

Ж.А. Кудышев, А.Е. Давлетов*, А. Кисан, Е.С. Мухаметкаримов, А. Аскарулы
Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, г. Алматы,
Республика Казахстан
*askar@physics.kz

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЛОИСТУЮ СРЕДУ ГРАФЕНА И ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ИЗОЛЯТОРА

Аннотация. Проведено исследование оптических свойств многослойной структуры чередующих слоев графена, топологического изолятора и диэлектрика. Проанализированы коэффициенты отражения, прохождения и поглощения электромагнитных волн при разных значениях поверхностной проводимости поверхности графена и топологического изолятора. Исследования проводились методом матричной оптики, в рамках которой получены обобщенные формулы Френеля для коэффициентов отражения, поглощения и прохождения. Графен и топологический изолятор моделировались как бесконечно тонкий проводящий слой, который модифицирует граничные условия между диэлектрическими средами.

Ключевые слова: Графен, топологический изолятор, матричная оптика, коэффициенты отражения, прохождения и поглощения.

Введение

С бурным развитием нанотехнологий стало возможным создание абсолютно новых материалов с самыми разными необычными свойствами. К ним, безусловно, относятся фотонные кристаллы [1], метаматериалы [2,3], и целый ряд других искусственно созданных материалов. Среди них особое место занимают так называемые гиперболические материалы – нанокompозиты, получаемые путем создания периодической структуры из чередующихся слоев металла и диэлектрика или осаждением металлических наностержней на диэлектрическую подложку [4]. Отличительная особенность таких нанокompозитных материалов заключается в том, что их диэлектрическая проницаемость описывается диагональным тензором с компонентами разных знаков в определенной области частот. В этом случае принято говорить о гиперболическом «мета» материале, в котором можно наблюдать явление отрицательного преломления света. Функциональность гиперболических метаматериалов подтверждается большим количеством публикаций по наблюдению различных оптических эффектов. В частности показано, что с помощью метаматериалов можно преодолеть дифракционный предел, создать оптический резонатор, биосенсоры, а также

наблюдать нелинейные эффекты при низких интенсивностях электромагнитных полей [4,5].

Один из перспективных и привлекающих большой интерес материалов являются топологические изоляторы [6-12], получающиеся, в частности, из кристаллов Bi_2Te_3 , Bi_2Se_3 , Sb_2Te_3 путем легирования Fe. Следует отметить, что в последние годы особенно интенсивно проводятся исследования, направленные на создание гиперболических метаматериалов с использованием именно топологических изоляторов. Топологические изоляторы, впервые описанные в работе [7], являются изоляторами в объеме, но в то же время обладают высокой поверхностной проводимостью. При этом зависимость энергии поверхностных электронов от их волнового числа описывается линейной функцией (как и у фотонов), а значит их поведение описывается уравнением Дирака вблизи дираковских точек. При этом поверхностные состояния электронов являются топологически устойчивыми в силу сохранения числа частиц и инвариантностью по отношению к обращению времени [7-12]. Следует отметить, что на электроны, проходящие через такие материалы, действует сила, которая сильно зависит от их импульса и

направления спина и напоминает по своему характеру воздействие магнитного поля [14]. Это явление получило название спинового квантового эффекта Холла и наблюдается, например, в графене [15], хотя изначально было теоретически предсказано, а затем и экспериментально подтверждено в сплаве HgCdTe [16, 17], в сплавах сурьмы и висмута $Bi_{1-x}Sb_x$ [18,19]. а также в кристаллах Bi_2Se_3 и Bi_2Te_3 [19-21].

Поверхностная проводимость среды

Рассмотрим случай разделенных диэлектриками с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 , ϵ_2 и ϵ_3 двух граничных слоев с поверхностной проводимостью σ (Рисунок 1). В выбранной модели проводящий слой графена или топологического изолятора считается бесконечно тонким, модифицируя граничные условия между диэлектрическими средами. Это позволяет напрямую использовать известный метод матричной оптики

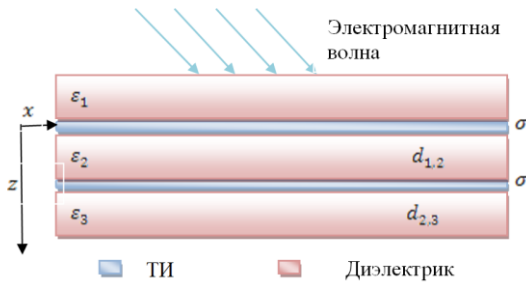


Рисунок 1. – Схема расположения слоев топологического изолятора (ТИ) и диэлектрика в слоистой структуре

