

**Б.Ж.Медетов, А.Ж.Наурзбаева, Н.Ш. Алимгазинова,  
А.Б.Манапбаева, А.Ыскак**

*Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики  
КазНУ им. аль-Фараби*

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АНСАМБЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ МЕЖДУ СОБОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

**Аннотация.** В ходе физического эксперимента, осуществленного на основе реализации электронного аналога ансамбля нейронов ФитцХью - Нагумо, подтверждены полученные ранее в результате теоретических и численных исследований выводы о возможности «двухчастотной» бифуркации Хопфа в кластере автоколебательных систем. Показано, что найденные зависимости частот «взрывов» и спайков от сопротивления резистора, используемого в интеграторе, можно объяснить особенностью аналогового интегрирования дифференциальных уравнений. Эти зависимости можно применять для генерации импульсно-подобных сигналов различной частоты, при этом частоты могут быть жестко определены параметрами схемы.

**Ключевые слова:** автоколебательная система, нейрон, двухчастотная бифуркация Хопфа, электронная схема

### **Введение**

Автоколебательные системы и процессы довольно широко распространены в природе, их можно заметить во многих явлениях, изучаемых в различных областях науки – в биологии, химии, физике и т.д., например, к таким системам относятся биологические нейроны, электротехнические генераторы. сигналов, многие химические реакции.

Как показали проведенные нами ранее теоретические и численные исследования, а также схмотехническое моделирование, некоторые уже известные фундаментальные эффекты могут проявляться в кластере автоколебательных систем принципиально иным образом, нежели в одиночных системах, также могут иметь место принципиально новые эффекты. Например, было показано, что в небольшом ансамбле связанных нейронов ФитцХью-Нагумо ([1], [2]) возможно возникновение особого типа бифуркации Хопфа – «двухчастотной» ([3] - [5]), когда при одних и тех же параметрах системы генерируются синусоидальные сигналы с сильно отличаю-

щимися частотами, т.е. при данных значениях параметров система является бистабильной, в ней реализуются два предельных цикла с частотами, отличающимися друг от друга в десятки раз.

В настоящей работе приводятся результаты физического эксперимента, проведенного с целью дальнейшего исследования «двухчастотной» бифуркации Хопфа в реальной физической системе - электронной схеме. Такой эксперимент представляет большой интерес и с точки зрения изучения возможностей воссоздания функций небольшого ансамбля связанных нейронов в электронике, что в конечном итоге должно привести к возможности разработки реальных радиотехнических устройств и специальных микропроцессоров, работающих по закономерностям нейронных систем.

### **Физический эксперимент**

После предварительного компьютерного моделирования, выполненного с целью выбора окончательного варианта реализации электронной схемы, соответствующей

исходным уравнениям математической модели ансамбля нейронов ФитцХью-Нагумо([4]), эта схема была собрана на платформе NIELVISII. Выбор специального модуля NIELVISII, разработанного фирмой National Instruments, в качестве платформы для

развертывания электронной схемы объясняется тем, что в состав этого модуля входит комплект виртуальных измерительных приборов, что сильно упрощает процесс сбора и настройки экспериментальной установки. Кроме того, в комплект модуля включены экспресс – функции LabVIEW и наборы функций (Steps) SignalExpress для программирования графического пользовательского интерфейса, что делает модуль NIELVISII наиболее подходящим инструментом для решения задач, связанных с обработкой экспериментальных данных, получаемых из электронных схем.

На рисунке 1 представлена фотография собранной экспериментальной установки.

