциал какой-либо функции пространственных переменных [17]. Если связи неголономны, то расцепить обобщенные координаты системы не удается. Поэтому инвариантом такой системы является сумма энергий элементов системы, а не энергия отдельного элемента. Т.е. неголономные системы, в отличие от голономных, могут быть только нелинейными, так как их характерной чертой являются процессы обмена энергиями между элементами систем или между взаимодействующими системами. То есть, ЭНЛ *присущи только системам с неголономными связями.* В качестве примера можно привести систему МТ в неоднородном поле сил [19].

Типы динамик систем МТ

Рассмотрим, как модели систем с различными наложенными на них связями.

Пусть дана система, в которой все МТ жестко соединены между собой. Это модель твердого тела. Ее движение определяется суммой всех внешних сил, действующих на каждую МТ, а точка приложения всех сил является центр масс (**ЦМ**). Форма и объем твердого тела сохраняются вне зависимости от характера внешних сил. Движение тела, если отсутствует момент вращения, эквивалентно движению МТ с массой этого тела. При условии голономности связей уравнение движения твердого тела интегрируемо. При наличии момента вращения, движение твердого тела складывается из переноса тела с ускорением, пропорциональным сумме действующих на все его точки сил, и вращения. В этом случае фазовое пространство делится на два подпространства независимых переменных. Одно определяется переменными, определяющими поступательное движение ЦМ. Переменные этого подпространства определяют *энергию движения тела*. Второе подпространство переменных определяет энергию вращения тела. Внутренние связи между МТ в твердом теле голономные, поскольку они выражаются через дифференцируемые функции координат. Но внешние ограничения могут быть неголономными. Примером твердого тела с неголономными связями является катящийся по поверхности шар с верчением и без проскальзывания [18].

Пусть система представляет собой «облако» невзаимодействующих МТ, движущихся в поле внешних сил. Примером такой системы является идеальный газ. Результирующая внешняя сила, совпадает с ЦМ облака. Ускорение его ЦМ равно сумме ускорений всех МТ. Из обратимости динамики каждой МТ, определяемой уравнением движения Ньютона, следует обратимость динамики всей системы. Решение уравнения движения «облака» представляет собой сумму решений уравнений движения для каждой МТ. Движение такого «облака» однозначно определяется в фазовом пространстве размерности 6 N -1, где N - число МТ. Такая система гамильтонова вне зависимости от поля внешних сил.

Рассмотрим общий случай систем потенциально взаимодействующих МТ в неоднородном поле внешних сил. В этом случае работа внешних сил пойдет не только на перемещение системы, но и на изменение энергии движения всех МТ относительно ЦМ, *т.е. на изменение ее внутренней энергии*. При этом характер движения определяется симметриями как пространства, так и системы. Это названо *принципом дуализма симметрий* [19, 20]. Отсюда вытекает дуализм энергии. В соответствии с дуализмом энергии, энергия системы должна представляться суммой энергии движения и внутренней энергии. В этом случае *инвариантом является сумма энергий движения и внутренней энергии.* Внутренняя энергия системы определяется энергиями движения МТ относительно ЦМ. Пространство обобщенных координат и скоростей системы распадется на два подпространства независимых переменных [19]. Одно подпространство определяется *макропеременными, описывающими движение ЦМ системы*. Макропеременные определяют энергию движения тела. Подпространство *микропеременных, задающих движение МТ относительно ЦМ,* определяет внутреннюю энергию системы

Ниже рассмотрим нелинейности, связанные с движением системы МТ в поле внешних сил. Это и есть ЭНЛ. Покажем, что они описывают нарушение симметрии, связанное с преобразованием энергии движения системы в ее внутреннюю энергию. Нарушение симметрии времени– определяющая черта диссипативных систем.

Отметим, что задачи о динамике неголономных систем в однородном пространстве, эквивалентны задачам о динамике систем с голономными связями в неоднородном пространстве. Это следует из того, что неоднородные уравнения, описывающие динамику системы с однородными граничными условиями, могут быть преобразованы к однородным уравнениям с неоднородными граничными условиями. Поэтому изучение динамики систем в неоднородном поле сил эквивалентно изучению систем с неголономными связями.