Поверхностную оптическую проводимость графена или топологического изолятора в приближении Кубо можно записать в виде выражения:

$$\sigma_s(q, \omega) = -\frac{iq^2}{4\pi^2} \int_0^{k_c} dk \sum_{\lambda, \lambda'} \left(\frac{\partial H}{\partial k_\alpha} \right)_{\lambda, \lambda'} \left(\frac{\partial H}{\partial k_\beta} \right)_{\lambda, \lambda'} \frac{n_F(\epsilon_{k, \lambda'}) - n_F(\epsilon_{k-q, \lambda})}{(\omega + \epsilon_{k, \lambda'} - \epsilon_{k-q, \lambda} + 2i\Gamma)(\epsilon_{k, \lambda'} - \epsilon_{k-q, \lambda})}, \quad (1)$$

в котором λ, λ' – индексы энергетической зоны, $n_F(\epsilon)$ – распределении Ферми-

Дирака, а $\left(\frac{\partial H}{\partial k_\alpha} \right)_{\lambda, \lambda'}$ – ожидаемое значение оператора скорости α компоненты.

Следует отметить, что выражение для приповерхностной оптической проводимости топологических изоляторов схоже с поверхностной оптической проводимости графена в рамках приближения Кубо:

$$\sigma_g(\omega, \mu_c, \Gamma, T) = -\frac{ie^2(\omega + i2\Gamma)}{\pi\hbar^2} \left[\frac{1}{(\omega + i2\Gamma)^2} \int_0^\infty \epsilon \left(\frac{\partial f_d(\epsilon)}{\partial \epsilon} - \frac{\partial f_d(-\epsilon)}{\partial \epsilon} \right) d\epsilon - \int_0^\infty \left(\frac{f_d(-\epsilon) - f_d(\epsilon)}{(\omega + i2\Gamma)^2 - 4(\epsilon/\hbar)^2} \right) d\epsilon \right]. \quad (2)$$

Здесь ϵ – энергия, \hbar – постоянная Планка, e – заряд электрона, k_B – постоянная Больцмана, $f_d(\epsilon) = 1/(\exp((\epsilon - |\mu_c|)/k_B T) + 1)$ – функция распределение частиц в рамках статистики Ферми-Дирака. Первый член уравнения (2) описывает вклад в проводимость межзонных переходов, а второй – внутризонные переходы электронов.

Матричная оптика

Пусть в точке $z = 0$ оптическая проводимость равна σ . Предполагалось, что естественный свет распространяется в плоскости xz и может иметь s и p поляризацию. В матричной оптике связь коэффициентов составляющих полей, падающих на слоистую структуру с n слоями, определяется в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где E_1^\pm – поле электромагнитной волны на левой стороне первой границы раздела, E_{n+1}^\pm – на правой стороне последнего слоя. Знаки \pm соответствуют волне распространяющейся в прямом и обратном направлениях соответственно. Нахождения матрицы M проводилось путем перемножения двух типов матриц: матрицы перехода через границу

раздела $T_{s,p}$, и матрицы P_d прохождения в диэлектрической среде:

$$M = T_{1 \rightarrow 2} P_{d(1,2)} T_{2 \rightarrow 3} P_{d(2,3)} \dots T_{n \rightarrow n+1} P_{d(n-1,n)}, \quad (4)$$

$$P_{d(n,n+1)} = \begin{bmatrix} e^{-ik_z d} & 0 \\ 0 & e^{ik_z d} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$T_{s,p} = \begin{bmatrix} 1 + \eta_{s,p}/2 & -\eta_{s,p} \kappa_{s,p}/2 \\ \eta_{s,p} \kappa_{s,p}/2 & 1 - \eta_{s,p}/2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где $\kappa_s = -1$ и $\kappa_p = 1$, а $\eta_{s,p}$ записываются как

$$\eta_p = \frac{\sigma k_{2z}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \omega}, \quad \eta_s = \frac{\sigma \omega \mu_0}{k_{1z}}. \quad (7)$$