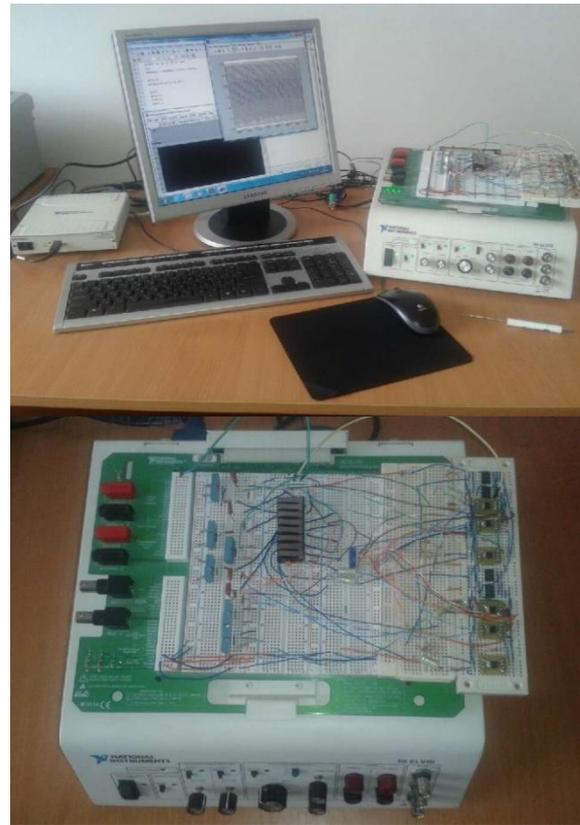


Рисунок 1 - Экспериментальная установка

### Результаты и их обсуждение

Как показало проведенное нами компьютерное моделирование ([4]), в эксперименте конечный результат должен сильно зависеть от так называемого параметра RC интегратора, используемого для решения системы дифференциальных уравнений. Нами были использованы конденсаторы емкостью 10 нФ и резисторы различного номинала – от 200 кОм до 16 кОм. На рисунке 2 для примера приведена временная реализация переменной при значениях  $R=200$  кОм.

Как видно из этого рисунка в данном случае наша схема генерировала сигнал типа «bursting», подобные же сигналы наблюдались независимо от начальных условий вплоть до сопротивления 41 кОм. При этом был обнаружен интересный факт - с уменьшением значения сопротивления резистора увеличивается частота «выбросов».

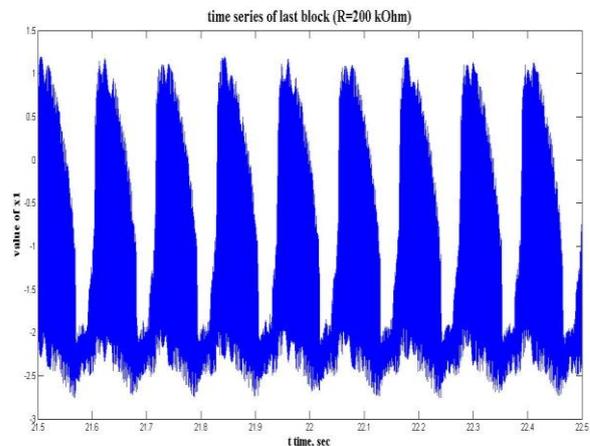


Рисунок 2 - Временная реализация при  $R=200$  кОм, режим «bursting»

При дальнейшем понижении сопротивления до  $R=36$  кОм наконец был получен синусоидальный сигнал малой частотой, соответствующий «медленному» режиму, но никак не удавалось поймать «быстрый» режим. Тем не менее, на основании этого результата уже можно утверждать, что граница перехода из режима «bursting» в режим генерации

ожидаемой бифуркации Хопфа лежит между  $R=41$  кОм и  $R=36$  кОм. Проблему обнаружения «быстрого» режима можно объяснить тем, что бассейн притяжения для этого режима достаточно узкий, поэтому при задании начальных условий требуется довольно высокая точность, но при больших значениях параметра  $RC$  это труднодостижимо ([5]). Поэтому экспериментальные измерения были продолжены для еще более низких значений резистора, и при  $R=20$  кОм наконец удалось увидеть оба режима «двухчастотной» бифуркации Хопфа.