ЭНЛ для динамики тел в неоднородном поле внешних сил

Система МТ в поле внешних сил подвержена действию двух типов независимых сил: внутренних и внешних. Внутренние силы определяют взаимодействия МТ. Сумма сил взаимодействия МТ равна нулю. Внешние силы могут быть различными для различных МТ из-за неоднородности внешнего поля. В этом случае внешние силы изменяют внутреннюю энергию системы. Сумма внешних сил определяет изменение энергии движения системы. Движения МТ относительно ЦМ не дают вклада в работу по перемещению системы в пространстве. Внутренняя энергия и энергия движения определяются в независимых микро и макропеременных переменных. Энергию системы следует представить в виде суммы энергии движения системы и внутренней энергии. Тогда она имеет вид [19,20]:

$$E_N = T_N^{tr} + U^{env} + E_N^{ins}, \qquad (3)$$

где $T_N^{tr} = M_N V_N^2/2$; $M_N = mN$; m-массы МТ, $m=1$; N- число МТ в системе; $R_N = (\sum_{i=1}^N r_i)/N$, $V_N = (\sum_{i=1}^N v_i)/N$- координаты и скорости ЦМ системы; $r_i = R_N + \tilde{r}_i$, $v_i = V_N + \tilde{v}_i$- координаты и скорости МТ в лабораторной системе координат; $\tilde{v}_i, \tilde{r}_i$, - скорости и координаты i-й МТ относительно ЦМ системы; $E_N^{ins} = T_N^{ins} + U_N$-внутренняя энергия; $U_N(r_{ij}) = \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} U_{ij}(r_{ij})$ внутренняя потенциальная энергия системы, $r_{ij} = r_i - r_j$ расстояние между i и j МТ; $T_N^{ins} = \sum_{i=1}^N m\tilde{v}_i^2/2$-кинетическая часть внутренней энергии тела; U^{env} потенциальная энергия внешнего поля сил, которая в общем случае зависит от микро и макропеременных.

Дифференцируя уравнение (3) по времени, находим уравнение для изменения энергии системы [19, 20]:

$$V_N M_N \dot{V}_N + \dot{E}_N^{ins} = -V_N F^{env} - \Phi^{env}, \qquad (4)$$

где $\dot{E}_N^{ins} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i (m\dot{\tilde{v}}_i + F(\tilde{r}_i)_i)$ = изменение внутренней энергии; $F(\tilde{r}_i)_i$- сила, действующая на i-ю МТ; $F^{env} = \sum_{i=1}^N F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i)$; $\Phi^{env} = \sum_{i=1}^N \tilde{v}_i F_i^{env}(R_N, \tilde{r}_i)$; $F_i^{env} = \partial U^{env}/\partial \tilde{r}_i$.

Первый член в правой части уравнения (4) определяет изменение энергии движения ЦМ системы, а второй член - изменение внутренней энергии системы.

Пусть $R \gg \tilde{r}_i$. Тогда силу F^{env} можно разложить по малому параметру. Сохраняя в разложении члены нулевого и первого порядка малости, запишем: $F_i^{env} \approx F_i^{env}\big|_R + (\tilde{r}_i \cdot \nabla) F_i^{env}\big|_R$. Принимая во внимание, что $\sum_{i=1}^N \tilde{v}_i = \sum_{i=1}^N \tilde{r}_i = 0$ и $\sum_{i=1}^N F_{i0}^{env} = N F_{i0}^{env} = F_0^{env}$, получим [19,21]:

$$V_N (M_N \dot{V}_N) + \dot{E}_N^{ins} \approx$$
$$-V_N F_0^{env} - \sum_{i=1}^N (\tilde{r}_i \cdot \nabla) F_i^{env}\big|_R \tilde{v}_i. \qquad (5)$$

Второй член в правой части уравнения (5) линейный и зависит от микро и макро переменных. Он пропорционален разности сил, действующих на МТ и определяет взаимную трансформацию энергии движения и внутренней энергии.

Из уравнения (5) находим уравнение движения системы [20]:

$$M_N \dot{V}_N = -F^{env} - \alpha_N V_N, \qquad (6)$$

где $\alpha_N = (\Phi^{env} + \dot{E}_N^{ins})/V_N^2$ - коэффициент изменения внутренней энергии системы.