Оптические характеристики, такие как коэффициенты отражения R , прохождения T и поглощения A связаны с минорами матрицы (4) и записываются в следующем виде:

$$R_{s,p} = \left| \frac{M_{21(s,p)}}{M_{11(s,p)}} \right|^2, \quad (8)$$

$$T_{s,p} = \zeta_{s,p} \left| \frac{1}{M_{11(s,p)}} \right|^2, \quad (9)$$

$$A = 1 - R - T, \quad (10)$$

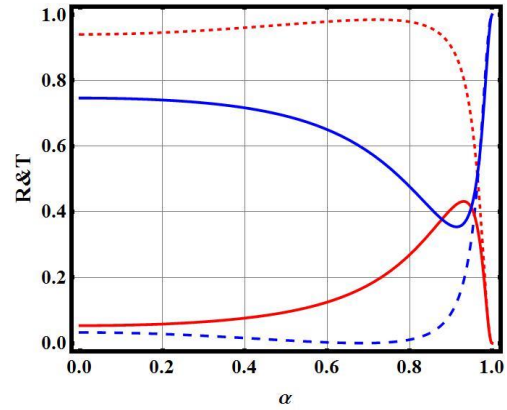
где $\zeta_s = k_{(n+1)z} / k_{1z}$, $\zeta_p = \varepsilon_1 k_{(n+1)z} / \varepsilon_{n+1} k_{1z}$.

На рисунках 2 и 3 представлены графики зависимости коэффициентов отражения и прохождения p поляризованной электромагнитной волны от слоистой структуры с двумя границами раздела, рассчитанные с использованием разных выражений для поверхностной проводимости топологического изолятора.

На рисунке 4 представлены коэффициенты $R_{s,p}$ и $T_{s,p}$, при расчете которых поверхностная проводимость определялась из формулы (1). Из рисунка можно увидеть осцилляторное поведение коэффициентов $R_{s,p}$ и $T_{s,p}$ в зависимости от угла падения.

На рисунке 4 представлен результат расчета взаимодействия естественного света с 3-х слоистой структурой. Электромагнитная волна с длиной волны 413 нм падает из воздуха на периодическую структуру топологического изолятора с поверхностной

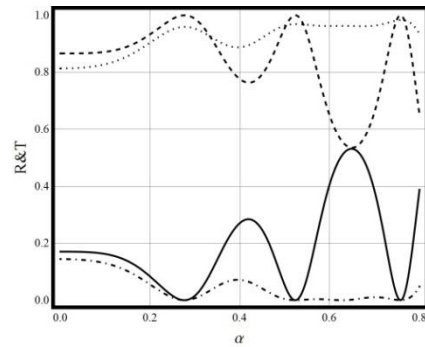
проводимостью σ и объемной частью диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2.25$.



$$\Omega = 2.001, \quad \varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 2.25, \quad \varepsilon_3 = 1, \quad \omega^* = 10, \\ \mu^* = 0.1, \quad \Gamma = 0.43, \quad T^* = 30$$

Красная штриховая линия: коэффициент прохождения, рассчитанный с использованием формулы (1), синяя штриховая линия: коэффициент отражения, рассчитанный с использованием формулы (1), сплошная красная линия: коэффициент прохождения, рассчитанный с использованием формулы (2), сплошная синяя линия: коэффициент отражения, рассчитанный с использованием формулы (2)

Рисунок 2 – Коэффициенты отражения и прохождения для p поляризованной волны через два пограничных проводящих слоя топологического изолятора в зависимости от угла падения θ_1 , нормированного на $\pi/2$



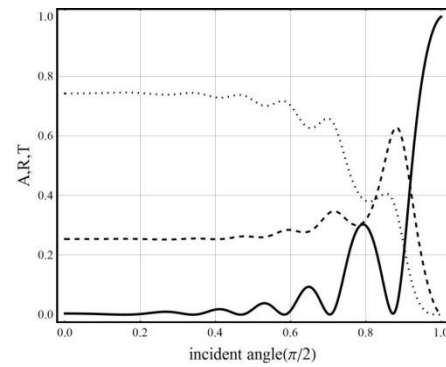
$$\Omega = 3, \quad \varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 2.25, \quad \varepsilon_3 = 1$$