На рисунке 3 на одной диаграмме представлены временные реализации, соответствующие «медленному» и «быстрому» режимам, полученным при  $R=20$  кОм. Проведенный спектральный анализ показал, что частота получаемого сигнала в «медленном» режиме равна 53.71 Гц, а в «быстром» - 1260 Гц, и обе эти частоты довольно устойчивы на протяжении продолжительного времени.

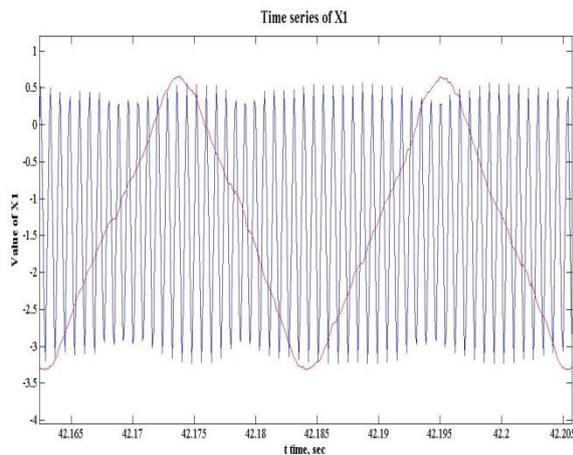


Рисунок 3 - Временные реализации, соответствующие «медленному» (красная линия) и «быстрому» (синяя линия) режимам, полученные при  $R=20$  кОм

При дальнейшем уменьшении значения  $R$  во временной реализации сигнала образовывается некоторый разрыв, связанный, вероятнее всего, с достижением напряжения на конденсаторе уровня насыщения, то есть при очень малых значениях параметра  $RC$  время интегрирования соответствующим образом

уменьшается. Подобный разрыв в эксперименте наблюдается при значениях  $R < 8$  кОм. На рисунке 4 приведен пример разрыва во временной реализации сигнала при  $R=5$  кОм.

Как было отмечено выше, в ходе поиска условий рождения двухчастотной бифуркации Хопфа было обнаружено, что в случаях возникновения режима «bursting», частоты спайков и «взрывов» довольно сильно зависят от  $RC$ -параметра аналогового интегратора. С целью выяснения причин такой зависимости были проведены дополнительные экспериментальные исследования.

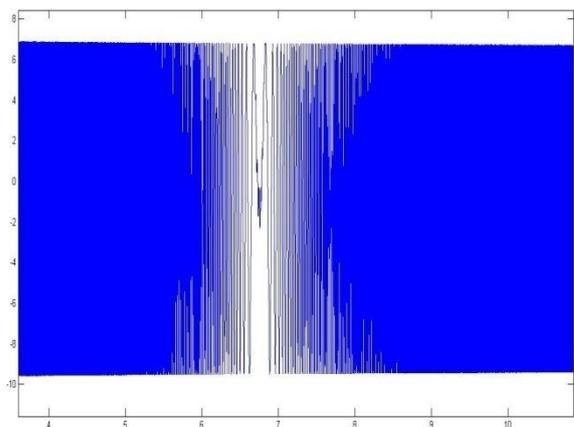


Рисунок 4 - Временная реализация переменной  $x_1$  при  $R=8$  кОм, соответствующая «быстрому» режиму

На рисунке 5 приведены зависимости нормализованных на свои максимумы частот «взрывов» и спайков, а также обратного количества спайков от сопротивления резистора. Использование не самого количества спайков, а его обратного значения обусловлено тем, что, как видно из рисунка, частоты образования «взрывов» и спайков падают с ростом величины сопротивления, количество же спайков с ростом сопротивления растет. Нас же интересует, на какую из этих трех характеристик сильнее всего влияет изменение сопротивления резистора, для получения ответа на этот вопрос и необходимо, чтобы эти зависимости имели одинаковый характер..