Первый член в правой части уравнения (6) это потенциальная сила, меняющая кинетическую энергию системы. Второй член определяет изменение внутренней энергии. Он зависит от макро и микропеременных.

Сравним механику МТ и механику системы. Для МТ работа внешних сил идет только на ее ускорение. Для системы МТ работа внешних сил идет как на ее ускорение, так и на изменение внутренней энергии. Поэтому энергия движения системы, в отличие от МТ, неоднозначно определяется положением ЦМ системы в пространстве. Причем, если энергия движения системы изменяется за счет суммы сил, действующих на все МТ, то внутренняя энергия меняется за счет разности этих сил, как для струны [5]. Инвариантом является полная энергия системы. Таким образом, *суть ЭНЛ связана с зацепление микро и макропеременных*. Это обуславливает диссипацию, и нарушение симметрии времени [20, 21]. Если нет градиента внешних сил, то уравнение (6) переходит в обратимое уравнение Ньютона.

Природу ЭНЛ можно легко видеть на примере движения осциллятора в неоднородном поле сил. Для этого его энергию следует выразить через микро и макропеременные в виде суммы энергии движения и внутренней энергии [7, 19]. При наличии неоднородных внешних сил, масштабы неоднородностей которых соизмеримы с размером осциллятора, оба типа энергии становятся связанными. В зависимости от начальной фазы, осциллятор способен проходить через потенциальный барьер, даже если его энергия движения окажется меньше высоты барьера. Этот переход осуществляется за счет внутренней энергии [7].

То, что при движении системы в неоднородном поле сил увеличивается ее внутренняя энергия, важно для понимания механизмов энергетического обмена в звездах и других объектах Вселенной. Действительно, звезды, их системы, галактики, движутся в неоднородном гравитационном поле объектов Вселенной. Это означает, что их внутренняя энергия возрастает за счет градиента внешних сил. Поэтому звезды могут излучать больше энергии, чем дают оценки их внутренних источников [29].

ЭНЛ неравновесной системы

Рассмотрим динамику НС. В приближении локального термодинамического равновесия НС можно представить совокупностью перемещающихся относительно друг друга СЧ (см. рис. 1) [22, 23]. Поэтому для описания динамики НС можно использовать уравнения движения СЧ (6). Для НС работа внешних сил идет на движение и изменение внутренней энергии. Энергия НС равна сумме энергий СЧ. Энергии СЧ состоят из энергии движения СЧ в поле внешних сил, в поле других СЧ и их внутренних энергий.

Пусть НС состоит из N МТ. МТ распределены между K СЧ. Каждая СЧ состоит из Lp МТ, $l = 1,2,3...Lp$, $p = 1,2,3...K$, где p-номер СЧ. R_0 – координаты ЦМ НС; Rp – координаты ЦМ p-й СЧ относительно ЦМ НС; R_{PL} – координаты l-й МТ относительно ЦМ p-й СЧ. Скорость i-МТ выражается через скорости ЦМ НС и СЧ следующим образом: $v_i = V_N + V_p + v_{pl}$, где $V_p = (\sum_{l=1}^{Lp} v_l) / L_p$ - скорость ЦМ СЧ относительно ЦМ НС, v_{pl} - скорость l-й МТ относительно ЦМ p-й СЧ. В этих переменных энергия НС имеет вид:

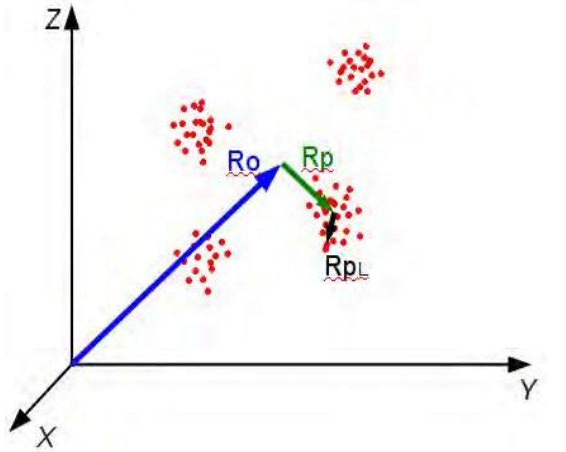

Рисунок 1 – Схема НС, построенной из СЧ.