Пунктирная линия: коэффициент прохождения S поляризованной волны; Сплошная линия: коэффициент отражения S поляризованной волны; Точечная линия: коэффициент прохождения p поляризованной волны; Точечно-пунктирная линия: коэффициент отражения p поляризованной волны

Рисунок 3 – Коэффициенты отражения и прохождения для p поляризованной волны через два пограничных проводящих слоя топологического изолятора в зависимости

от угла падения θ_1 , нормированный на $\pi/2$

Полученные зависимости коэффициентов прохождения и отражения позволяют сделать важное заключение о возможных приложениях полученных результатов. В частности, видно, что как в проходящем, так и в отраженном свете наблюдается селективное поведение, то есть прибор на предложенной слоистой структуре отражает электромагнитные волны, падающие под определенными углами, и пропускает идущие под другими углами. Это в принципе позволяет сконструировать прибор, воспринимающий электромагнитное излучение, идущее только от заданных изучаемых объектов и подавлять все излучение, поступающее от посторонних объектов. Хотя при этом существует целый спектр углов пропускания, комбинация нескольких таких приборов позволит изучать только заданные объекты. Для этого можно использовать два прибора с топологическим изолятором, но имеющих разную толщину диэлектриков, однако эффективнее применить комбинацию с разным числом слоев границы раздела топологического изолятора. Для этого была просчитана структура с тремя слоями, которая вполне аналогична по схеме к представленной на рисунке 12. Исследования проводились методом конечных разностей во временной области (FDTD) и в рамках матричной оптики. Следует отметить, что результаты этих подходов не отличаются друг от друга в рамках линейного приближения. При учете квадратичной и кубической нелинейностей диэлектриков в системе начинают проявляться нелинейные эффекты, приводящие к генерации высших гармоник. Это несколько снижает эффективность приборов, предложенных выше, однако моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD) показывает, что потери энергии на генерацию гармоник для реально применяемых диэлектриков являются незначительными по сравнению с потерями энергии в самом топологическом изоляторе, вызванными джоулевым разогревом. В частности, обычно величина потерь энергии электромагнитной волной в графене не превышает 3%, а на генерацию гармоник приходится менее 1%.



$$\Omega = 3, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_5 = 1, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 2.25, \quad d = 1 \text{ мкм}, \quad \lambda = 413 \text{ нм}$$

Рисунок 4. Коэффициенты пропускания (точечная линия), отражения (сплошная линия) и поглощения (пунктирная линия) естественного света для среды из 3-х слоев диэлектрика как функция угла падения

Заключения и выводы

Данная работа посвящена изучению оптических свойств слоистых гиперболических сред на основе графена и топологического изолятора. В ходе выполнения работы, были получены коэффициенты пропускания и отражения электромагнитной волны. Расчеты проводились методом матричной оптики. Сложность задачи заключается в том, что в рассматриваемых слоистых средах на границе раздела присутствуют поверхностные заряды, описываемые линейным законом дисперсии. Проводимость таких электронов принято описывать в рамках формализма Кубо, где учитываются внутризонные и межзонные составляющие электронных переходов. Использование известного выражения для поверхностной проводимости в интегральной форме в численных методах довольно сложная и требующая большой вычислительной мощности задача, и, как правило, для применения в численных схемах используют разные приближения для вычисления интеграла по энергиям, а это в свою очередь приводит к ограничениям по диапазону выбираемых параметров.

После нахождения поверхностной проводимости графена и топологического изолятора найдены коэффициенты прохождения и отражения света от двух и трех диэлектрических слоев разделенных проводящим слоем атомарной толщины на основе методов матричной оптики. Обнаружено ос-

цилляторное поведения коэффициентов отражения и прохождения в зависимости от угла падения электромагнитной волны на многослойную среду из графена и диэлектрика. Полученные зависимости коэффициентов прохождения и отражения позволяют сделать важное заключение о возможных приложениях полученных результатов. В частности, видно, что как в проходящем, так и в отраженном свете наблюдается селективное поведение, то есть прибор на предложенной слоистой структуре отражает электромагнитные волны, падающие под определенными углами, и пропускает идущие под другими углами. Это в принципе позволяет сконструировать прибор, воспринимающий электромагнитное излучение, идущее только от заданных изучаемых объектов и подавлять все излучение, поступающее от посторонних объектов. Хотя при этом существует целый спектр углов пропускания, комбинация нескольких таких приборов позволит изучать только заданные объекты. Для этого можно использовать два прибора с топологическим изолятором, но имеющих разную толщину диэлектриков, однако эффективнее применить комбинацию с разным числом слоев границы раздела топологического изолятора.