Из рисунка видно, что изменение сопротивления резистора сильнее всего

влияет на частоту образования «взрывов», и довольно слабо влияет на количество спайков во «взрывах». Проведенная аппроксимация этих экспериментальных данных показала, что зависимости частоты «взрывов» и частоты спайков от сопротивления резистора, используемого в аналоговом интеграторе, аналитически очень хорошо описываются функцией вида:

$$f(x) = a/x, \quad (1)$$

где  $a \approx 1875$  для зависимости частоты «взрывов», и  $a \approx 121451$  для частоты спайков.

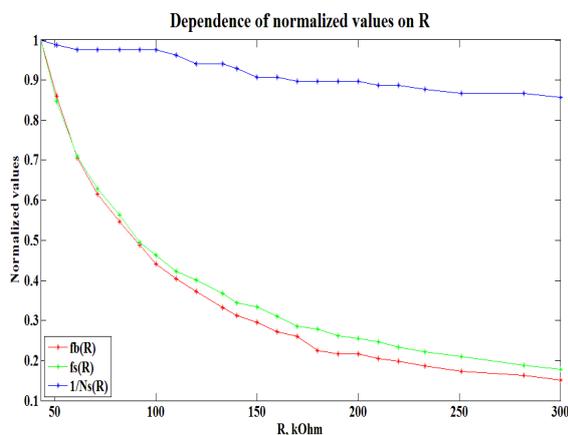


Рисунок 5 - Зависимость обратного значения количества спайков (синяя кривая), частоты спайков (зеленая кривая) и частоты «взрывов» (красная кривая) от сопротивления

Известно, что в аналоговом интеграторе результат интегрирования пропорционален обратному значению сопротивления. Проведенные же нами экспериментальные исследования показали, что частоты спайков и «bursting» также пропорциональны этой величине. То есть обнаруженную зависимость частот от значения резистора можно объяснить особенностью аналогового интегрирования дифференциальных уравнений.

### Заключение

Таким образом, в ходе реального физического эксперимента, осуществленного на основе реализации электронного аналога рассматриваемого ансамбля нейронов, подтверждены полученные ранее на основе теоретических и

численных исследований выводы о возможности «двухчастотной» бифуркации Хопфа в кластере автоколебательных систем. Проведенные с помощью собранной на научно-экспериментальной платформе NIELVISII электронной схемы экспериментальные исследования показали, что при высоких значениях сопротивления резистора, используемого в аналоговом интеграторе, вне зависимости от начальных условий кластер генерирует сигналы типа «bursting», переход из режима «bursting» в режим «двухчастотной» бифуркации Хопфа при емкости интегратора в 10 нФ происходит в интервале сопротивлений от  $R=41$  кОм до  $R=36$  кОм.

Показано, что найденные зависимости частот «взрывов» и спайков от сопротивления резистора интегратора можно объяснить особенностью аналогового интегрирования дифференциальных уравнений. Эти зависимости можно использовать для генерации импульсно-подобных сигналов различной частоты, при этом частоты могут быть жестко определены параметрами схемы.

Данные исследования выполнены в рамках проекта 3829/ГФ4 программы Грантового финансирования научных исследований КН МОН РК

### Список литературы

- 1 R. FitzHugh. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // J Biophys.—1961.— P. 445–466.
- 2 J.Nagumo, S.Arimoto and S. Yoshizawa. An active pulse transmission line simulating nerve axon//Proc. Inst. Radio Engrs.—1961.— P. 445–466.
- 3 B.Medetov, R.G. Weiß, Z.Zh.Zhanabaev, M.A. Zaks.Numerically induced bursting in a set of coupled neuronal oscillators //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. - 2015, №20. - P. 1090-1098.
- 4 А.Ж.Наурызбаева, Б.Ж.Медетов, Е.ЕсерханулыСхемотехническое моделирование «двухчастотной» бифуркации Хопфа.//Известия НАН РК, серия физическая.—2013.—2(288). – С 142-145.