$$E = M_N V_N^2 / 2 + \sum_{p=1}^{K} M_p V_p^2 / 2 + \\ + \sum_{p=1}^{K} \{ \sum_{l=1}^{Lp} m v_{pl}^2 / 2 \} + \sum_{P=1}^{K} U_P + \quad (7) \\ + \sum_{P_I=1}^{K-1} \sum_{P_J=1}^{K} U_{P_I,P_J} + U_N^{env}$$

Здесь M_p - масса p-й СЧ; $U_P = \sum_{ip=1}^{Lp-1} \sum_{jp=ip+1}^{Lp} U_{ip,jp}(r_{ip,jp})$ - потенциальная энергия p-й СЧ, обусловленной взаимодействиями ее МТ, $r_{ip,jp}$ - расстояние между ip и jp МТ; $U_{p_i,p_j} = \sum_{l_{Pi}=1}^{L_{Pi}} \sum_{l_{Pj}=1}^{L_{Pj}} U_{l_{Pi},l_{Pj}}(r_{l_{Pi},l_{Pj}})$ - потенциальная энергия взаимодействий i-й и j-й СЧ, индексы l_{p_i} и l_{p_j} относятся к МТ из разных СЧ, $i \neq j$.

Первый член в (7) - энергия движения НС как целого. Второй член - сумма кинетических энергий движений СЧ относительно ЦМ НС. Третий член - кинетическая энергия всех МТ из p-й СЧ. Четвертый член - сумма потенциальных энергий взаимодействий СЧ. Пятый член - потенциальная энергия взаимодействий СЧ. $U_N^{env} = \sum_{p=1}^{K} U_p^{env}$ - сумма потенциальных энергий всех МТ системы, обусловленная внешними силами, U_p^{env} - потенциальная энергия p-СЧ в поле внешних сил.

Внутренняя энергия НС разбивается на сумму энергий движения СЧ и сумму их внутренних энергий. Это означает, что энергия внешнего поля идет на изменение энергии движения НС, на изменение энергии относительных движений СЧ и на изменение внутренних энергий СЧ. Последние два типа энергии составляют внутреннюю энергию НС. Т.е. в НС, в отличие от СЧ, возникает дополнительная иерархическая ступень. Она приводит к иерархии энергии и энтропии НС. Как и в случае СЧ, уравнение движения НС можно получить из уравнения энергии (7), представленного иерархией микро и макропеременных.

Фазовое пространство НС, определяется координатами и импульсами ЦМ для СЧ. Чтобы подчеркнуть, что оно связано не с МТ, а с СЧ, оно названо **S**-пространством [19, 20]. Размерность S - пространства равна $6K-1$. При движении СЧ, помимо изменения скорости ЦМ, изменяется внутренняя энергия. Поскольку макро и микропеременные независимы, то одной и той же точке S-пространства соответствуют разные значения внутренней энергии СЧ. Можно исключить неоднозначность точек S-пространства, если его дополнить пространством микропеременных, определяющим движения МТ относительно ЦМ СЧ. S - пространство сжимаемо [19]. Сжатие определяется диссипативным уравнением Лиувилля для НС, которые моделируются совокупностью СЧ [28].

В статистической физике доказано, что замкнутая НС стремится к равновесию, которому соответствуют нулевые относительные скорости СЧ. Доказательство стремления системы к равновесию опирается на условия, что равновесию соответствует максимальная энтропия, а максимальной энтропии соответствуют состояниям, в которых система находится максимальное время. То есть, кинетическая энергия относительных движений СЧ, $T_K^{tr} \to 0$ при $t \to \infty$ [22]. Само доказательство строится путем вариации энтропии НС при условии ее максимума в равновесном состоянии. В то же время, в рамках законов механики, стремление НС к равновесию объясняется тем, что при движении СЧ в неоднородном поле сил ее внутренняя энергия увеличивается за счет нелинейной трансформации их энергии относительного движения во внутреннюю энергию [12,19]. Это означает, что вероятностные статистические законы имеют физическую основу [7]. Покажем, как уравновешивание системы следует из математических соображений.