При учете квадратичной и кубической нелинейностей диэлектриков в системе начинают проявляться нелинейные эффекты, приводящие к генерации высших гармоник. Моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD) показывает, что потери энергии на генерацию гармоник для реально применяемых диэлектриков являются незначительными по сравнению с потерями энергии в самом топологическом изоляторе, вызванными джоулевым разогревом.

Данная работа выполнена в рамках проекта МОН РК 3221/ГФ4 «Нелинейные оптические явления в слоистых метаматериалах на основе графена и топологических изоляторов».

Список литературы

1 Istrate E., Sargent E. H. Photonic crystal heterostructures and interfaces, *Rev.Mod.Phys.*, V. 78, №3, P. 455-482, (2006).

2 Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S., Experimental verification of a negative index of refraction, *Science*, V. 292, P. 77-79 (2001).

3 Alexander Poddubny, Ivan Iorsh, Pavel Belov & Yuri Kivshar. Strongly anisotropic waveguide as a nonmagnetic left-handed system. *Physical Review B, Nature Photonics* 7,948–957 (2013) doi: 10.1038 // nphoton. 2013. 243

4 A.V. Kabashin, P. Evans, S. Pastkovsky, W. Hendren, G.A. Wurtz, R. Atkinson, R. Pollard, V.A. Podolskiy, and A.V. Zayats. Plasmonic nanorod metamaterials for biosensing. *Nature materials*, 8(11):867 — 871, 2009.

5 G.A. Wurtz, R. Pollard, W. Hendren, G.P. Wiederrecht, D.J. Gosztola, V.A. Podolskiy, and A.V. Zayats. Designed ultrafast optical nonlinearity in a plasmonic nanorod metamaterial enhanced by nonlocality. *Nature nanotechnology*, 6(2):107–111, 2011.

6 Qi X. L., Zhang S. Ch., Topological insulators and superconductors, *Rev.Mod.Phys.*, V. 83, № 4, P. 1057- 1110, (2011).

7 C. L. Kane and E. J. Mele. Z₂ topological order and the quantum spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 95:146802, 2005.

8 L. Fu and C. L. Kane. Topological insulators with inversion symmetry. *Phys. Rev. B*, 76:045302, 2007.

9 X.-L. Qi, T. L. Hughes and S.-C. Zhang. Topological field theory of time-reversal invariant insulators. *Phys. Rev. B*, 78:195424, 2008.

10 Zheng-Cheng Gu and Xiao-Gang Wen. Tensor – Entanglement – Filtering Renormalization Approach and Symmetry Protected Topological Order. *Phys. Rev. B*, 80:155131, 2009.

11 F. Pollmann, E. Berg, Ari M. Turner, Masaki Oshikawa. Symmetry protection of topological phases in one-dimensional quantum spin systems. *Phys. Rev. B*, 85(7):075125, 2012.

12 Xie Chen, Zheng-Cheng Gu, Xiao-Gang Wen. Classification of Gapped Symmetric Phases in 1D Spin Systems. *Phys. Rev. B*, 83:035107, 2011.

13 Xie Chen, Zheng-Xin Liu, Xiao-Gang Wen. 2D symmetry-protected topological orders and their protected gapless edge excitations. *Phys. Rev. B*, 84:235141, 2011.

- 14 Charles Kane, Moore Joel Topological insulators //Physics World – 2011. – Vol. 24 (2). – P. 32-36.
- 15 Kane, C. L., Mele, E. J. Quantum Spin Hall Effect in Graphene // Physical Review Letters – 2005. – Vol. 95 – Art.No. 226801.
- 16 Bernevig B. Andrei, Hughes Taylor L., Zhang Shou-Cheng Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells //Science –2006. – Vol. 314 (5806). – P. 1757-1761.
- 17 König M., Wiedmann S., Brüne C., Roth A., Buhmann H., Molenkamp L. W., Qi X.-L., Zhang S.-C. Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells // Science – 2007. – Vol. 318 (5851). –P. 766-770
- 18 L. Fu, C. L. Kane Topological insulators with inversion symmetry // Phys. Rev. B. – 2007. – Vol. 76. –P. 045302.