5 Б.Ж.Медетов, А.Ж.Наурызбаева,  
Н.Албанбай, А.Б.Манапбаева/  
Экспериментальное измерение сигналов  
кластера связанных автоколебательных

систем // Журнал ПЭОС–2013.–вып.15,  
том1. – С. 17-23

**Б.Ж. Медетов, А.Ж. Наурызбаева, Н.Ш. Алимгазинова,  
А.Б. Манапбаева, А. Ыскак**

*Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики  
КазНУ им. аль-Фараби*

### **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АНСАМБЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ МЕЖДУ СОБОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

**Аннотация.** В ходе физического эксперимента, осуществленного на основе реализации электронного аналога ансамбля нейронов ФитцХью - Нагумо, подтверждены полученные ранее в результате теоретических и численных исследований выводы о возможности «двух-частотной» бифуркации Хопфа в кластере автоколебательных систем. Показано, что найденные зависимости частот «взрывов» и спайков от сопротивления резистора, используемого в интеграторе, можно объяснить особенностью аналогового интегрирования дифференциальных уравнений. Эти зависимости можно применять для генерации импульсно-подобных сигналов различной частоты, при этом частоты могут быть жестко определены параметрами схемы.

**Ключевые слова:** автоколебательная система, нейрон, двухчастотная бифуркация Хопфа, электронная схема

**Б.Ж. Медетов, А.Ж. Наурызбаева, Н.Ш. Алимгазинова,  
А.Б. Манапбаева, А. Ыскак**

*Әл -Фараби атындағы ҚазҰУ-ң Эксперименттік және теориялық физика ФЗИ,  
Алматы, Қазақстан*

### **ӨЗАРАБАЙЛАНЫСҚАНАВТОТЕРБЕЛМЕЛІЖҮЙЕЛЕРАНСАМБЛІНІҢ ДИНАМИКАСЫНЭКСПЕРИМЕНТЖҮЗІНДЕЗЕРТТЕУ**

**Аңдатпа.** ФитцХью - Нагумо нейрондар ансамблінің электронды аналогын іске асыру негізінде жасалған физикалық эксперимент барысында алдында жүргізілген теориялық пен сандық зерттеулері нәтижесінде алынған автотербелмелі жүйелер кластерінде Хопфтың «екі жиілікті» бифуркациясы болуы мүмкін деген қорытынды расталды. Табылған «атылулар» мен спайктар жиіліктерінің интеграторда қолданылатын резистор кедергісіне тәуелділіктерін дифференциалды теңдеулердің аналогты интегралдау ерекшеліктерімен түсіндіруге болатыны көрсетілген. Бұл тәуелділіктерді жиіліктері сұлба параметрлерімен қатан анықталған импульс-тәріздес сигналдарды тудыру үшін пайдалануға болады.

**Түйін сөздер:** автотербелмелі жүйе, нейрон, Хопфтың «екі жиілікті» бифуркациясы, электрондық сұлба

**B. Zh. Medetov, A. Naurzbaeva, N. Alimgazinova, A. Manapbayeva, A. Yskak**  
*SRI of Experimental and theoretical physics, al-Farabi Kazakh National University,*  
*Almaty, Kazakhstan*

**EXPERIMENTAL STUDY OF DYNAMICS OF COUPLED SELF-OSCILLATING SYSTEMS ENSEMBLE**

**Abstract.** In the course of experiments, carried out on the basis realization of the electronic analog of FitzHugh- Nagumoneuronsensemble, previously obtained conclusions of theoretical and numerical studies about the possibility of "dual-frequency" Hopf bifurcation in the cluster of self-oscillating systems have been confirmed. It is shown that dependencies on integrator resistance found for "bursts" and "spikes" frequencies can be explained by feature of differential equations analog integrating. These dependencies can be used to generate a pulse-like signals of different frequencies, and the frequencies can be rigidly defined by parameters of the electronic circuit.

**Keywords:** self-oscillating system, neuron, dual-frequency Hopf bifurcation, electronic circuit