Учтем, что процесс эволюции НС к равновесию согласно уравнениям (5, 6) определяется нелинейными членами, обусловленными неоднородностью поля сил взаимодействия СЧ. Пусть при движении СЧ в его внутреннюю энергию переходит часть энергии движения, величина которой равна δE^{tr}. Для каждой СЧ эта величина определяется работой сил со стороны других СЧ. Согласно (5) величина δE^{tr} определяется нелинейными членами разложения поля внешних сил, зависящих от макро и микропеременных [19]. Если СЧ в этом процессе остается равновесной, то обратный процесс трансформации внутренней энергии в энергию движения отсутствует. Но при достаточно сильных градиентах внешних сил равновесие СЧ нарушается. Тогда СЧ можно представить совокупностью равновесных подсистем, имеющих ненулевые относительные скорости. То есть, при значительных градиентах внешних сил часть энергии δE^{tr} пойдет на увеличение энергии относительных движений подсистем, а часть перейдет в их внутреннюю энергию. Запишем это так: $\delta E^{tr} = \delta E^{tr}_{ins} + \delta E^{h}$, где δE^{tr}_{ins}-энергия относительных движений подсистем, а δE^h - их тепловая внутренняя энергия. Будет иметь место неравенство: $\delta E_{ins}^{tr} < \delta E^{tr}$. Обратно вернуться в энергию движения СЧ может только часть энергии относительных движенийδE_{ins}^{tr}. Обозначим ее величиной δE_{ret}^{tr}. Возвращаемая часть энергий движения подсистем, в энергию движения СЧ также определяется нелинейной функцией переменных, в которых задана энергия δE_{ins}^{tr}. Это означает, что обратное преобразование энергии δE_{ins}^{tr} в энергию движения системы уже будет определяться членами не ниже квадратичной степени относительно членов δE^h. Величина δE^h также являются членами не ниже второго порядка малости. Поэтому возвращаемая энергия не ниже четвертого порядка малости и всегда будет иметь место неравенство $\delta E_{ins}^{tr} << \delta E^{tr}$. Следовательно, малость членов обратного потока внутренней энергии СЧ в энергию ее движения относительно членов прямого потока ее энергии движения во внутреннюю энергию, ведет к установлению равновесия, а значит и к максимуму энтропии. В этом ключевая роль эволюционной нелинейности. Таким образом, **стремление системы к равновесному состоянию, соответствующему максимальной вероятности этого состояния, вытекает из законов механики!**

В общем случае неоднородного поля сил, энергия движения НС может трансформироваться как в энергию относительных движений СЧ, так и в их внутреннюю энергию. Это зависит от характерных масштабов неоднородностей внешнего поля сил - λ_f, и характерных масштабов НС. Пусть масштаб НС - λ_{ns}. Если $\lambda_f >> \lambda_{ns}$, то внутренняя энергия НС не изменяется и вся работа поля внешних сил уходит на перемещение НС. Если $\lambda_{sp} << \lambda_f \le \lambda_{ns}$, где λ_{sp} - характерный масштаб СЧ, то внутренняя энергия НС возрастает за счет увеличения энергии относительных движений СЧ. При этом внешнее поле сил не меняет внутреннюю энергию СЧ. Если $\lambda_f \le \lambda_{sp}$, то внешнее поле сил меняет не только внутреннюю энергию НС, но и внутреннюю энергию СЧ. Заметим, что для НС понятия энтропии и энергии относительны. То, что для СЧ определяет энергию их относительного движения, для НС определяет энтропию.

Рассмотрим Д-энтропию для НС [21]. *Д-энтропия определяется, как отношение приращения внутренней энергии системы к ее величине за счет энергии движения*. Понятие Д-энтропии возникло вследствие того, что энергия движения СЧ может необратимо переходить в ее внутреннюю энергию. Выражение Д-энтропии имеет вид [19, 21]:

$$\Delta S^d = \sum_{p=1}^{K} \left\{ L_p \sum_{l_p=1}^{L_p} \left[\int \sum_{s} F_{ks}^{p} v_k \, dt \right] / E_p \right\} \quad (8)$$

E_p -внутренняя энергия p-СЧ; s - внешние МТ, взаимодействующие с k-й МТ из p-СЧ; F_{ks}^{p}-сила, меняющая скорость движения k-й МТ относительно ЦМ p-СЧ. Она действует со стороны s-ой МТ другой СЧ; v_k -скорость k-й МТ относительно ЦМ СЧ.