- 19 Hsieh D., Qian D., Wray L., Xia Y., Hor Y. S., Cava R. J., M. Z. Hasan A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase // Nature – 2008. – Vol. 452 – P. 970.
- 20 Haijun Zhang, Chao-Xing Liu, Xiao-Liang Qi, Xi Dai, Zhong Fang Shou-Cheng Zhang Topological insulators in Bi₂Se₃, Bi₂Te₃ and Sb₂Te₃ with a single Dirac cone on the surface //Nature Physics – 2009. – Vol. 5. – P. 438.
- 21 Xia Y., Qian D., Hsieh D., Wray A. L., Pal A., Lin H. Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface //Nat. Phys. – 2009. – Vol. 5. – P. 398.

Принята в печать 08.10.2016

Ж.А. Кудышев, А.Е. Давлетов*, А. Кисан, Е.С. Мухаметкаримов, А. Аскарулы
Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, г. Алматы,
Республика Казахстан
**askar@physics.kz*

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЛОИСТУЮ СРЕДУ ГРАФЕНА И ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ИЗОЛЯТОРА

Аннотация. Проведено исследование оптических свойств многослойной структуры чередующих слоев графена, топологического изолятора и диэлектрика. Проанализированы коэффициенты отражения, прохождения и поглощения электромагнитных волн при разных значениях поверхностной проводимости поверхности графена и топологического изолятора. Исследования проводились методом матричной оптики, в рамках которой получены обобщенные формулы Френеля для коэффициентов отражения, поглощения и прохождения. Графен и топологический изолятор моделировались как бесконечно тонкий проводящий слой, который модифицирует граничные условия между диэлектрическими средами.

Ключевые слова: Графен, топологический изолятор, матричная оптика, коэффициенты отражения, прохождения и поглощения.

Ж.А. Кудышев, А.Е. Давлетов, А. Кисан, Е.С. Мухаметкаримов, А. Аскарулы
ал-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан

ЭЛЕКТРОМАГНИТТІК ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ҚАБАТТАЛҒАН ГРАФЕН ЖӘНЕ ТОПОЛОГИЯЛЫҚ ИЗОЛЯТОРЛЫҚ ОРТАЛАРДАН ШАҒЫЛУ ЖӘНЕ ӨТУ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ

Аннотация. Көпқабатты құрылымдардың, оның ішінде кезектесіп келетін графен қабаттары, топологиялық изолятор және диэлектриктердің оптикалық қасиеттері зерттелді. Графен және топологиялық изолятордың әртүрлі беттік өтімділік мәндері үшін электромагниттік толқынның шағылу, өту және жұтылу коэффициенттеріне сараптама жасалды. Зерттеу жұмыстары матрицалық оптика әдісімен жүзеге асырылды, нәтижесінде шағылу, жұтылу және өту коэффициенттері үшін жалпыланған Френель өрнегі алынды.

Графен және топологиялық изолятор, диэлектрлік орталардың шекаралық шарттарын жетілдіріп түрлендіретін, шексіз жұқа өткізгіш қабат ретінде қарастырылды.

Түйінді сөздер: Графен, топологиялық изолятор, матрицалық оптика, шағылу, өту және жұтылу коэффициенттері.

Kudyshev Zh.A., Davletov A.E., A. Kissan, Ye.S. Mukhametkarimov, A. Askaruly
Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

REFLECTION AND TRANSMISSION COEFFICIENTS OF ELECTROMAGNETIC WAVES THROUGH LAYERED GRAPHENE AND TOPOLOGICAL INSULATOR MEDIA

Abstract. A comprehensive study is conducted of the optical properties of the multilayer structure of alternating layers of graphene, topological insulator, and insulator. Reflection, transmission and absorption coefficients of electromagnetic waves are analyzed for different approximations of the surface conductivity of graphene and topological insulator. Investigations are conducted within the matrix optics, in which the generalized Fresnel formula for reflection, transmission and absorption coefficients are obtained. Graphene and topological insulator are modeled as infinitely thin conductive layers, which modify the boundary conditions between the dielectric media.

Keywords: Graphene, topological insulator, matrix optics, reflection, transition and absorption coefficients.