Величина Д-энтропии находится путем суммирования по МТ той части работы внешних сил, которая идет на изменение внутренней энергии системы. Д-энтропия, детерминированная величина, так как она следует из уравнения движения системы (8). Отметим, что определение Д-энтропии приемлемо и для малых систем. Для них Д-энтропия может быть, как положительной, так и отрицательной. Примером малых систем является осциллятор. Для него внутренняя энергия может переходить в энергию движения [7]. Для систем из очень большого числа МТ, Д-энтропия с точностью до численного коэффициента совпадает с энтропией Клаузиуса и может быть выражена через температуру и функцию тепла.

Д-энтропию можно использовать для определения границ применимости термодинамического описания систем, границ применимости вероятностных статистических законов. Это подтверждается модельными расчетами изменения внутренней энергии систем при их движении в неоднородном поле внешних сил в зависимости от числа МТ [7].

Иерархичность структуры материи

Из механики СЧ следует, что согласно законам классической механики, материя делима до бесконечности. Бесконечная делимость материи вытекает из возможности образования аттрактора только для структурных элементов [24]. Идея о бесконечной делимости впоследствии высказывалась в работе, в которой обосновывается наличие массы у фотона [25].

Бесконечная делимость элементов тел означает, что МТ, из которых состоят СЧ, на самом деле следует считать системами, состоящими из элементов, которые также обладают структурой и так далее. То есть, реальные тела представляют собой иерархию вложенных систем с иерархией характерных масштабов $\lambda_n << \lambda_{n-1} .... << \lambda_2 << \lambda_1$, где *1,2,3…n-1,n* - номера соответствующих иерархических уровней. Степень иерархичности, соответствует степени нелинейности. Каждому иерархическому уровню, как правило, соответствуют свои силы. Так, для иерархии молекула, атом, ядро, иерархия сил определяется молекулярными, атомными, ядерными силами соответственно. Для иерархии сил с ростом масштабов силы уменьшаются: $f_1 << f_2 .... << f_{n-1} << f_n$. Благодаря большому отличию сил на каждом иерархическом уровне, материя устойчива. Степень иерархичности системы *n*, которая проявляется в конкретном эволюционном процессе, определяется порядком разложения внешних сил. Чем выше гармоника разложения силы, тем глубже по иерархической лестнице идет изменение внутренней энергии системы. На практике величина *n* будет ограничена необходимой точностью описания динамики конкретной системы.

Таким образом, эволюция тел связана с нелинейной трансформацией потоков внешней энергии во внутреннюю энергию его структурных элементов, расположенных по иерархической лестнице. Причем описание процесса эволюции представляет собой самосогласованную нелинейную задачу динамики.

Поле сил, создаваемое вложенными друг в друга иерархическими элементами системы, определяет структуру системы, так же, как и структура системы определяет иерархию поля сил. Нелинейные члены, определяющие процесс трансформации энергии движения тел в их внутреннюю энергию, представляют собой функции иерархических переменных. Д-энтропия, а также разные типы энергий определяются в соответствии с иерархическим уровнем. При этом *динамика тела определяется дуализмом энергии на любом иерархическом уровне, так как работа внешних сил по перемещению любого иерархического элемента тела идет как на его движение, так и на изменение его внутренней энергии.*

Условие стационарности структур тела, требует баланса приходящих и уходящих потоков энергий на всех его иерархических ступенях. Так как эти потоки определяются иерархической цепью нелинейных трансформаций энергии движения тела, то для стационарности необходима компенсация диссипативных процессов на всех иерархических уровнях. Физике известно только электромагнитное излучение тела [23], которое может компенсировать приток энергии в тело. Примером сложных иерархических тел, в которых стационарность обеспечивается не только потоками энергии, но и потоками вещества, являются биологические системы. Возможно, что только на низших уровнях организации материи основную роль играют процессы радиационного механизма поддержания стационарности. Представляет интерес, каким должно быть это излучение, чтобы оно обеспечивало стационарность тела на всех иерархических уровнях.

Ключевую роль в динамике систем играет симметрия. Характер трансформации энергии на всех иерархических ступенях материи определяется симметриями этих уровней и симметриями внешних для них полей сил. Неоднородность этих полей определяет нарушение симметрии. Природа нарушения симметрии в физике элементарных частиц, конденсированных сред имеет много общего с природой нарушения симметрии в механике [26- 27]. Чтобы описать нарушение симметрии в физике элементарных частиц, вводятся операторы рождения и уничтожения частиц. Эти операторы берутся из эксперимента. При описании нарушения симметрии в фазовых переходах, нарушение симметрии вводится «руками» путем добавки необходимых членов в соответствующие уравнения [57]. Принципиальным отличием описания нарушения симметрии в механике СЧ от перечисленных здесь примеров состоит в том, что нарушение симметрии в механике СЧ определяется членами, которые получаются в аналитическом виде путем разложения внешних сил по малому параметру. Таким параметром является отношения характерных масштабов СЧ к масштабам неоднородности поля внешних сил. То есть, физический смысл, и природа нарушения симметрии в механике связаны с трансформациями энергии движения во внутреннюю энергию системы.

Заключение

Естественным критерием разделения нелинейностей на различные типы, присущие уравнениям динамики систем классической механики, является их принадлежность к системам с голономными и неголономными связями. Это позволяет выделить два принципиально различных типа нелинейностей, характеризующих динамику систем. К одному типу относятся нелинейности систем с голономными связями. Поскольку требование о голономности связей используется при выводах уравнения Лагранжа, то эти нелинейности присущи гамильтоновым системам. Гамильтоновы системы обратимы. Для них фазовый объем сохраняется. Присущие им нелинейности не приводят к эволюции.

Другой тип нелинейностей, которые мы назвали ЭНЛ, возможен только для систем с неголономными связями. Отличительная особенность ЭНЛ состоит в том, что соответствующие ей члены зависят от переменных различных групп симметрии. В классической механике ЭНЛ возникают при движении системы МТ в неоднородном поле сил при условии, что масштабы неоднородности соизмеримы с характерными масштабами системы и ее структур. Наличие градиента поля приводит к зацеплению макро и микропеременных, определяющих как динамику систем, так и динамику их внутренних структур соответственно. Это обуславливает трансформацию энергии движения во внутреннюю энергию. ЭНЛ присущи диссипативным процессам, определяющим образование и развитие структур. Они отвечают за трансформации энергии и Д-энтропии на всех иерархических уровнях системы. Это обуславливает необратимость динамики систем, установление равновесия. С ЭНЛ связано нарушению симметрий.

Из условия бесконечной делимости материи следует, что реальные тела представляют собой иерархию вложенных друг в друга систем. Их динамика определяется ЭНЛ, иерархический порядок которых соответствует степени неоднородности поля сил.

Динамика систем определяется принципом дуализма симметрии на всех иерархических уровнях, так как работа внешних сил для любого иерархического элемента тела идет как на его движение, так и на изменение его внутренней энергии.

Список литературы

1 Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990. 272 с.

2 Гейзенберг В. Нелинейные проблемы в физике. УФН. 1968. Т. 94, № 1. С. 155-165.

3 Закржевский М.В., Смирнова Р.С., Щукин И.Т. и др. Нелинейная динамика и хаос. Бифуркационные группы и хаос. Рига: РТУ, 2012. 181 с.

4 Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 311 с.

5 Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. ИЛ. М., 1957. Т.1. 930 с.

6 Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. М.: Наука,1986. 759 с.

7 Somsikov V.M. and Mokhnatkin A. Non-Linear Forces and Irreversibility Problem in Classical Mechanics. Journal of Modern Physics, Vol. 5 No. 1. 2014. P. 17-22.

8 Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. – М.: Наука, 1984. – 273 с.

9 Лоскутов Ю.А. Очарование хаоса. УФН. 2010. Т.150, № 12. С. 1305-1329.

10 Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза . Вестник РАН. 2001. Т. 71, № 3.С. 210-232.

11 Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем. УФН. 1983. Т.141, № 2. С. 343-375.

12 Сомсиков В.М. Некоторые закономерности эволюции открытых систем. Неустойчивость, неравновесность, необратимость.ПЭОС, v. IV, Almaty, 2002. P. 4-8.
13 Чириков Б.В. Резонансные процессы в магнитных ловушках. Атом. энергия. Т.6. В.6. 1959. С. 630-638.
14 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М. Наука. 1973. 215с.
15 Трубецков Д.И., Рожнѐв А.Г. Линейные колебания и волны. М. Физ-мат, 2001,206 с.
16 Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме. - М.: Наука, 1967. 287 с
17 Ланцош К. Вариационные принципы механики. Мир. М. 1962. 408 с.
18 Голдстейн Г. Классическая механика. М. Наука. 1975. 416 с.
19 Сомсиков В.М. От механики Ньютона к физике эволюции. Алматы. 2014. 272 с.
20 Somsikov V. M. Principles of Creating of the Structured Particles Mechanics. // Journal of material Sciences and Engineering. 2011. P. 731-740.
21 Somsikov V.M. Dynamical entropy. International Journal of Sci.V4.May.2015. P.30-36
22 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М. 1976.583 с.
23 Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика. Статистическая Физика и Кинематика. М. 1977. 532с.
24 Somsikov V.M. The method of the description of dynamics nonequilibrium systems within the frame of the classical mechanics arX:physics/0710.0078v1 29 Sept2007.
25 Van der Mark M.B. and Hooft G.W. 't. Light is Heavy. arXiv:1508.06478v1 [physics.hist-ph] 26 Aug 2015.
26 Вигнер Е. Нарушение симметрии в физики. УФН. Т. 89, вып. 3. 1966. с.453-466.
27 Ширков Д.В. 60 лет нарушенным симметриям в квантовой механике. УФН. 2009. Т.179, № 6. С. 581-589.
28 Somsikov V.M. The equilibration of a hard-disks system. IJBC. November. V. 14. № 11. 2004 p.4027-4033.
29 Козырев Н.А. Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. Пулково, 1958. ДК 551.5

Принята в печать 21.07.15

V.M. Somsikov
Ionosphere Institute, Almaty, 050020, Kazakhstan, vmsoms@rambler.ru

NONLINEARITY IN THE EVOLUTIONARY PROCESS IN THE STRUCTURED MATTER

Annotation. The non-linearity's which responsible for the evolution of the systems of the classical mechanics are considered. The mathematical justification of the irreversibility of the dynamics of systems is offered. Relation of the nonlinearities with the concepts of symmetry breaking is analyzing. The features of nonlinearity responsible for the evolution of the systems are considered. The proposed definition of evolutionary nonlinearities responsible for irreversible processes in systems and symmetry breaking is submitted.

Keywords: nonlinear, nonequilibrium dissipative classical mechanics, holonomicity, symmetry breaking, irreversibility, entropy, hierarchy.

В.М. Сомсиков
Ионосфера институты, Алматы, 050020, Қазақстан, vmsoms@rambler.ru,

ЖІКТЕЛГЕН МАТЕРИЯЛАРДАҒЫ ЭВОЛЮЦИЯЛЫҚ ПРОЦЕССТЕРІНІҢ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕСТІГІ

Тҥсініктеме. Классикалық механика жүйелері эволюциясына жауапты бейсызықтықтар қарастырылған. Динамикалық жүйелер қайтымсыздығының математикалық негіздемесі ұсынылуда. Симметрияның бұзылушылық ұғымдарымен бейсызықтықтың байланысы көрсетіліп отыр. Жүйедегі қайтымсыз процесстермен симметрияның бұзылуына жауапты эволюциялық бейсызықтық түсінігі еңгізілуде. Тепе-тең емес жүйелердің табиғаттағы объектілерінің құрылысының иерархиялығымен қамтамасыз етілген бейсызықты ерекшеліктері зерттелуде.

Маңызды сөздер: сызықтық еместік, тепе-теңсіздік, диссипативтік, классикалық механика, голономдылық, симметрияның бұзылушылығы, қайтымсыздық, энтропия иерархиялық.